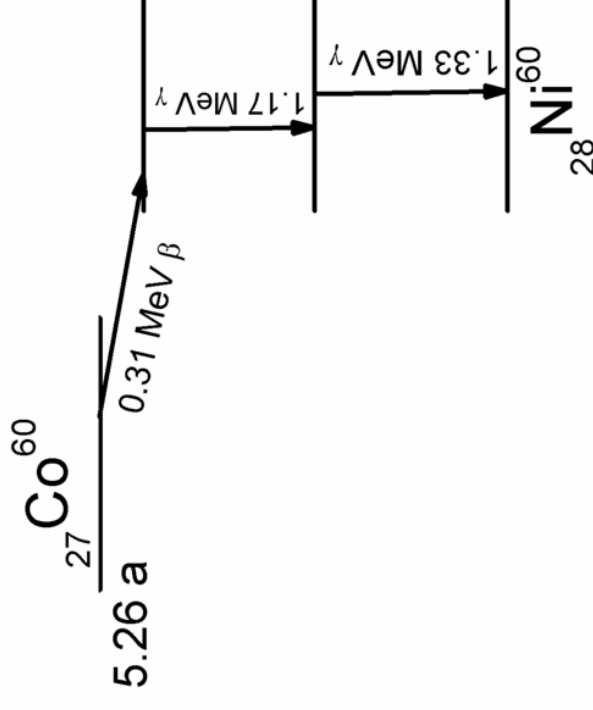


# Desintegración $\gamma$ .

- Introducción.
- Balance energético.
- Carácter multipolar de la radiación. Estimadores de Weisskopf.
- Estimadores de Weisskopf. Comparación teoría-experimento.
- Reglas de selección.
- Conversión interna.
- Espectroscopía  $\gamma$ . Vidas medias.
- Espectroscopía  $\gamma$ . Reglas de selección.
- Absorción resonante y efecto Mössbauer.



## Introducción

- La mayor parte de los decaimientos que hemos visto deja al núcleo final en un estado excitado. La forma más habitual de regresar al estado fundamental pasa por emitir la energía sobrante en forma de fotones, el **decaimiento  $\gamma$** .
- Rutherford bautizó con el nombre de rayos  $\gamma$  a la radiación eléctricamente neutra emitida por los materiales radiactivos. Pronto se comprobó que tenían las propiedades de rayos X muy energéticos y que eran parte del espectro electromagnético.
- El uso ha dado el significado de “rayos  $\gamma$ ” a los fotones asociados a los procesos nucleares o de partículas, mientras que el término “rayos X” se reserva para procesos atómicos. Los fotones  $\gamma$  tienen energías típicas del orden de 0.1-10 MeV, características de la diferencia de energías entre los niveles nucleares. Los rayos X por otra parte tienen energías del orden de decenas de keV.
- El estudio de las emisiones  $\gamma$  es la técnica estándar de la espectroscopia nuclear, especialmente después de la introducción de los detectores de estado sólido (Ge), altamente eficientes y con muy buena resolución energética ( $\approx 0.1\%$ )
  - Facilidad de observación: atenuación y dispersión en aire despreciable
  - Carácter monoenergético  $\Rightarrow$  fotones directamente asociados a estados nucleares
  - Permite la deducción de espines y paridades
- El rango de vidas medias electromagnéticas es muy grande,  $10^{-19}$  a  $10^3$  s. Valores típicos:  $10^{-9}$  s

## Balance energético.

- Aplicando conservación de energía-momento entre los estados iniciales y finales se obtiene:



$$\left. \begin{aligned} E_i({}^A_Z X_N^*) &= E_f({}^A_Z X_N) + T_R + E_\gamma \\ 0 &= \vec{P}_f + \vec{P}_\gamma \quad |\vec{P}_\gamma| = E_\gamma/c \end{aligned} \right\} \rightarrow T_R = \frac{|\vec{P}_f|^2}{2M} = \frac{|\vec{P}_\gamma|^2}{2M} = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}$$

$$\Delta E = E_i({}^A_Z X_N^*) - E_f({}^A_Z X_N) = T_R + E_\gamma = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} + E_\gamma$$

⇓

$$E_\gamma = Mc^2 \left\{ -1 \pm \sqrt{1 + 2 \frac{\Delta E}{Mc^2}} \right\} \approx Mc^2 \left\{ -1 + \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta E}{Mc^2} - \frac{1}{4} \frac{1}{2!} \left( 2 \frac{\Delta E}{Mc^2} \right)^2 + \dots \right) \right\} \approx \Delta E - \frac{(\Delta E)^2}{2Mc^2}$$

Salvo en el caso de la absorción resonante nuclear (efecto Mössbauer) el retroceso será despreciable, luego  $E_\gamma \approx \Delta E$

## Carácter multipolar de la radiación. Estimadores de Weiskopf

- El carácter multipolar de la radiación se ha discutido en profundidad en temas anteriores y en la asignatura *Electromagnetismo I*, por lo que a continuación únicamente repasaremos sus principales propiedades.
- Las distribuciones espaciales de cargas y corrientes variables en el tiempo dan lugar a campos eléctricos y magnéticos que se pueden analizar en términos de multipolos:

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{L=0}^{\infty} \sum_{m=-L}^L \frac{4\pi}{2L+1} Q_{lm} \frac{Y_{Lm}(\theta, \varphi)}{r^{L+1}} \quad Q_{Lm} = \int Y_{Lm}^*(\theta, \varphi) \rho(\vec{r}) r^L d\vec{r}$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}' = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{L=0}^{\infty} \sum_{m=-L}^L \frac{4\pi}{2L+1} \vec{m}_{lm} \frac{Y_{Lm}(\theta, \varphi)}{r^{L+1}} \quad \vec{m}_{Lm} = \int Y_{Lm}^*(\theta, \varphi) \vec{J}(\vec{r}) r^L d\vec{r}$$

- $L = 0$ : Monopolar. No produce radiación.
- $L = 1$ : Dipolo. Genera las radiaciones dipolar eléctrica E1 y dipolar magnética M1.
- ... etc ....
- El término  $L$  de polaridad  $2^L$  produce las radiaciones EL y ML.

- La radiación así emitida tendrá una distribución angular que dependerá del valor de  $L$  a través de los polinomios de Legendre,  $P_{2L}(\cos \theta)$ .

- La paridad del campo de radiación vendrá dada por:

- $P(ML) = (-1)^{L+1}$

- $P(EL) = (-1)^L$

- La potencia radiada será

$$P(XL) = \frac{2(L+1)c}{\epsilon_0 L [(2L+1)!]^2} \left( \frac{\omega}{c} \right)^{2L+2} \{m(XL)\}^2$$

donde:

- $X$  representa E o M.

- $\omega$  es la frecuencia angular de la dependencia temporal de la oscilación de la carga eléctrica.

- $m(XL)$  es la amplitud del momento multipolar eléctrico o magnético.

- Con el objetivo de cuantizar el campo de radiación se debe reemplazar los momentos multipolares por operadores multipolares. Dichos operadores se caracterizan por pasar de un estado nuclear inicial a uno final creando un fotón de la energía, paridad y multipolaridad adecuada.

$$m_{\beta}(XL) = \int \psi_f^* m(XL) \psi_i d\vec{r}$$

- A partir de la expresión de la potencia radiada (energía radiada por unidad de tiempo) se obtiene la probabilidad por unidad de tiempo de emisión de un fotón de energía  $\hbar\omega$

$$\lambda(XL) = \frac{P(XL)}{\hbar\omega} = \frac{2(L+1)}{\varepsilon_0 \hbar L [(2L+1)!]^2} \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2L+1} |m_{fi}(XL)|^2$$

- Supongamos que los estados inicial y final corresponden a dos estados de protón individual en el modelo de capas con  $J$  bien definido y la función de ondas es simplemente una función uniforme. Es radical pero lleva a expresiones simples.

- En el caso de transiciones eléctricas el operador multipolar incluye un término proporcional a  $r^L$ , luego la parte radial de  $m_{fi}$  vendrá dada por:
$$\frac{\int_0^R r^2 r^L dr}{\int_0^R r^2 dr} = \frac{3}{L+3} R^L$$

- Por lo tanto, tras aplicar simetría esférica, obtenemos:

$$\lambda(EL) = \frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!]^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c}\right)^{2L+1} \left(\frac{E}{\hbar c}\right)^{2L+1} \left(\frac{3}{3+L}\right)^2 cR^{2L}$$

- En el caso de transiciones magnéticas el término es  $r^{L-1}$  y por tanto la parte radial será proporcional a:
$$\frac{\int_0^R r^2 r^{L-1} dr}{\int_0^R r^2 dr} = \frac{3}{L+2} R^{L-1}$$
- Y la probabilidad de transición ( $\mu_p$  es el momento magnético nuclear)

$$\lambda(ML) = \frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!]^2} \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c}\right) \left(\mu_p - \frac{1}{L+1}\right)^2 \left(\frac{E}{\hbar c}\right)^{2L+1} \left(\frac{3}{2+L}\right)^2 cR^{2L-2}$$

- Tomando  $R = R_0 A^{1/3}$  y  $[\mu_p - 1 / (L + 1)]^2 \approx 10$  obtenemos, los estimadores de Weisskopf,  $\lambda(s^{-1})$  y  $E(\text{MeV})$ .

