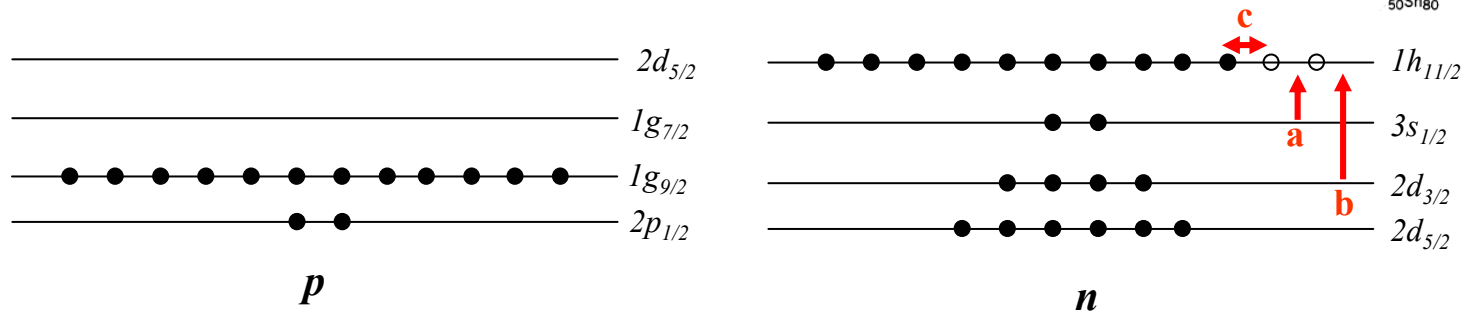
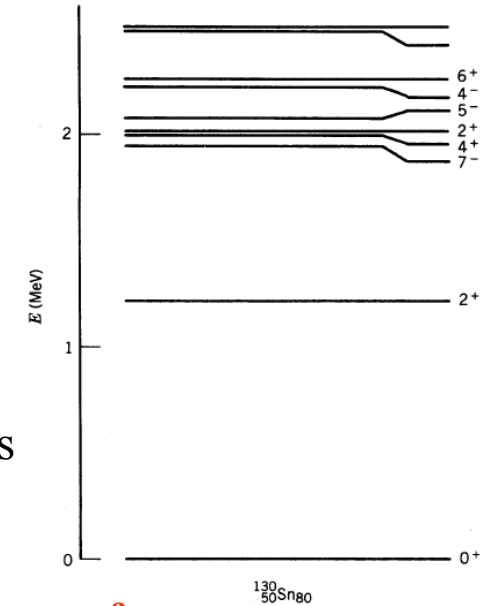


## Modelos Colectivos. Introducción.

- El modelo de capas predice que todos los núcleos par - par tienen  $J^P=0^+$  en su estado fundamental.
- En el caso del  $^{130}\text{Sn}$  sus 50 protones saturan la capa  $1g_{9/2}$  mientras que los 80 neutrones dejan dos huecos en la capa  $1h_{11/2}$ .
- Para generar un estado excitado deberíamos romper uno de los pares  $nn$  o  $pp$  y excitar uno de ellos (o no) a un nivel superior, el acoplamiento de los nucleones nos dará el valor de  $J^P$ .



