Simetrías internas. Isospin.

- ¿Porque p y n tienen prácticamente la misma masa? $\left|\dfrac{m(p)-m(n)}{[m(p)+m(n)]/2}\right| = 0.138\%$

- Heisemberg propuso en 1932 que ambas eran la misma partícula, el nucleón, pero con diferentes estados de carga. Al nucleón se le asigna un nuevo número cuántico, el ***isoespín*** (I o T), con un valor $I=1/2$ y dos proyecciones con $I_z=\pm 1/2$.

$$p = \left|I = \tfrac{1}{2}, I_z = +\tfrac{1}{2}\right\rangle \qquad n = \left|I = \tfrac{1}{2}, I_z = -\tfrac{1}{2}\right\rangle \qquad \text{con } \; Q = \tfrac{1}{2} + I_z$$

- $\boxed{\text{El isoespín se conserva en la Interacción Fuerte.}}$

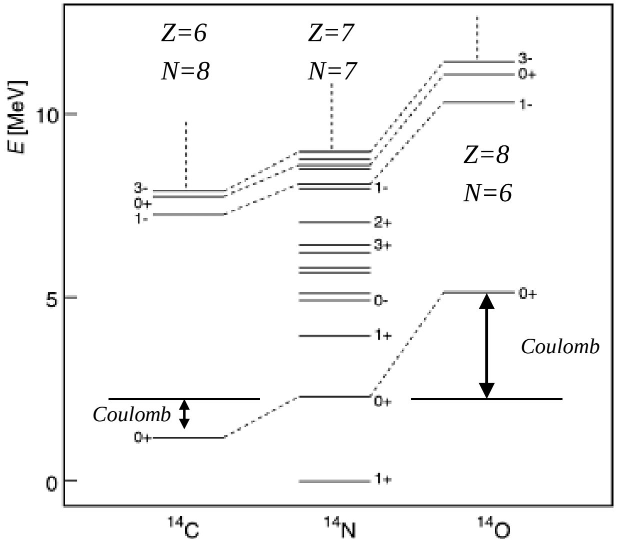
  - Simetría de carga: La interacción *nn* y *pp* (una vez restado Coulomb) son íguales.

$$ {}^{3}_{1}H_{2} \quad \left.\begin{matrix} Z=1 \\ N=2 \end{matrix}\right\} \quad 2\ pn \quad 1\, nn \qquad B = 8.48\ \text{MeV}$$

$$ {}^{3}_{2}He_{1} \quad \left.\begin{matrix} Z=2 \\ N=1 \end{matrix}\right\} \quad 2\ pn \quad 1\ pp \qquad B = 7.71\ \text{MeV}$$

$$+\left(\approx \underline{0.71}\ \text{MeV Coulomb}\right)$$
$$8.48\,\text{MeV}$$

  - Independencia de carga: Un paso más allá, la interacción *np* también es idéntica.



- Toda las técnicas y propiedades asociadas al espín y que habeis visto en cursos anteriores se aplican directamente al isoespín [Algebra del Grupo SU(2)].

- Isoespín en el sistema de dos nucleones.

$$I=1\left\{\begin{aligned}&|1,+1\rangle = pp\\ &|1,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(pn+np)\\ &|1,-1\rangle = nn\end{aligned}\right\} \rightarrow \text{ Simétrico} \qquad I=0\left\{|0,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(pn-np)\right\} \rightarrow \text{ Antisimétrico}$$

Y su función de onda será $\psi(total)=\varphi(espacial)\,\xi(espín)\,\chi(isoespín)$

En el caso del deuterón se observa que ya que tiene $S=1$ y momento angular relativo $l=0$. $\rightarrow$ φ y ξ son simétricas $\rightarrow \chi$ antisimétrica $\rightarrow$ $I_d=0$.