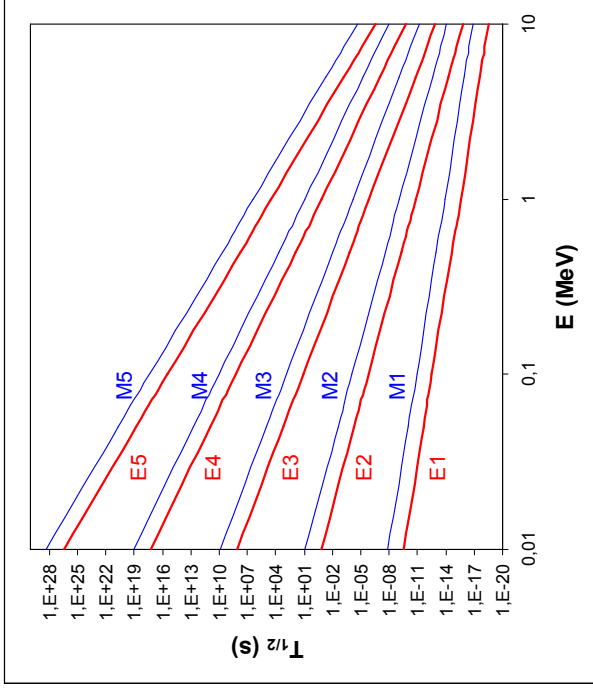
$$\lambda(E1) = 1,0 \cdot 10^{14} A^{2/3} E_\gamma^3 \quad \lambda(M1) = 5,6 \cdot 10^{13} E_\gamma^3$$

$$\lambda(E2) = 7,3 \cdot 10^7 A^{4/3} E_\gamma^5 \quad \lambda(M2) = 3,5 \cdot 10^7 A^{2/3} E_\gamma^5$$

$$\lambda(E3) = 34 A^7 E_\gamma^7 \quad \lambda(M3) = 16 A^{4/3} E_\gamma^7$$

$$\lambda(E4) = 1,1 \cdot 10^{-3} A^{8/3} E_\gamma^9 \quad \lambda(M4) = 4,5 \cdot 10^{-6} A^2 E_\gamma^9$$

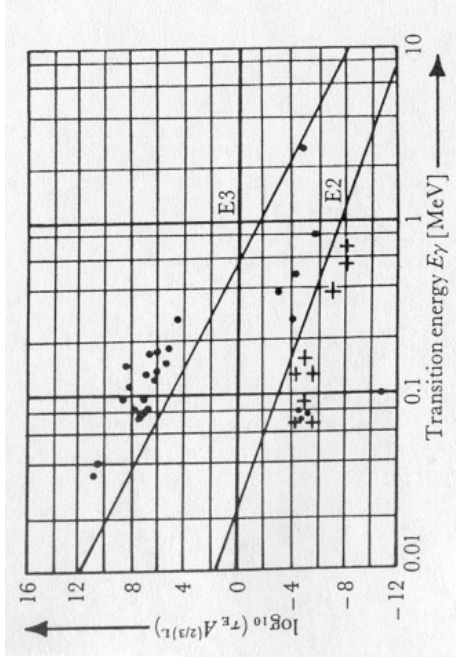
$$\lambda(M5) = 7,4 \cdot 10^{-13} A^{8/3} E_\gamma^{11}$$



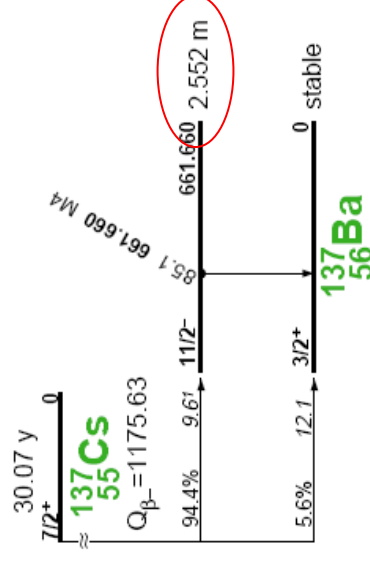
- No hay que olvidar que los estimadores de Weisskopf no son cálculos teóricos exactos que se puedan comparar sin más con los datos experimentales
  - Han sido obtenidos a partir del modelo de capas de partícula individual
  - Solo permiten comparaciones relativas “razonables” de las tasas de transición
  - Que el estimador sea mucho menor que el valor medido podría deberse a que la diferencia entre las funciones de onda nucleares están ralentizando el proceso. Por el contrario, el valor medido podría ser mucho mayor si hubiera más de un protón contribuyendo a la transición (efectos colectivos)

## Estimadores de Weisskopf. Comparación Teoría – Experimento.

- La tendencia más común es que las probabilidades sean menores (vidas medias mayores) que las experimentales (vease la gráfica de las transiciones E3).
- El caso de las transiciones E2 es notable:
  - Las vidas medias experimentales son sistemáticamente menores que las predichas por los estimadores  $\Rightarrow$  evidencia de contribución de más de un protón al proceso
  - La razón estriba en que este tipo de transiciones son típicas entre los estados rotacionales o vibracionales,  $4^+ \rightarrow 2^+ \rightarrow 0^+$ .
  - Consiguientemente dichas diferencias se pueden achacar al carácter colectivo de los estados, por lo que la probabilidad de transición entre ellos es mayor que la predicha por los estimadores basados en la teoría de partícula individual.



- Isómeros.
  - Se trata de estados con vidas medias anormalmente grandes (>1 s)
  - Suelen representarse con una “m” en el exponentes,  $^{137m}_{56}\text{Ba}$ .





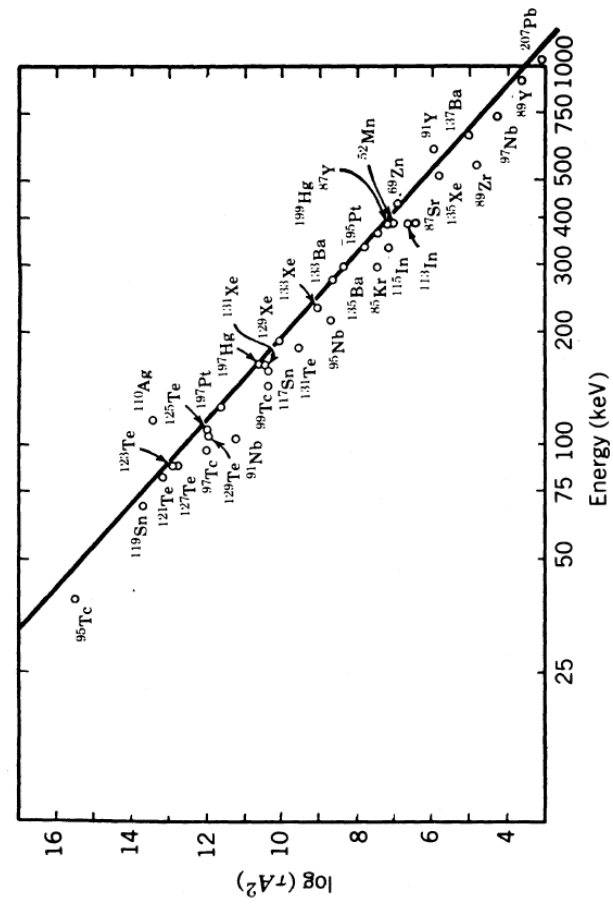
- La razón de sus elevadas vidas medias (bajas probabilidades de transición) es el hecho de que sólo puedan darse a partir de multipolaridades altas.
- Estas transiciones de alta multipolaridad puede entenderse en términos del modelo de capas ya que la reorganización de los niveles de cada capa para dar lugar a los números mágicos ocasiona que existan niveles de momento angular alto próximos a otros de momento angular bajo y de paridad distinta

$$\left. \begin{array}{l} N \leq 50 \\ Z \leq 50 \end{array} \right\} \rightarrow 1g_{9/2}(l=4) - 2p_{1/2}(l=1)$$

$$\left. \begin{array}{l} N \leq 82 \\ Z \leq 82 \end{array} \right\} \rightarrow 1h_{11/2}(l=5) - [3s_{1/2}(l=0) - 2d_{3/2}(l=2)]$$

$$\left. \begin{array}{l} N \leq 126 \\ Z \leq 126 \end{array} \right\} \rightarrow 1i_{13/2}(l=6) - [3p_{1/2}(l=1) - 2p_{3/2}(l=1)]$$

- Muchas de estas transiciones son de tipo M4, para las que el acuerdo entre los estimadores de Weisskopf y las medidas experimentales es excelente



*Comparación con los datos experimentales: Transiciones M4*

## Reglas de selección

- Un fotón correspondiente a una radiación  $2^L$  polar transporta un momento angular  $L$ , por lo tanto
$$\vec{J}_i = \vec{L} + \vec{J}_f \rightarrow |J_i - J_f| \leq L \leq J_i + J_f \quad L \neq 0$$
- La paridad se conserva, luego:
  - La paridad inicial es igual a la paridad final,  $\Delta P = +1 \rightarrow \text{EL(L par)} \text{ y ML(L impar)}$
  - La paridad inicial es distinta a la paridad final,  $\Delta P = -1 \rightarrow \text{EL(L impar)} \text{ y ML(L par)}$
- Casos particulares de interes:
  - $0 \rightarrow J_f \text{ ó } J_i \rightarrow 0 : L=J$ , sólo contribuye un multipolo.
  - $0 \rightarrow 0$  : Transición  $\gamma$  prohibida, por lo que sólo podrá darse a través de un proceso de Conversión Interna.