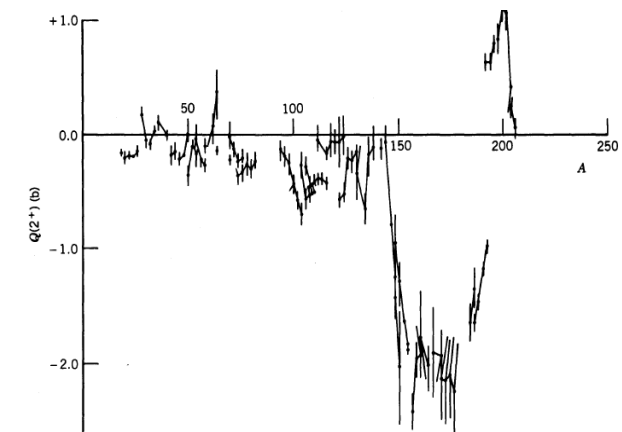
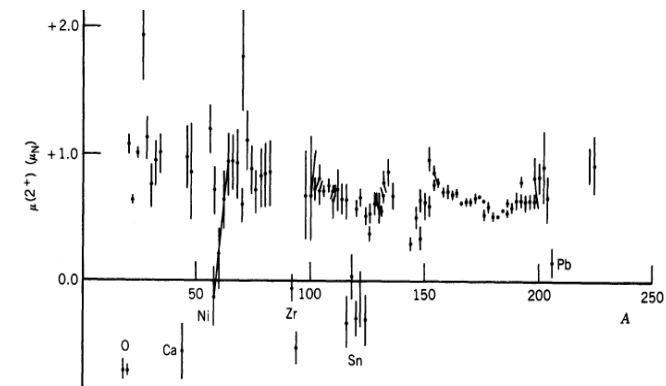
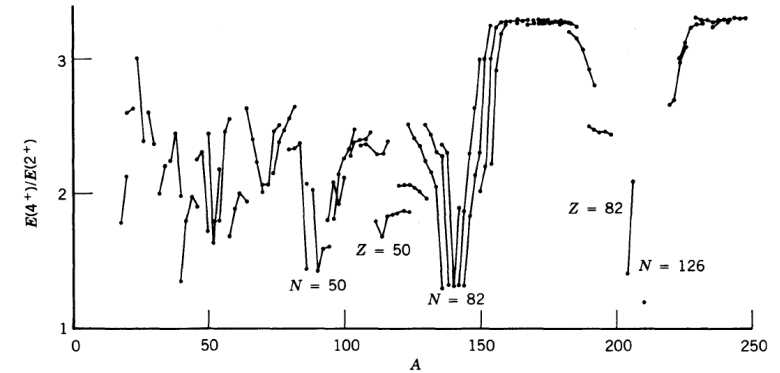
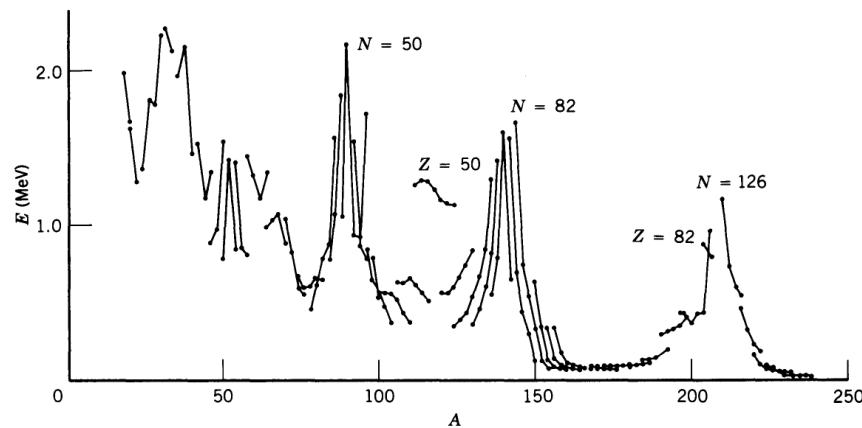
- (a) Arrancamos un neutrón de  $3S_{1/2}$  y lo subimos a  $1h_{11/2} \rightarrow 11/2^- \times 1/2^+ = 5^-, 6^-$
- (b) Arrancamos un neutrón de  $2d_{3/2}$  y lo subimos a  $1h_{11/2} \rightarrow 11/2^- \times 3/2^+ = 4^-, 5^-, 6^-, 7^-$
- (c) Desapareamos dos neutrones de  $1h_{11/2}$  y los reacoplamos (Pauli)  $\rightarrow 11/2^- \times 11/2^- = 0^+, 2^+, 4^+, 6^+, 8^+, 10^+$ .

- Todos con una energía de excitación de 2 MeV asociada a la ruptura de un par.
- Únicamente existe un nivel que **no se puede explicar**. El primer estado excitado  $J^P=2^+$ .