- Isoespín del pion: El pión aparece en tres estados de carga,

$$m(\pi^{\pm}) = 139.5702 \text{ MeV}$$

$$m(\pi^{0}) = 134.9766 \text{ MeV}$$

por lo que se le asigna $I=1$,

$$\pi^{+} = |I=1, I_z=+1\rangle \quad \pi^{0} = |I=1, I_z=0\rangle \quad \pi^{-} = |I=1, I_z=-1\rangle \quad \text{con } Q = I_z$$

Para poder ser aplicada a nucleones el valor de la carga eléctrica será

$$Q = I_z + B/2$$

- Isoespín del sistema πN. Veamos que información podemos extraer exclusivamente utilizado conservación de isoespín sobre los siguientes procesos:

$$
\begin{array}{lllll}
(a)\ \pi^+ p \to \pi^+ p & (b)\ \pi^0 p \to \pi^0 p & (c)\ \pi^- p \to \pi^- p & (d)\ \pi^+ n \to \pi^+ n & (e)\ \pi^0 n \to \pi^0 n \\
(f)\ \pi^- n \to \pi^- n & (g)\ \pi^+ n \to \pi^0 p & (h)\ \pi^0 p \to \pi^+ n & (i)\ \pi^0 n \to \pi^- p & (j)\ \pi^- p \to \pi^0 n
\end{array}
$$

La sección eficaz es proporcional al elemento de matriz

$$\sigma \propto \left|\langle \psi_f | H | \psi_i \rangle\right|^2 \propto \left|M_{if}\right|^2$$

donde H es un hamiltoniano que conserva isoespín y por tanto solo depende de I, no de I_z.

$$\sigma_b \propto \left|\langle \pi^0 p | H | \pi^0 p \rangle\right|^2 \propto \langle 10 | \langle \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2} | H | \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2} \rangle | 10 \rangle = \left| \left(\sqrt{\frac{2}{3}} \langle \tfrac{3}{2}\tfrac{1}{2} | - \sqrt{\frac{1}{3}} \langle \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2} | \right) H \left(\sqrt{\frac{2}{3}} | \tfrac{3}{2}\tfrac{1}{2} \rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} | \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2} \rangle \right) \right|^2 \propto \left| \frac{2}{3} M_3 + \frac{1}{3} M_1 \right|^2$$

Repitiendo el proceso en las diferentes secciones eficaces se llega a relaciones del tipo

$$\sigma_a : \sigma_b : \sigma_c : \sigma_i = 9|M_3|^2 : |2M_3 + M_1|^2 : |M_3 + 2M_1|^2 : 2|M_3 - M_1|^2$$

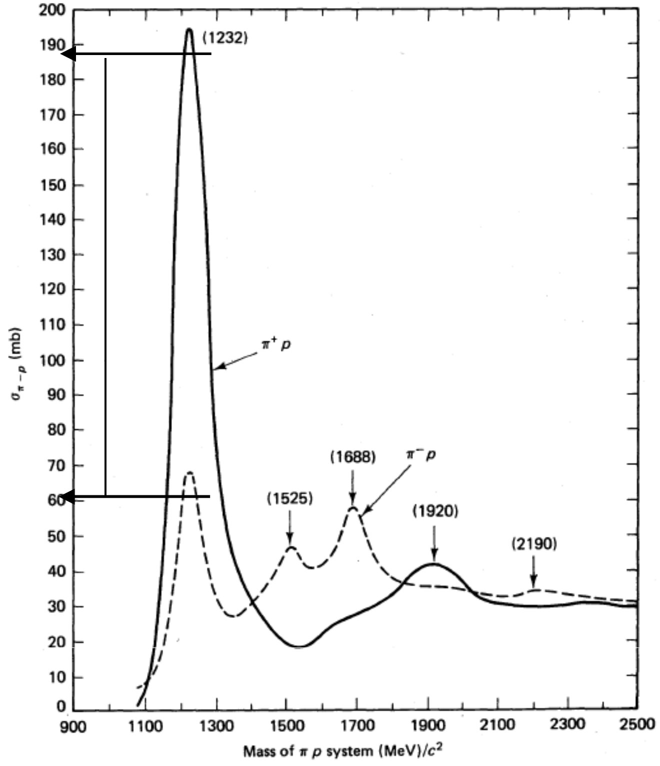
$$\text{Si } M_3 >> M_1 \to 9:4:1:2$$

$$\text{Si } M_1 >> M_3 \to 0:1:4:2$$

- En concreto

$$\frac{\sigma_{tot}(\pi N \to \pi^+ p)}{\sigma_{tot}(\pi N \to \pi^- p)} = \frac{9|M_3|^2}{|M_3 + 2M_1|^2 + 2|M_3 - M_1|^2}$$