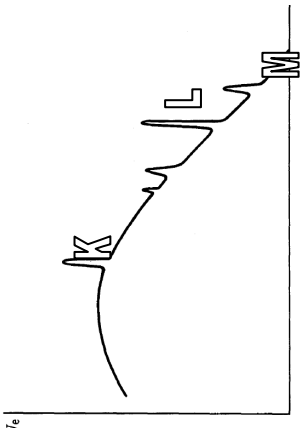
- Las reglas de selección dan distintos posibles valores de  $L$ , permitiendo la contribución de distintos multipolos. Por ello podemos usar los estimadores de Weisskopf para estimar la contribución relativa de los distintos multipolos permitidos

- En general:
  - Dominan los multipolos permitidos de menor orden  $\frac{\lambda(EL+1)}{\lambda(EL)} \approx \frac{\lambda(M L+1)}{\lambda(M L)} \approx 10^{-5}$
  - Para un mismo orden, la radiación eléctrica domina sobre la magnética  $\frac{\lambda(EL)}{\lambda(M L)} \approx 10^2$

- Combinando:  $\frac{\lambda(E_{L+1})}{\lambda(M_L)} \approx 10^{-3}$  ( $E_{L+1}$  compite con  $M_L$ )  
 $\frac{\lambda(M_{L+1})}{\lambda(E_L)} \approx 10^{-7}$  ( $M_{L+1}$  no compite con  $E_L$ )

- No obstante las propiedades de los estados nucleares pueden modificar estas estimaciones en varios órdenes de magnitud
- En transiciones entre estados colectivos puede ocurrir:  $\lambda(E_2) > \lambda(M_1)$
- Ejemplos:
  - $3/2^+ \rightarrow 5/2^+$ 
    - No existe cambio de paridad y  $|3/2-5/2| = 1 \leq L \leq 3/2+5/2 = 4$ .
    - Por lo tanto sólo puede ser M1, E2, M3 y E4.
    - Si tomamos  $A = 125$  y  $E = 1 \text{ MeV}$  tenemos que
 
$$\begin{cases} \lambda(M_1) \div \lambda(E_2) & \div \lambda(M_3) \div \lambda(E_4) \\ 1 & 1,4 \cdot 10^{-3} & 2,1 \cdot 10^{-10} & 1,3 \cdot 10^{-13} \end{cases}$$
    - Luego será M1 con una pequeña contribución E2.
  - $3/2^+ \rightarrow 5/2^-$ 
    - Existe cambio de paridad y  $|3/2-5/2| = 1 \leq L \leq 3/2+5/2 = 4$ .
    - Por lo tanto sólo puede ser E1, M2, E3 y M4.
    - Si tomamos  $A = 125$  y  $E = 1 \text{ MeV}$  tenemos que
 
$$\begin{cases} \lambda(E_1) \div \lambda(M_2) \div \lambda(E_3) \div \lambda(M_4) \\ 1 & 2,3 \cdot 10^{-7} & 2,1 \cdot 10^{-10} & 1,3 \cdot 10^{-17} \end{cases}$$
    - Luego contribuirá únicamente E1.

## Conversión interna

- Proceso electromagnético, similar a la desintegración  $\gamma$
  - Los campos e.m. multipolares del núcleo interaccionan con un  $e^-$  es emitido con una energía cinética. No se emite fotón  $\gamma$
- 
- $$X^* \rightarrow X + e^- \quad T_e = \Delta E - B_e$$

- $\Delta E = E_i - E_f$ : energía de la transición e.m. nuclear
- $B_e$ : energía de enlace del electrón atómico

- No hay que confundir este proceso con el efecto fotoeléctrico interno, que sería un proceso en dos pasos (emisión radiativa + efecto fotoeléctrico)
- Presenta un espectro discreto de energía con picos asociados a las capas (K, L, M, ...) de las que se ha arrancado el electrón
  - Se superpone al espectro continuo de la desintegración  $\beta$  (si existe)
  - Al proceso de conversión interna le sigue la emisión de rayos X característicos
- La probabilidad de desintegración total de un estado será  $\lambda_T = \lambda_\gamma + \lambda_{CI}$
- Se define el coeficiente de conversión interna que expresa la probabilidad de la emisión de electrones de conversión interna relativa a la emisión  $\gamma$

$$\alpha = \frac{\lambda_{CI}}{\lambda_\gamma} \rightarrow \lambda_T = \lambda_\gamma (1 + \alpha)$$

- Se pueden definir coeficientes de conversión parciales correspondientes a cada capa o subcapa atómica:

$$\alpha = \alpha_K + \alpha_L + \alpha_M + \dots$$

- El cálculo de los valores de  $\alpha$  es demasiado complejo, sin embargo hay varios detalles importantes a tener en cuenta:

- El proceso es electromagnético. Por lo tanto el elemento de matriz es el mismo que en el caso del decaimiento  $\gamma$  con las siguientes diferencias en las funciones de onda iniciales y finales.

$$\left. \begin{aligned} \psi_i &= \psi_{i,N} \psi_{i,e} \\ \psi_f &= \psi_{f,N} \psi_{f,e} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \psi_i &= \psi_{i,N} \psi_{i,e}(0) \\ \psi_f &= \psi_{f,N} e^{ik\vec{r}_e} \end{aligned} \right.$$

- La parte nuclear del elemento de matriz nuclear es idéntico al de los procesos radiativos

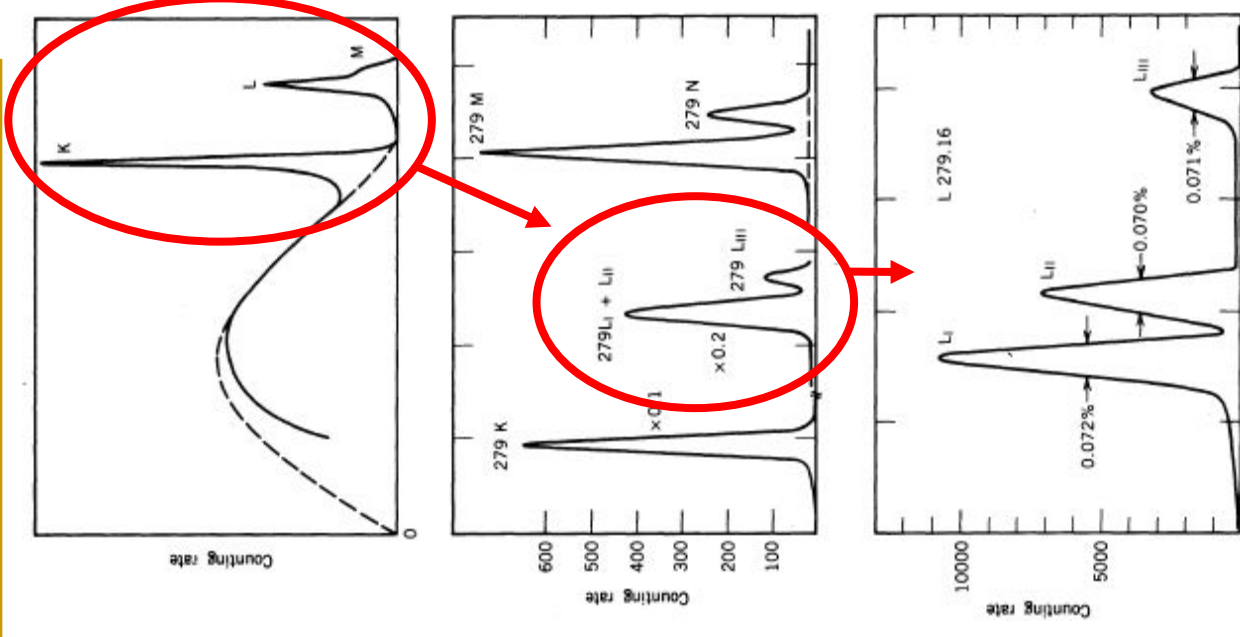
$$\lambda_\gamma(XL) \propto |m_{fi}(XL)|^2$$

$$\lambda_{CE}(XL) \propto |m_{fi}(XL)|^2$$

$\Rightarrow \alpha$  es independiente de los detalles de la estructura nuclear.