- La existencia de un primer estado excitado a una energía de 1 MeV con  $J^P=2^+$  es una propiedad de la práctica totalidad de los núcleos par - par, independientemente de su estructura de niveles. *Propiedad colectiva.*

- Propiedades:

- $E(2^+)$  decrece con A.
- Para  $A = 150-190$   $E(2^+)$  es constante y pequeña
- $E(2^+)/E(4^+) \approx 2$  para  $A < 150$  y  $\approx 3.3$  para  $150 < A < 190$  y  $A > 230$
- $\mu(2^+) \approx (0.7-1) \mu_N$  para todo A
- Los valores de  $Q(2^+)$  son pequeños para  $A < 150$  y grandes para  $A > 150$ .

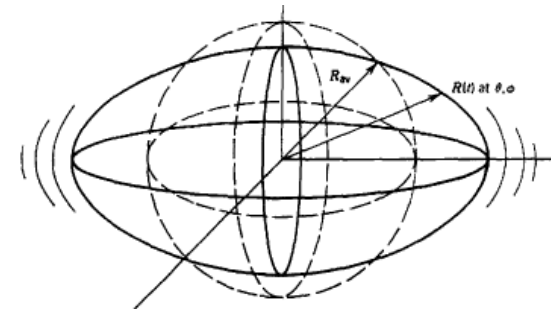


## Modelo colectivo vibracional.

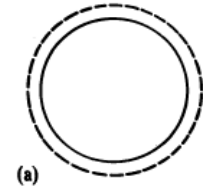
- Se utiliza para núcleos par - par con  $A < 150$ .
- El núcleo se presenta como una gota líquida vibrando a alta frecuencia, cuya forma en promedio es esférica, con radio medio  $R_{av}$
- La posición instantánea de un punto de la superficie vendrá dada por

$$R(t) = R_{av} + \sum_{\lambda \geq 1} \sum_{\mu} \alpha_{\lambda\mu}(t) Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi)$$

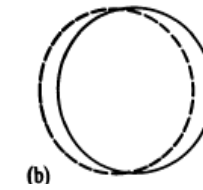
- Cada modo de vibración está caracterizado por  $\lambda$ .
- Están ligados por invariancia rotacional  $\rightarrow$  no todos ellos son independientes,  $\alpha_{\lambda\mu}(t) = \alpha_{\lambda-\mu}(t)$ .
- Los estados correspondientes a un modo  $\lambda$  son estados propios de momento angular total  $J = \lambda$  y con paridad bien definida  $P = (-1)^\lambda$ .
- En analogía al caso electromagnético denominamos *fonón* al cuanto de energía vibracional.



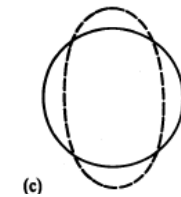
- Vibraciones monopolares ( $\lambda = 0$ ).
  - No explican el estado excitado  $J^P = 2^+$ . Modo de ‘respiracion’



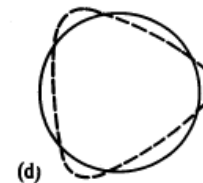
- Vibraciones dipolares ( $\lambda = 1$ ).
  - No existe vibración, sino únicamente un desplazamiento del centro de masas. Por lo que tampoco se considera.



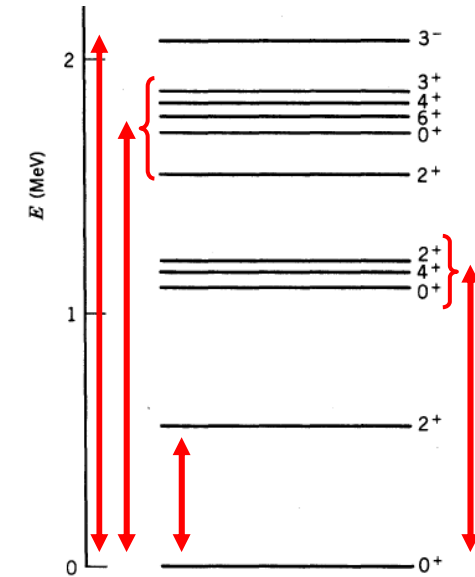
- Vibraciones cuadrupolares ( $\lambda = 2$ ).
  - $J^P = 2^+$ .
  - Es el modo fundamental del modelo vibracional  $\rightarrow$  vibraciones no esféricas  $\rightarrow$  oscilaciones entre prolato ( $Q > 0$ ) y oblató ( $Q < 0$ )



- Vibraciones octupolares ( $\lambda = 3$ ).
  - $J^P = 3^-$ . Por lo tanto incluye cambios de paridad.
  - Vibraciones complejas es varios ejes.