$$= \begin{cases} I = \frac{1}{2} & \text{dominante} \to 0 \\ I = \frac{3}{2} & \text{dominante} \to 3 \end{cases}$$



- Y se corresponde con la $\Delta(1232)$. Existen cuatro estados de carga, Δ^{++}, Δ^{+}, Δ^{0}, y Δ^{-}.

$$\left| \frac{m(\Delta^0) - m(\Delta^{++})}{[m(\Delta^0) + m(\Delta^{++})]/2} \right| = 0.23\%$$

- Aplicamos conservación de isoespín sobre este estado y obtenemos información sobre $\Delta \to \pi N$

$$\Delta^+(1232) \to p + \pi^0 \qquad \Delta^+(1232) \to n + \pi^+$$

$$\left|\tfrac{3}{2}\,\tfrac{1}{2}\right\rangle \quad \left|\tfrac{1}{2}\,\tfrac{1}{2}\right\rangle\left|1 0\right\rangle \qquad \left|\tfrac{3}{2}\,\tfrac{1}{2}\right\rangle \quad \left|\tfrac{1}{2}\,-\tfrac{1}{2}\right\rangle\left|1 1\right\rangle$$

$$\frac{\sigma\left(\Delta^+(1232) \to p + \pi^0\right)}{\sigma\left(\Delta^+(1232) \to n + \pi^+\right)} \approx 2$$

Extrañeza e isoespín

- El barión extraño más ligero, $\Lambda(1116)$, no tiene ningún compañero cargado $\rightarrow I_\Lambda=0$.
- La $\Lambda(1116)$ y el K (mesón extraño más ligero) se observan en decaimientos fuertes como

$$\begin{array}{lc}
 & \pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0 \\
\hline
I & 1 \otimes \tfrac{1}{2} \rightarrow 0 \oplus ? \\
I_z & -1 + \tfrac{1}{2} \rightarrow 0 + ?
\end{array}
\quad
\begin{array}{l}
\rightarrow I_{K^0} = \tfrac{1}{2} \\
\rightarrow I_{zK^0} = -\tfrac{1}{2}
\end{array}
\qquad Q = I_{zK^0} + \frac{1}{2}$$

con lo que su compañero con extrañeza +1, el K^+, sería $I_{zK}=+1/2$.

- El K^- no encajaba en este esquema, por lo que fue necesario postular la existencia de otro doblete de $I=1/2$ tal que $Q = I_z-1/2$. Esto permitió predecir la existencia de otro kaon neutro.

$$\begin{array}{c|cc}
 & I_z = \tfrac{1}{2} & I_z = -\tfrac{1}{2} \\
\hline
S = +1 & K^+ & K^0 \\
\hline
S = -1 & \overline{K}^0 & K^-
\end{array}$$

- Gell-Mann y Nishijima apuntaron que todas las formulas de carga se podían sistematizar definiendo la hipercarga $Y = B+S$:

$$Q = \frac{1}{2}(S+B) + I_z = \frac{1}{2}Y + I_z$$

- El hiperón $\Sigma(1189)$ presenta tres estados distintos de carga, por lo tanto $I_\Sigma=1$.

$$\begin{array}{lc}
 & \pi^\pm + p \rightarrow \Sigma^\pm + K^+ \\
\hline
I & 1 \otimes \tfrac{1}{2} \rightarrow 1 \otimes \tfrac{1}{2} \\
I_z & \pm 1 + \tfrac{1}{2} \rightarrow \pm 1 + \tfrac{1}{2} \\
S & 0 + 0 \rightarrow -1 + 1
\end{array}$$