- Las reglas de selección del proceso de CI son las mismas que las del decaimiento  $\gamma$  con una salvedad importante:

- Los decaimientos  $0 \rightarrow 0$  están permitidos.
- No se ha medido  $0 \rightarrow 0$  con cambio de paridad



- El cálculo semiclásico (no relativista) da:

$$\alpha(EL) \cong \frac{Z^3}{n^3} \frac{L}{L+1} \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \right)^4 \left( \frac{2m_e c^2}{E} \right)^{L+\frac{1}{2}}$$

$$\alpha(ML) \cong \frac{Z^3}{n^3} \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \right)^4 \left( \frac{2m_e c^2}{E} \right)^{L+\frac{3}{2}}$$

- $Z$ : número atómico del átomo en el que tiene lugar
- $n$ : número cuántico principal de la función de onda del electrón ( $n = 1, 2, 3, \dots$  para las capas atómicas K, L, M, ...)
- Se observa que la CI:
  - Es más importante para núcleos pesados:  $\alpha \propto Z^3$
  - Disminuye rápidamente con la energía:  $\alpha(EL) \propto (1/E)^{L+5/2}$ ,  $\alpha(EL) \propto (1/E)^{L+3/2}$
  - Aumenta rápidamente con  $L \Rightarrow$  C.I. puede ser más probable que la emisión  $\gamma$  para multipolaridades altas
  - Disminuye rápidamente al aumentar la capa atómica:  $\alpha \propto 1/n^3 \rightarrow \alpha_K / \alpha_L = 8$

Si se consideran las funciones de onda electrónicas realistas en vez de ondas planas, el valor del cociente  $\alpha_K/\alpha_L$  varía considerablemente. Los valores experimentales están comprendidos entre 3-6
- La diferente dependencia de  $\alpha$  para transiciones EL y ML puede utilizarse para determinar el tipo y orden multipolar



- Los coeficientes de CI están amplia y exhaustivamente tabulados (tablas y gráficas)

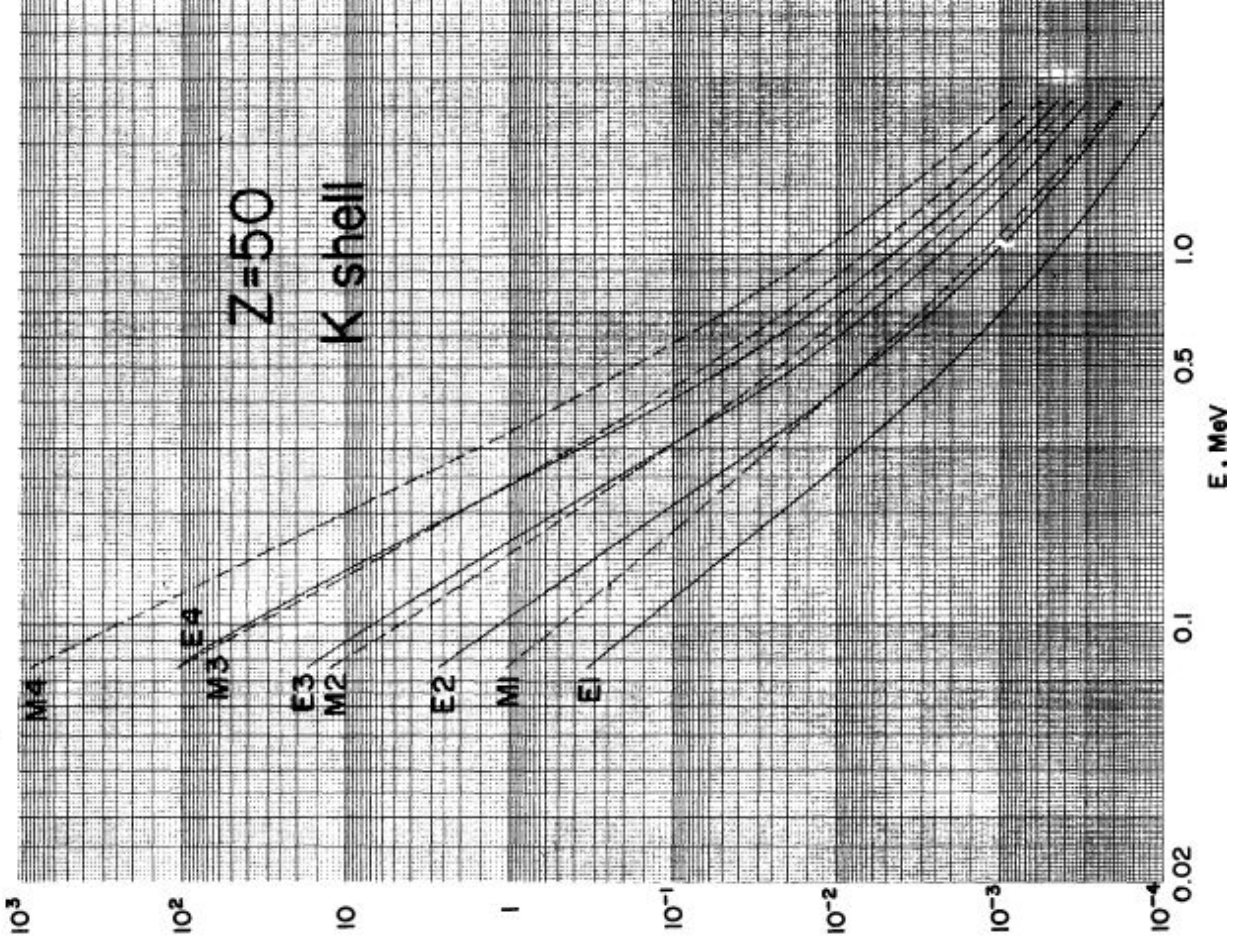
- Ejemplos numéricos:

$$\alpha_K(^{22}\text{Ne}) = 6.8 \times 10^{-6}$$

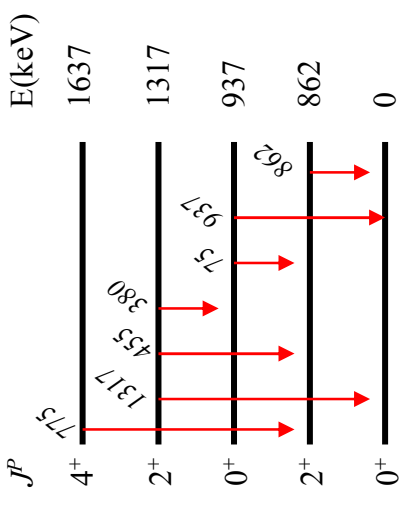
$$\alpha_K(^{182}\text{W}) = 2.5 \times 10^{-3}$$

$$\alpha_{K,M1}(^{99}\text{Tc}) = 0.10$$

$$\alpha_{K,M4}(^{99}\text{Tc}) = 30$$



## Espectroscopía $\gamma$ . Vidas medias.



- Estudiamos el caso del Selenio-72.
- La semivida total del estado de energía 1317 keV es 10.0 ps. La probabilidad total de transición será:

$$\lambda_t = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{10 \times 10^{-12} \text{ s}} = 6.93 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

- Este estado se desintegra mediante 3 transiciones, por tanto:
 
$$\lambda_t = \lambda_{\gamma,1317} + \lambda_{\gamma,455} + \lambda_{\gamma,380} = \lambda_{\gamma,1317} (1 + \alpha_{1317}) + \lambda_{\gamma,455} (1 + \alpha_{455}) + \lambda_{\gamma,380} (1 + \alpha_{380})$$
- Los coeficientes de conversión interna están tabulados, pero en este caso son despreciables ( $<0.01$ ). Por tanto:

$$\lambda_t = \lambda_{\gamma,1317} + \lambda_{\gamma,455} + \lambda_{\gamma,380}$$

- Las intensidades relativas de los tres fotones medidas experimentalmente son:

$$\lambda_{\gamma,1317} : \lambda_{\gamma,455} : \lambda_{\gamma,380} = 51 : 39 : 10$$

- Y obtenemos las ctes de desintegración parciales y los estimadores de Weisskopf en cada caso:
 
$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{\gamma,1317} = 0.51 \lambda_t = 3.5 \times 10^{10} \text{ s}^{-1} \\ \lambda_{\gamma,455} = 0.39 \lambda_t = 2.7 \times 10^{10} \text{ s}^{-1} \\ \lambda_{\gamma,380} = 0.10 \lambda_t = 0.7 \times 10^{10} \text{ s}^{-1} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \lambda_{E2,1317} = 8.7 \times 10^{10} \text{ s}^{-1} \\ \lambda_{E2,455} = 4.3 \times 10^8 \text{ s}^{-1} \\ \lambda_{E2,380} = 1.7 \times 10^8 \text{ s}^{-1} \end{array} \right.$$



- La transición del estado de 937 keV (17.5 ns) se manipula de modo análogo, teniendo en cuenta que la transición de 937 keV es tipo E0:

$$\lambda_i = \lambda_{t,937} + \lambda_{t,75} = \lambda_{e,937} + \lambda_{\gamma,75}(1 + \alpha_{75})$$