- Consideremos el efecto de añadir un fonón cuadrupolar al estado fundamental  $\rightarrow 0^+ \times 2^+ = 2^+$ .
- Supongamos una excitación de dos fonones cuadrupolares  $\rightarrow 0^+ \times 2^+ \times 2^+ = 0^+, 1^+, 2^+, 3^+, 4^+$ . Pauli prohíbe las combinaciones con  $J$  impar, luego aparecerían tres estados  $J^P = 0^+, 2^+, 4^+$  con energías **doble** que el primer estado excitado.
- Tres fonones cuadrupolares generan estados con  $J^P = 0^+, 2^+, 3^+, 4^+, 6^+$  con una energía **triple**.
- Una excitación de un fonón octupolar daría un estado con  $J^P=3^-$  y una energía que es habitualmente **superior** a la del sistema de tres fonones cuadrupolares.
- A partir de la estructura de niveles, el modelo vibracional predice
  - En el estado fundamental ( $J^P=0^+$ ) la forma es simétricamente esférica, por lo tanto  $Q \approx 0$ .
  - Para los estados  $J^P=2^+$  con  $A < 150$  la desviación de la simetría esférica es pequeña, por lo que  $Q \approx 0$ .
  - El cociente  $E(4^+)/E(2^+) \approx 2$
  - El momento magnético viene dado por



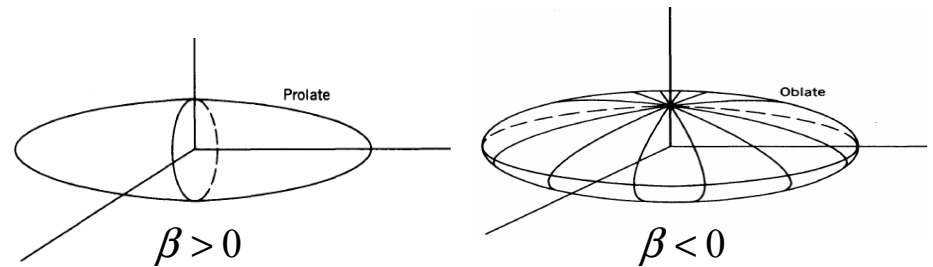
$$\mu(J) \approx J \frac{Z}{A} \frac{\mu_N}{\hbar} \rightarrow \mu(2^+) \approx \frac{2Z}{A} \frac{\mu_N}{\hbar} \approx (0.8-1) \frac{\mu_N}{\hbar}$$

## Modelo colectivo rotacional.

- El modelo rotacional se aplica para los llamados núcleos deformados, es decir, que no tienen una posición de equilibrio esférica y se encuentran alejados de las regiones de los números mágicos.
  - Lantánidos y tierras raras,  $150 < A < 190$ .
  - Actínidos,  $220 < A < 250$ .
  - Núcleos de la capa s-d, es decir, núcleos con número másico  $A \sim 24$ .
- La forma de los núcleos deformados puede expresarse como un elipsoide de revolución.

$$R(\theta, \phi) = R_{av} \{ 1 + \beta Y_{20}(\theta, \phi) \}$$

$$\text{donde } R_{av}^2 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2) \text{ y } \beta = \sqrt{\frac{16\pi}{45}} \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$$



- La energía cinética de un objeto en rotación viene dada a partir de su momento de inercia y su momento angular,

$$T = \frac{1}{2} I \omega^2 \text{ con } J = I \omega \text{ obtenemos } T = \frac{1}{2} \frac{J^2}{I} \rightarrow E = \frac{\hbar^2}{2I} j(j+1)$$

- Para núcleos par - par, cuyo estado fundamental es  $J^P = 0^+$ , únicamente están permitidos los valores pares de  $J$ .