- Experimentalmente ([www.nndc.bnl.gov/hsicc/](http://www.nndc.bnl.gov/hsicc/)) se tiene que  $\alpha_{75} = 3.427$  y que

$$\lambda_{\gamma,75} \div \lambda_{CI,937} = 73 \div 27 \quad \lambda_i = \frac{\ln 2}{17.5 \text{ ns}} = 4.0 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$$

- Por tanto:

$$\lambda_T = \lambda_{CI,937} \left( 1 + 3.427 \frac{73}{27} \right) = 10.26 \cdot \lambda_{CI,937} \rightarrow \lambda_{CI,937} = 0.0974 \cdot \lambda_T = 3.90 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda_T = \lambda_{\gamma,75} \left( 3.427 + \frac{27}{73} \right) = 3.80 \cdot \lambda_{\gamma,75} \rightarrow \lambda_{\gamma,75} = 0.2634 \cdot \lambda_T = 1.06 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$$

- Finalmente, para la transición de 862 keV ( $\alpha_{862} = 0.000543$  y por tanto despreciable) :

$$\lambda_{\gamma,862} = \frac{\ln 2}{3.0 \text{ ps}} = 2.3 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}$$

- Los estimadores de Weisskopf predicen:

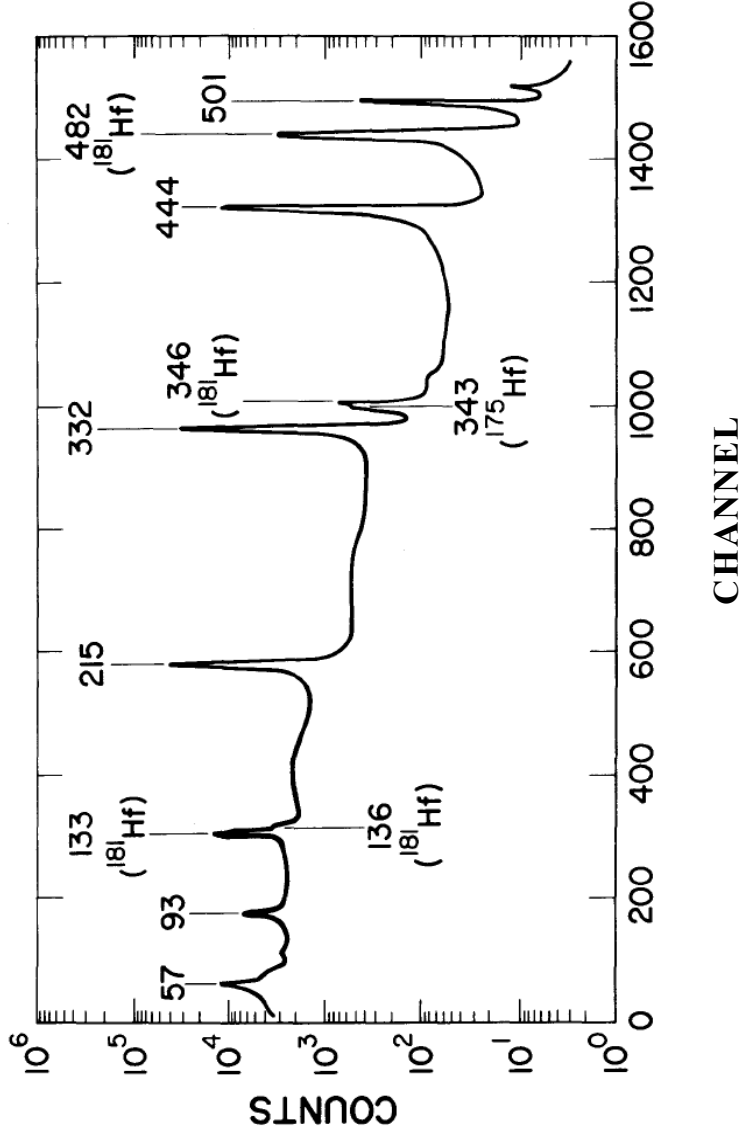
$$\begin{cases} \lambda_{E2,75} = 5.2 \times 10^4 \text{ s}^{-1} \\ \lambda_{E2,862} = 1.0 \times 10^{10} \text{ s}^{-1} \end{cases}$$

## Espectroscopía $\gamma$ . Reglas de selección.

- La espectroscopía  $\gamma$  es la técnica más directa, precisa y usualmente la más sencilla para la obtención de la estructura nuclear de niveles excitado:
  - Buena resolución energética ( $\sim 2$  keV) con buena precisión (típicamente de unos pocos eV, y en algunas ocasiones más de un orden de magnitud por debajo), consecuencia de la buena eficiencia
- La información que suministra la espectroscopía  $\gamma$  es múltiple:
  - El espectro de rayos  $\gamma$ : energías e intensidades de las transiciones
  - Coincidencias entre picos  $\gamma$ : permite determinar la secuencia de estados excitados
  - Coeficientes de conversión interna: su valor depende del carácter de la radiación y de los espines y paridades relativos de los estados inicial y final
  - Distribuciones angulares y correlaciones angulares: la multipolaridad de la radiación depende de los espines y paridades relativos de los estados involucrados
  - Vidas medias: permiten conocer las probabilidades absolutas de transición

■ Como ejemplo estudiamos el caso del isómero  $^{180m}\text{Hf}$

- El estado isómero del  $^{180}\text{Hf}$  es uno de los de más larga vida conocidos ( $T_{1/2} = 5.5 \text{ h}$ ).
- El núcleo se produce por activación neutrónica, por lo que en la muestra aparecen otros isótopos de Hf.
- El espectro  $\gamma$  muestra algunos picos correspondientes a esos otros isótopos (indicados)



- Los fotopicos y sus áreas nos dan la información de las transiciones radiativas que tenemos y de sus intensidades

- Energías e intensidades relativas de los transiciones  $\gamma$ , y coeficientes de conversión, tanto los medidos experimentalmente (a partir del espectro de electrones) como los calculados teóricamente

	Transition Energy (keV)	Relative $\gamma$ Intensity	Conversion Coefficient	
			Experiment (atomic shell)	Theory (multipole)
$\gamma_1$	57.5	$51.3 \pm 1.2$	$0.430 \pm 0.029$ (L)	0.452 (E1)
			$0.083 \pm 0.007$ (M)	0.105 (E1)
			$0.023 \pm 0.004$ (N + ...)	0.031 (E1)
$\gamma_2$	93.3	$17.6 \pm 0.4$	$\equiv 1.10$ (K)	1.10 (E2)
			$3.13 \pm 0.19$ (L)	2.72 (E2)
			$0.91 \pm 0.11$ (M + ...)	0.85 (E2)
$\gamma_3$	215.3	$86.2 \pm 0.8$	$0.123 \pm 0.009$ (K)	0.14 (E2)
			$0.077 \pm 0.011$ (L)	0.071 (E2)
$\gamma_4$	332.3	$\equiv 100.0 \pm 1.0$	$0.038 \pm 0.003$ (K)	0.042 (E2)
			$0.015 \pm 0.002$ (L)	0.013 (E2)
$\gamma_5$	443.2	$87.7 \pm 1.6$	$0.0189 \pm 0.0017$ (K)	0.020 (E2)
			$0.0044 \pm 0.0007$ (L)	0.005 (E2)
$\gamma_6$	500.7	$15.4 \pm 0.4$	$0.037 \pm 0.012$ (K)	0.124 (M2), 0.038 (E3)
			$0.016 \pm 0.005$ (L)	0.062 (M2), 0.016 (E3)

□ El valor de los coeficientes de conversión sugieren que las transiciones:

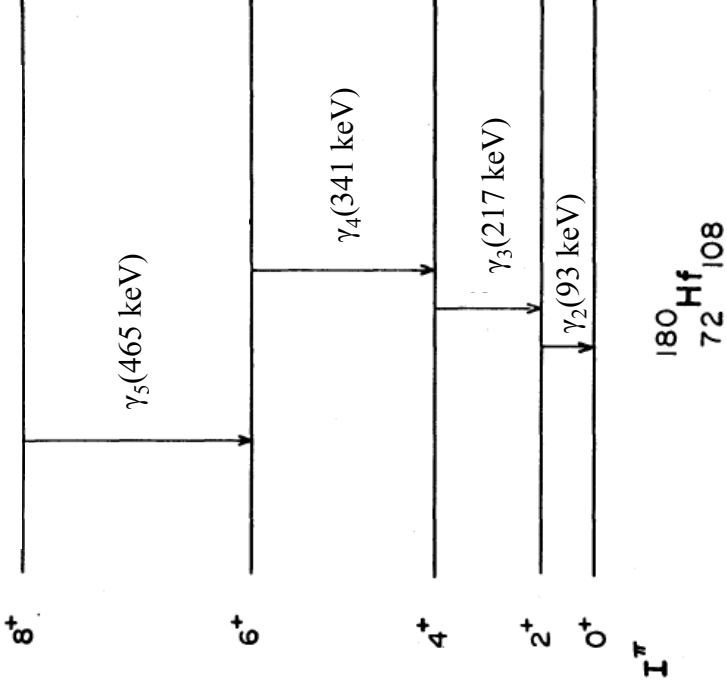
- $\gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$  y  $\gamma_5$  tienen multipolaridad E2
- $\gamma_1$  tiene multipolaridad E1
- $\gamma_6$  tienen multipolaridad E3

□  $^{180}\text{Hf}$  es un núcleo par-par

- Su estado fundamental es  $0^+$
- Los primeros estados excitados pueden formar parte de una banda rotacional con espines  $2^+, 4^+, 6^+, 8^+$ , con energías con espaciado proporcional a  $\Omega(\Omega+1)$
- Su primer estado excitado se ha identificado que está a 93 keV

$$\begin{aligned}
 E(2^+) &= 93 \text{ keV} \\
 E(4^+) &= \frac{4(4+1)}{2(2+1)} E(2^+) = \frac{10}{3} \times 93 \text{ keV} = 310 \text{ keV} \\
 E(6^+) &= \frac{6(6+1)}{2(2+1)} E(2^+) = 7 \times 93 \text{ keV} = 651 \text{ keV} \\
 E(8^+) &= \frac{8(8+1)}{2(2+1)} E(2^+) = 12 \times 93 \text{ keV} = 1116 \text{ keV}
 \end{aligned}
 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
 E(2^+) - E(0^+) &= 93 \text{ keV} && \Rightarrow \gamma_2 && \text{E2} \\
 E(4^+) - E(2^+) &= 310 - 93 = 217 \text{ keV} && \Rightarrow \gamma_3 && \text{E2} \\
 E(6^+) - E(4^+) &= 651 - 310 = 341 \text{ keV} && \Rightarrow \gamma_4 && \text{E2} \\
 E(8^+) - E(6^+) &= 1116 - 651 = 465 \text{ keV} && \Rightarrow \gamma_5 && \text{E2}
 \end{aligned}$$



□ El que  $E(\gamma_1) + E(\gamma_5) = 57.5 + 443.2 = 500.7 = E(\gamma_6)$  implica que habrá un nivel por

encima del  $8^+$  que emite  $\gamma_1$  y  $\gamma_5$

□ La paridad del estado de 501 keV tiene que ser negativa ya que las dos transiciones son eléctricas, con  $L$  impar, con estados finales de paridad positiva

□ El espín del estado de 501 keV es:

$$\left. \begin{array}{l} J^P(501 \text{ keV}) \xrightarrow{\gamma_6(E3)} 6^+ \\ J^P(501 \text{ keV}) \xrightarrow{\gamma_1(E1)} 8^+ \xrightarrow{\gamma_5(E2)} 6^+ \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} J^P = 3, \dots, 9 \\ J^P = 7, 8, 9 \end{array} \right\} \Rightarrow J^P = 7, 8, 9$$

- La opción 9- se elimina por medidas de correlación angular, que indican que la transición tiene una pequeña (3%) componente M2, que la sensibilidad de los coeficientes de conversión no permiten revelar.
- La opción 7- se excluye, ya que si existiera la transición al estado  $6^+$  sería de tipo E1 en lugar de E3.

□ Calculemos las intensidades totales de las transiciones:  $I_T = I_\gamma(1 + \alpha)$

$$I_T(\gamma_1) = 51.3 \times (1 + 0.652) = 84.7 \pm 3.2$$

$$I_T(\gamma_2) = 17.6 \times (1 + 1.10 + 3.13 + 0.91) = 108.1 \pm 4.8$$

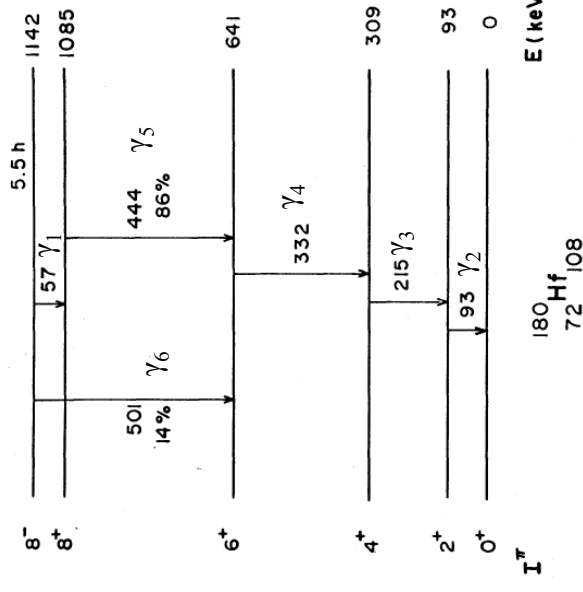
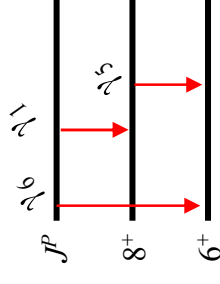
$$I_T(\gamma_3) = 86.2 \times (1 + 0.123 + 0.077) = 103.4 \pm 1.0$$

$$I_T(\gamma_4) = 100 \times (1 + 0.038 + 0.015) = 105.3 \pm 1.1$$

$$I_T(\gamma_5) = 87.7 \times (1 + 0.0189 + 0.0044) = 89.7 \pm 1.6$$

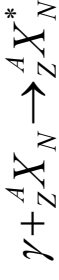
$$I_T(\gamma_6) = 15.4 \times (1 + 0.037 + 0.016) = 16.2 \pm 0.4$$

□  $I_T(\gamma_2) \approx I_T(\gamma_3)$  y  $I_T(\gamma_1) \approx I_T(\gamma_5)$  lo cual confirma la existencia de cascadas de decaimientos. Además  $I_T(\gamma_1) + I_T(\gamma_2) \approx I_T(\gamma_4)$ , todas las formas de poblar  $6^+$  a partir de  $8^-$  decaen a través de  $\gamma_4$ .



## Absorción resonante y efecto Mössbauer.

- Se trata del proceso inverso al decaimiento  $\gamma$ . Un estado absorbe un fotón y se transforma en un estado excitado de energía  $E_f$ .



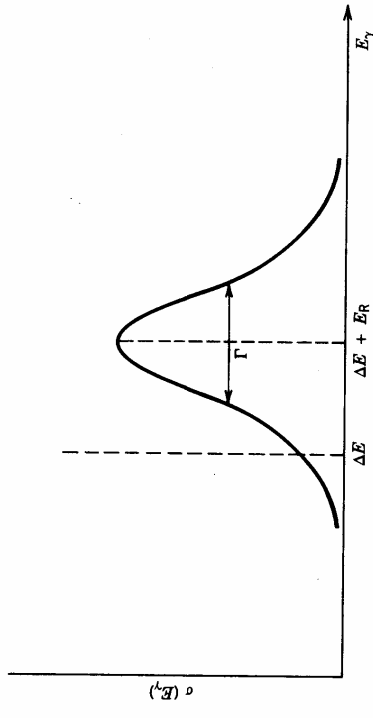
$$E_\gamma + E_i({}^A_Z X_N) = E_f({}^A_Z X_N^*) + T_R \left. \begin{array}{l} \rightarrow T_R = \frac{|\vec{P}_f|^2}{2M} = \frac{|\vec{P}_\gamma|^2}{2M} = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} \rightarrow \Delta E = E_\gamma - T_R = E_\gamma - \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} \\ \vec{P}_\gamma = \vec{P}_f \quad |\vec{P}_\gamma| = \frac{E_\gamma}{c} \end{array} \right\}$$

- La sección eficaz de absorción de un fotón es  $\sigma_0 = 2\pi \left(\frac{\hbar c}{E_\gamma}\right)^2 \left(\frac{2J_f + 1}{2J_i + 1}\right) \left(\frac{1}{1 + \alpha}\right)$
- El estado excitado tiene una vida media, por lo que se le asocia una anchura intrínseca y eso modifica la expresión de la sección eficaz,

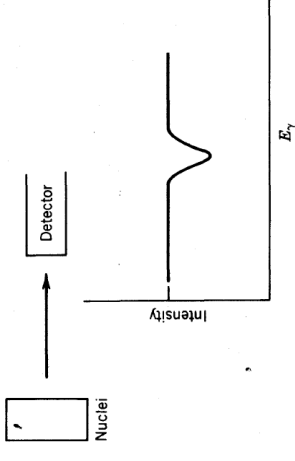
$$\sigma(E_\gamma) = \sigma_0 \frac{(\Gamma/2)^2}{[E_\gamma - (\Delta E + T_R)]^2 + (\Gamma/2)^2}$$

- Estas estructuras son difíciles de medir ya que la anchura intrínseca es muy pequeña,

$$\tau \approx ns - ps \rightarrow \Gamma_{\text{int}} \approx 10^{-6} - 10^{-3} \text{ eV}$$



La forma más habitual de medirlo pasa por hacer incidir un haz de energía variable en un blanco. El material será transparente a todas las energías salvo aquellas que generen la transición.