- Cada valor de  $J$  representa una *banda rotacional*.

$E(12^+) = 156 \frac{\hbar^2}{2I}$ $E(10^+) = 110 \frac{\hbar^2}{2I}$ $E(8^+) = 72 \frac{\hbar^2}{2I}$ $E(6^+) = 42 \frac{\hbar^2}{2I}$ $E(4^+) = 20 \frac{\hbar^2}{2I}$ $E(2^+) = 6 \frac{\hbar^2}{2I}$ $E(0^+) = 0$	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \rightarrow E(2^+) = 91.4 \rightarrow \frac{\hbar^2}{2I} = 15.2 \text{ keV} \rightarrow$	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} E(12^+) = 2371 \text{ keV} \\ E(10^+) = 1672 \text{ keV} \\ E(8^+) = 1094 \text{ keV} \\ E(6^+) = 638 \text{ keV} \\ E(4^+) = 304 \text{ keV} \\ E(2^+) = 91.4 \text{ keV} \\ E(0^+) = 0 \end{array}$	<p style="text-align: center; color: red; margin: 0;"><b><sup>164</sup>Er</b></p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border: none;"> <tr> <td style="text-align: left; padding-right: 10px;">12+</td> <td style="text-align: center;">—————</td> <td style="text-align: right;">2082.7</td> </tr> <tr> <td style="text-align: left; padding-right: 10px;">10+</td> <td style="text-align: center;">—————</td> <td style="text-align: right;">1518.1</td> </tr> <tr> <td style="text-align: left; padding-right: 10px;">8+</td> <td style="text-align: center;">—————</td> <td style="text-align: right;">1024.6</td> </tr> <tr> <td style="text-align: left; padding-right: 10px;">6+</td> <td style="text-align: center;">—————</td> <td style="text-align: right;">614.4</td> </tr> <tr> <td style="text-align: left; padding-right: 10px;">4+</td> <td style="text-align: center;">—————</td> <td style="text-align: right;">299.5</td> </tr> <tr> <td style="text-align: left; padding-right: 10px;">2+</td> <td style="text-align: center;">—————</td> <td style="text-align: right;">91.4</td> </tr> <tr> <td style="text-align: left; padding-right: 10px;">0+</td> <td style="text-align: center;">—————</td> <td style="text-align: right;">0</td> </tr> </table>	12+	—————	2082.7	10+	—————	1518.1	8+	—————	1024.6	6+	—————	614.4	4+	—————	299.5	2+	—————	91.4	0+	—————	0
12+	—————	2082.7																						
10+	—————	1518.1																						
8+	—————	1024.6																						
6+	—————	614.4																						
4+	—————	299.5																						
2+	—————	91.4																						
0+	—————	0																						

Además se verifica que  $\frac{E(4^+)}{E(2^+)} = \frac{10}{3} \approx 3.33$  describiendo razonablemente bien los datos.

- Consideremos dos casos extremos:

- Elipsoide rígido:  $I_{Rigido} = \frac{2}{5} MR_{av}^2 (1 + 0.31\beta) \rightarrow A \approx 170$  se obtiene  $\beta = 0.29 \rightarrow \frac{\hbar^2}{2I_{Rigido}} \cong 6 \text{ keV}$

- Elipsoide líquido:  $I_{Liquido} = \frac{9}{8\pi} MR_{av}^2 \beta \rightarrow A \approx 170$  se obtiene  $\beta = 0.29 \rightarrow \frac{\hbar^2}{2I_{Liquido}} \cong 90 \text{ keV}$

- Luego los núcleos tienen propiedades comprendidas entre un sólido rígido y un fluido  $\rightarrow \approx$  fluido incompresible

- El momento cuadrupolar intrínseco es:

$$Q_0 = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \int Y_{20}(\theta, \phi) \rho(r) dV = \frac{3}{\sqrt{5\pi}} R_{av}^2 Z \beta (1 + 0.16\beta)$$

- El momento cuadrupolar está relacionado con el parámetro de deformación nuclear.
- Experimentalmente, el momento cuadrupolar se mide en sistema laboratorio y su relación con el momento cuadrupolar intrínseco en el caso particular de núcleos par - par es

$$Q_J = -\frac{J}{2J+3} Q_0$$

- Para el estado  $2^+$ :

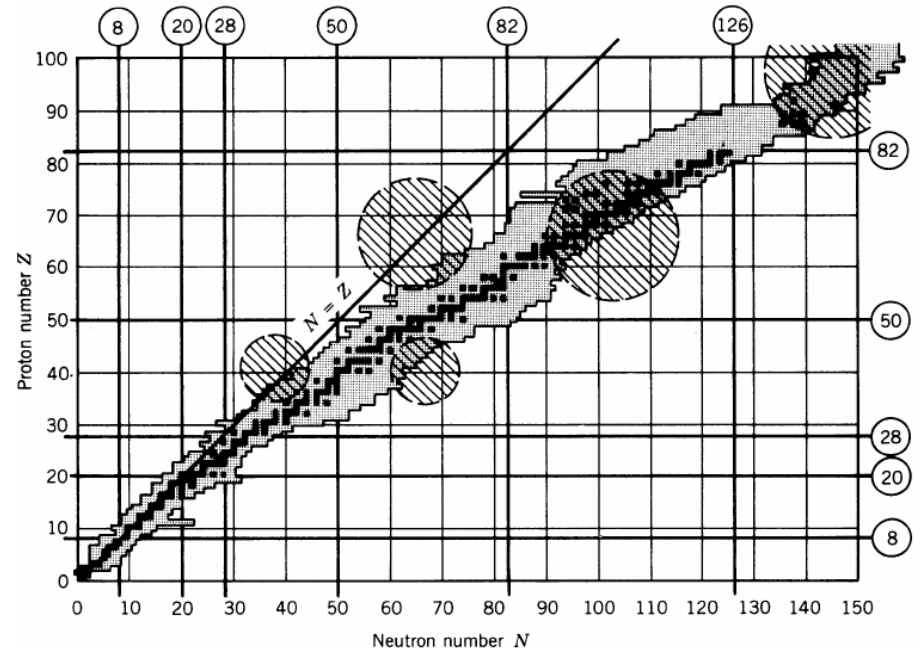
$$Q_{2^+} = -\frac{2}{7} Q_0$$

- El valor experimental de  $Q$  nos da el parámetro de deformación  $b$  de cada núcleo
  - Se obtiene  $b \approx 0.29$  para  $150 < A < 190$ , que es una deformación considerable