Existe un componente adicional a la anchura de este proceso, el ensanchamiento Doppler. Los núcleos no están estáticos, sino que se encuentran en equilibrio térmico a una temperatura  $T$  y por tanto en movimiento.

- Si  $\beta$  es la velocidad relativa del núcleo emisor respecto del observador (en este caso el núcleo absorbente), positiva (negativa) si se acercan (alejan), el efecto Doppler modificará la energía del fotón

$$E'_\gamma = E_\gamma (1 \pm \beta) \rightarrow \beta = \pm \frac{E'_\gamma - E_\gamma}{E_\gamma} = \pm \frac{\Delta E_\gamma}{E_\gamma}$$

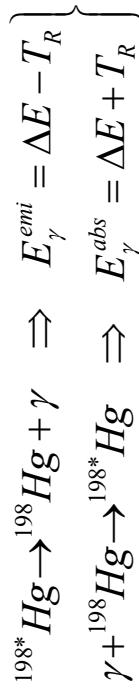
- Si se supone una distribución de Maxwell de velocidades radiales tendremos una distribución Gaussiana de las energías

$$e^{-\frac{T_\gamma}{kT} - \frac{M\beta^2 c^2}{2kT}} = e^{-\frac{Mc^2}{2kT} \left( \frac{\Delta E_\gamma}{E_\gamma} \right)^2} \quad \text{con anchura} \quad \Gamma_{\text{Dop}} = E_\gamma \sqrt{8 \ln 2 \frac{kT}{Mc^2}}$$

- A temperatura ambiente,  $kT \approx 0.025 \text{ eV}$ , y para núcleos medios y  $E_\gamma \approx 100 \text{ keV}$ ,  $\Gamma_{\text{Dop}} \approx 0.1 \text{ eV}$ . Por lo tanto:
  - La anchura Doppler es mucho mayor que la intrínseca (domina el proceso).



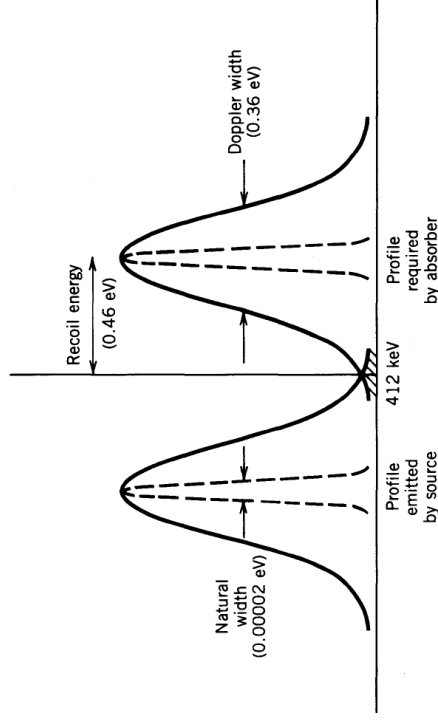
- Obtener fotones de la energía justa para producir una absorción es complejo, por lo que se utilizan fotones generados por el decaimiento de un núcleo para generar la absorción resonante en otro del mismo tipo. Sin embargo ambos procesos están afectados por el retroceso:



$$\Delta E_{\gamma} = E_{\gamma}^{abs} - E_{\gamma}^{emi} = 2T_R$$

$$\Delta E = 412 \text{ keV}, T_R = 0.46 \text{ eV}$$

$$\Gamma_{int} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ eV}, \Gamma_{Dop} = 0.36 \text{ eV}$$



Esto hace que a temperatura ambiente el solapamiento sea muy pequeño y el proceso muy poco probable.

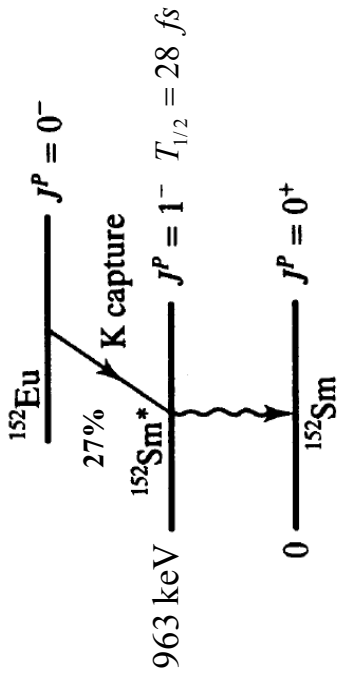
- Existen diferentes técnicas para compensar el factor  $2T_R$ 
  - Aumentar la temperatura, con lo que aumenta el ensanchamiento Doppler y el solapamiento de los perfiles. Pero la resolución disminuye debido al crecimiento de la anchura de los estados
  - Mover la fuente hacia el absorbente a alta velocidad (centrifugadoras) para desplazar las energías debido al efecto Doppler de tal forma que ambas distribuciones estén cerca la una de la otra.
- $\beta E_{\gamma} = \Delta E_{\gamma} = 2T_R \rightarrow \beta = \frac{E_{\gamma}}{Mc^2} \quad \beta({}^{198}\text{Hg}) \approx 2.23 \cdot 10^{-6} \rightarrow v({}^{198}\text{Hg}) \approx 670 \text{ m/s}$
- Desplazamiento Doppler por Captura Electrónica (a continuación).
- Efecto Mossbauer (a continuación).

■ Desplazamiento Doppler por Captura Electrónica.

- Ejemplo, desintegración por CE (capa K) del  $^{152}\text{Eu}$  al estado metaestable de 963 keV del  $^{152}\text{Sm}$



$$E_\gamma = 963 \text{ keV} \quad t_{1/2} = 28 \text{ fs}, \quad \Gamma_{\text{int}} = 0.016 \text{ eV}$$



- Para el  $^{152}\text{Sm}$  la velocidad de desplazamiento de la fuente para superponer por efecto Doppler las resonancias debería ser:

$$v = c \frac{2T_R}{E_\gamma} = c \frac{E_\gamma}{Mc^2} \approx 6.8 \times 10^{-6} c \approx 2030 \text{ m/s} \approx 6 \text{ match}$$

lo cual es imposible de obtener por medios mecánicos (centrifugación).

- Pero el núcleo emisor ( $^{152}\text{Sm}^*$ ) se obtiene como consecuencia de la CE del  $^{152}\text{Eu}$ :
- Por conservación de energía y momento se obtiene la velocidad de retroceso del  $^{152}\text{Sm}^*$ :

$$E_\nu = p_\nu c = p_{\text{Sm}^*} c \Rightarrow T_{\text{Sm}^*} = \frac{p_{\text{Sm}^*}^2}{2M} = \frac{E_\nu^2}{2Mc^2} = \frac{1}{2} Mv^2 \Rightarrow \beta = \frac{v}{c} = \frac{E_\nu}{Mc^2}$$

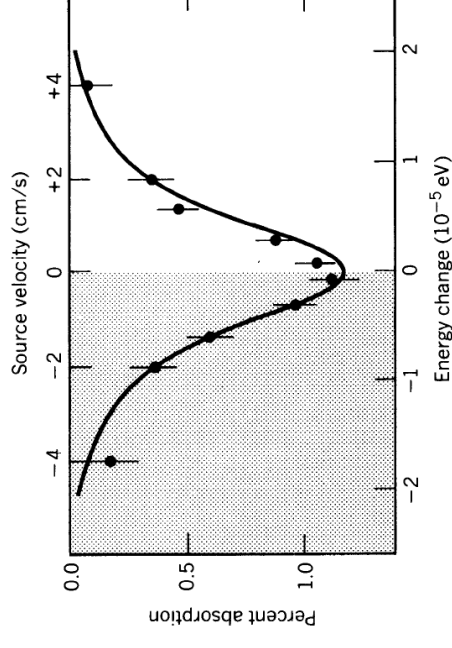
- La energía del neutrino es:

$$Q_{CE} = E_\nu + T_{\text{Sm}^*} + B_e \cong E_\nu + T_{\text{Sm}^*} = E_\nu + \frac{E_\nu^2}{2Mc^2} = 958 \text{ keV} \rightarrow E_\nu = 956 \text{ keV}$$

$$v = \beta c = \frac{E_\nu c}{Mc^2} = 2030 \text{ m/s} \text{ suficiente para acercar las resonancias.}$$

## ■ Efecto Mössbauer

- Es la técnica más útil, potente y precisa para vencer el problema del retroceso.
- Desarrollada por R. Mössbauer (1958).
- La idea esencial consiste en situar los núcleos emisor y absorbente en una red cristalina. En este caso la red cristalina participa del movimiento en conjunto y es la masa de la red, no la del núcleo la que determina la energía de retroceso  $T_R \rightarrow 0$ .
- Al ser las energías de ligadura del núcleo en la red cristalina del orden de  $1-10 \text{ eV}$  no existe riesgo de que el núcleo adquiera energía suficiente ( $T_R \approx 0.3 \text{ eV}$ ) como para liberarse de la red.
- Una parte de los núcleos en la red están ocupando el nivel vibracional fundamental de la misma, esto reduce substancialmente el ensanchamiento Doppler térmico, con lo que la anchura del estado es próxima a la intrínseca.
- Por tanto, los perfiles de emisión y absorción están muy próximos y son estrechos, caracterizados esencialmente por la anchura intrínseca
- Esto se puede comprobar experimentalmente.
- En el caso del  $^{191}\text{Ir}$  ( $E_\gamma = 129 \text{ keV}$ ,  $\Gamma_{int} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ eV}$ ) tenemos que si la anchura está dominada por la anchura intrínseca entonces el efecto Doppler hará que la resonancia desaparezca rápidamente conforme aumentamos la velocidad. Para dicha anchura intrínseca eso implicaría una velocidad  $v = 1.5 \text{ cm/s}$ .
- Esta técnica permite apreciar diferencias de energía del orden de la anchura intrínseca ( $10^{-6} \text{ eV}$ ) en haces de  $10^5 \text{ eV}$ . Una sensibilidad de una parte en  $10^{12}$ .