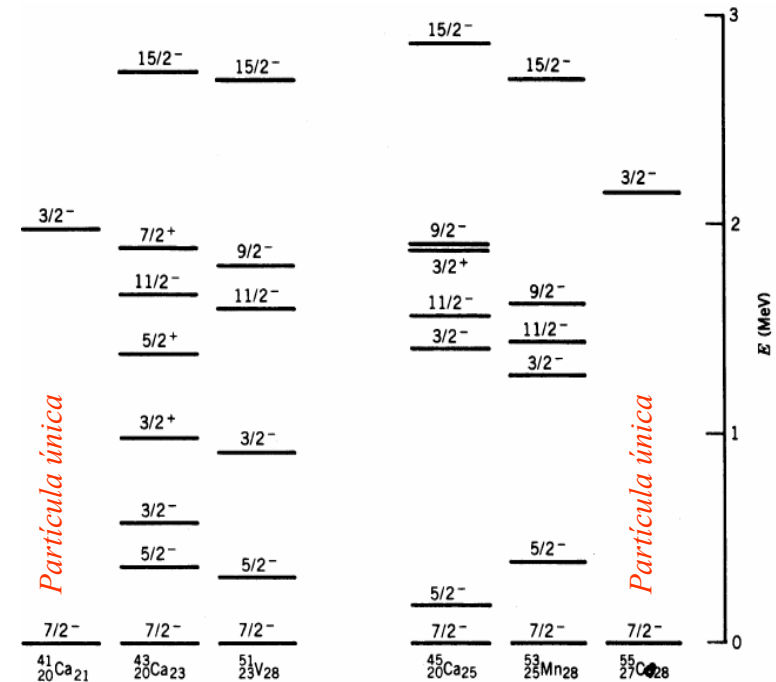
## Modelos Unificados. Introducción

- El modelo de capas para núcleos con  $A$  impar, y los colectivos para núcleos par - par son idealizaciones o casos extremos de los núcleos reales
- La estructura de los núcleos reales es una combinación de ambos tipos de movimientos:
  - colectivo
  - de partícula independiente⇒ **Modelos Unificados**
- Ejemplo: El efecto cooperativo de estados de partícula independiente (no sólo de los nucleones de valencia) puede resultar en núcleos permanentemente deformados
  - Este tipo de núcleos se han identificado en todas las regiones donde las áreas marcadas solapan con núcleos conocidos
- Dos tipos generales de modelos
  - Modelo de capas de muchas partículas (nucleones de valencia)
  - Estados de partícula única en núcleos deformados
- Son matemáticamente complejos (los ejemplos siguientes son a título de ilustración)



## Modelos Unificados. Modelo de capas de muchas partículas.

- Núcleos con varias partículas fuera de capas cerradas, por ejemplo,  ${}_{23}^{51}\text{V}_{28}$  y  ${}_{20}^{45}\text{Ca}_{25}$ , con configuraciones  $(l_j)^n = (f_{7/2})^3$  y  $(f_{7/2})^5$  respectivamente.
- Tienen un espectro energético complejo
- Los estados excitados de muy baja energía y paridad negativa (p.e. el  $5/2^-$ ) no pueden provenir de la excitación de un único nucleón (el primer estado  $5/2^-$  del modelo de capas es el  $2f_{5/2}$ )
- Pero sí del acoplamiento entre las tres partículas (o los tres huecos) con  $j_i = 7/2$
- La suma de momentos angulares y el principio de exclusión de Pauli restringen los valores del espín nuclear a :
 
$$J = 15/2, 11/2, 9/2, 7/2, 5/2, 3/2$$
- La paridad de tres partículas de paridad negativa será  $P=(-1)^3 \rightarrow P = -1$ .
- Se reproduce el espectro, si bien la diferencia de energías entre estos niveles hay que analizarla en términos de una *interacción residual* entre las partículas de valencia



## Modelos Unificados. Modelo de capas en núcleos deformados.

- El modelo de capas que hemos estudiado se basa en que el potencial nuclear es esférico y por tanto no depende de los ángulos,  $V_{nuclear} = V(r)$ .
- Esto no es necesariamente cierto para  $150 < A < 190$  y  $A > 230$ .

- Por lo tanto se modifica el potencial para incluir dicha dependencia.

- ***l y por tanto j no son buenos números cuánticos aunque la paridad si lo es.***

$$V(\vec{r}) = V_c(r) + V_{SO}(r) + V_{def}(r, \theta, \phi) = \frac{1}{2} \mu \omega^2 r^2 - \mu \omega^2 r^2 \Psi_{20}(\theta, \phi) + (SO)$$