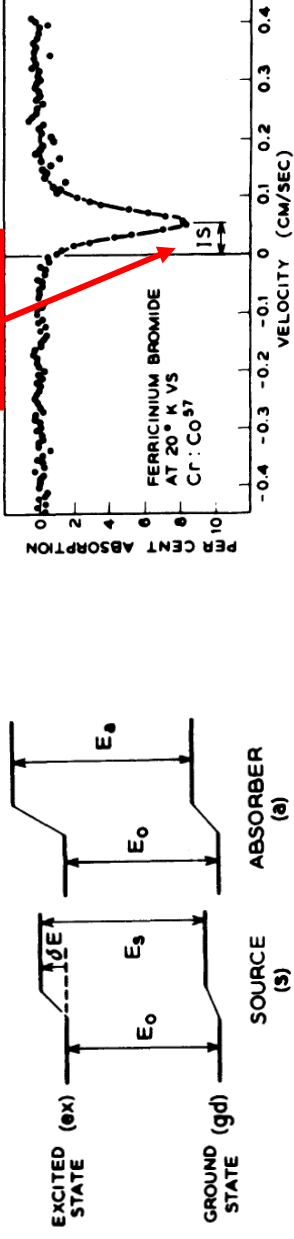
- ❑ El efecto Mössbauer es de gran aplicación en multitud de áreas. Por ejemplo:
- ❑ *Corrimiento hacia el rojo gravitacional.*
- Los fotones en el seno de un pozo gravitatorio experimentan un desplazamiento Doppler de sus energías. Se trata de una consecuencia directa del principio de equivalencia presente en la teoría de la Relatividad General (los efectos de un campo gravitatorio local no pueden distinguirse de los de un sistema de referencia uniformemente acelerado).
- Con objeto de medir este efecto Pound y Rebka en 1960 realizaron un experimento en el cual desplazaban verticalmente un emisor de fotones con una aceleración constante e igual a la de la gravedad. Dicho efecto contrarrestaba el efecto Doppler debido al campo gravitatorio y gracias al efecto Mössbauer permitía la absorción resonante.
- Si medimos el proceso de absorción resonante en dicho sistema de referencia uniformemente acelerado la velocidad necesaria para contrarrestar el campo gravitatorio vendrá dada por:

$$v = gt = g \frac{h}{c} \rightarrow \beta = g \frac{h}{c^2}$$

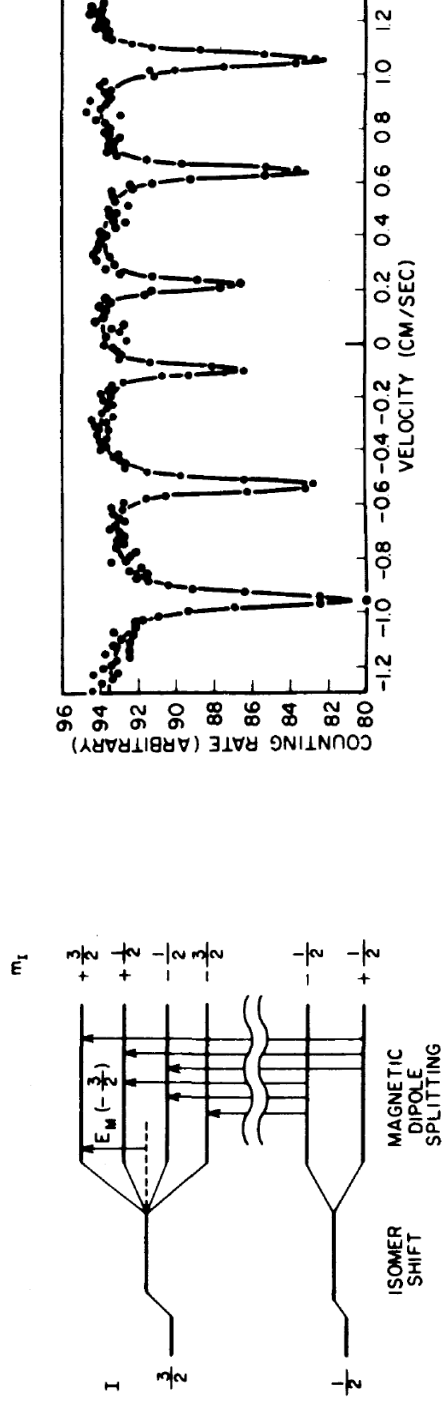
- donde  $h$  es la distancia emisor-absorbente y  $g$  es la gravedad.
- Por lo tanto los fotones emitidos serán desplazados por el efecto Doppler de tal forma que

$$\begin{aligned} \frac{\Delta E_\gamma}{E_\gamma} &= \beta = g \frac{h}{c^2} \\ \left. \frac{\Delta E_\gamma}{E_\gamma} \right|_{Teo} &= 4.905 \cdot 10^{-15} & \left. \frac{\Delta E_\gamma}{E_\gamma} \right|_{Exp} &= (4.902 \pm 0.041) \cdot 10^{-15} \end{aligned}$$

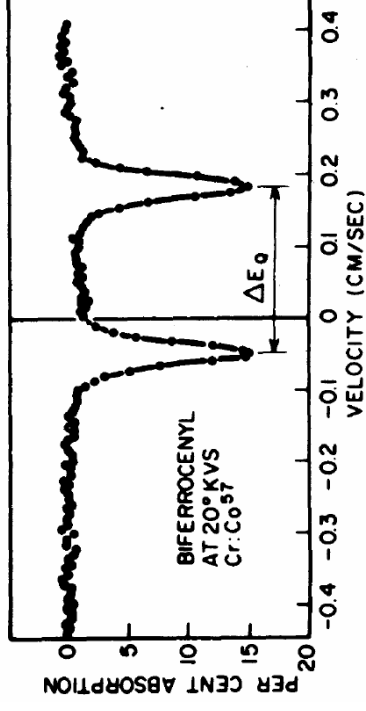
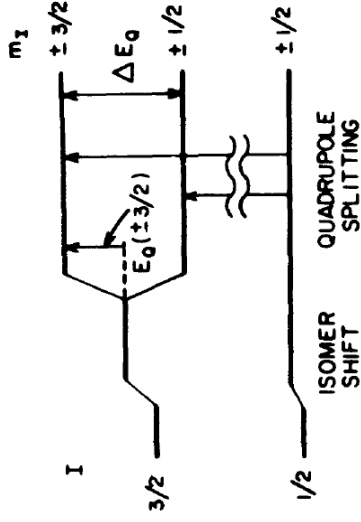
- ❑ Otro gran campo de aplicación es el estudio de los momentos nucleares electromagnéticos con los campos de su entorno, lo que se denomina la estructura hiperfina.
- ❑ *Corrimientos isoméricos*: Los niveles nucleares son afectados por los campos e.m. de los electrones de su entorno atómico y/o molecular. El efecto será distinto para el estado fundamental y el excitado, por lo que la resonancia se desplaza una cantidad  $E - E_0 = \Delta E_0 - \Delta E_g$ .



- ❑ *Efecto Zeeman nuclear*: Se introduce un núcleo en el seno de un campo magnético externo. Esto rompe la degeneración en  $m_J$ , apareciendo  $2J+1$  subniveles equiespaciados. Para transiciones dipolares solo pueden darse aquellas que  $\Delta m_J = 0, \pm 1$ , luego solo aparecen seis transiciones.



- ❑ *Desdoblamiento cuadrupolar eléctrico en gradientes externos de campo eléctrico*: El núcleo puede interactuar con un gradiente de campo eléctrico externo. En este caso la perturbación será proporcional a  $m^2$  y por tanto no distinguirá entre  $\pm m$ .



- ❑ Otros campos de aplicación:
  - Química analítica
  - Metalurgia
  - Física y química del estado sólido
  - Ciencia de materiales
  - Biología y bioquímica
  - Geología, geoquímica, mineralogía, estudio de suelos, ...
  - Exploración planetaria