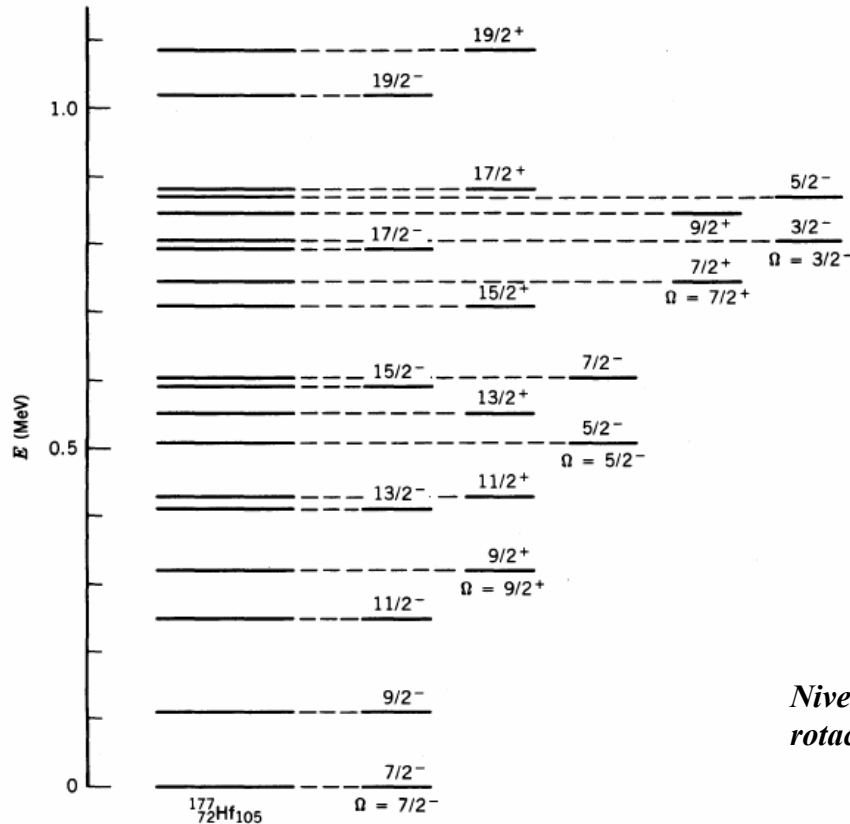
- Esto implica que las energías así obtenidas dependerán de su orientación espacial, y en particular de la proyección de  $J$  a lo largo del eje de simetría asociado a su orientación (análogo a la proyección  $J_z$  y  $m_z$ ) que denominaremos  $\Omega$ .

- *Por ejemplo, un núcleo  $f_{7/2}$  tiene 8 proyecciones diferentes, desde  $\Omega = -7/2$  a  $+7/2$ , todos ellos con paridad negativa.*

- Si el sistema es invariante bajo rotaciones entonces  $\pm\Omega$  darán lugar a los mismos estados (degeneración = 2 para cada valor de  $\Omega$ ).

- *Por lo tanto un núcleo  $f_{7/2}$  dará lugar a cuatro estados diferentes,  $\Omega=7/2^-$ ,  $\Omega=5/2^-$ ,  $\Omega=3/2^-$  y  $\Omega=1/2^-$ .*

- Cualquier estado, por ejemplo  $\Omega=5/2^-$ , será una combinación lineal de todos los  $j$  compatibles,  $j \geq 5/2$ , sin embargo como aproximación se supone que solo contribuirán los miembros de un única banda de oscilador (término radial = oscilador armónico).
  - $\Omega=5/2^-$  será combinación lineal de  $2f_{5/2}$ ,  $2f_{7/2}$ ,  $1h_{9/2}$  y  $1h_{11/2}$  ( $N=4$  y  $6$  tienen distinta paridad y  $N=3$  y  $7$  están muy lejos en energía como para acoplarse significativamente)



- Cada nivel de partícula independiente determinará el estado base de una banda rotacional. Esto implica que al hacer rotar dicho estado aparece un espectro rotacional con espaciado  $\Omega(\Omega+1)$  tal que  $\Omega_0 = J, \Omega+1, \Omega+2, \dots$

*Niveles de energía del  $^{177}\text{Hf}$ , donde se identifican dos bandas rotacionales, además de distintos estados de partícula individual*

- Para interpretar los niveles de partícula independiente observados se acude al diagrama de energías en función de la deformación del núcleo, y se van ocupando los niveles de la misma forma que en los núcleos esféricos.

- $^{171}\text{Hf} \rightarrow 2f_{7/2}$  y por tanto tiene cuatro niveles deformados distintos,  $\Omega=7/2, 5/2, 3/2, 1/2$ . Trazamos una línea y colocamos los nucleones, dos en cada nivel debido a su degeneración hasta completar los 7 (en este caso).

