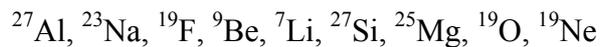


**Carolina Romero Redondo**  
Curso de Estructura Nuclear  
Madrid, junio 2007

### Ejercicio 1

Queremos comparar las predicciones del modelo de Nilsson y el modelo esférico para los estados fundamentales de los siguientes núcleos:



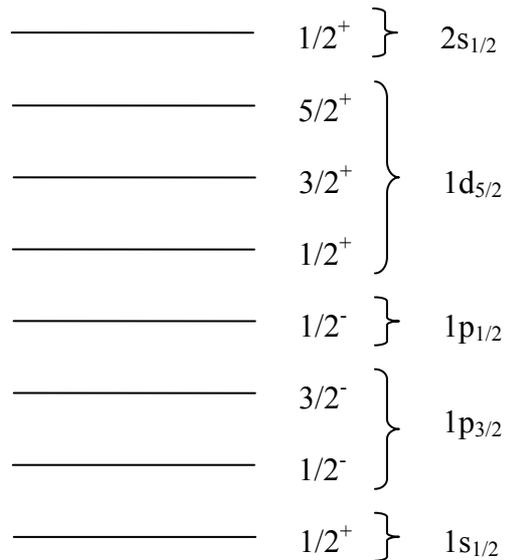
Para ello se presentará primero el esquema de niveles predicho por estos modelos y se colocarán los nucleones en los niveles de mínima energía, teniendo en cuenta la capacidad de cada nivel, para predecir el estado fundamental.

El esquema de niveles del modelo esférico se muestra a continuación.

_____	$2s_{1/2}$	2
_____	$1d_{5/2}$	6
_____	$1p_{1/2}$	2
_____	$1p_{3/2}$	4
_____	$1s_{1/2}$	2

Es el mismo esquema para todos los nucleones. Se muestran los números cuánticos de cada nivel y el número de nucleones que caben en cada estado.

En el caso de deformaciones positivas, el modelo de Nilsson predice el siguiente esquema de niveles:



En este caso se muestra el número cuántico asociado a cada nivel y de donde proviene, el número de nucleones que caben en cada nivel es 2.

Para cada núcleo se comprobará:

- 1.- Si la predicción del modelo de Nilsson coincide con el estado fundamental experimental.
- 2.- Si coincide con el predicho por el modelo esférico.
- 3.- Si hay niveles excitados experimentales que se predigan con el modelo de Nilsson.

### Núcleo: $^{27}\text{Al}$

Tiene 13 protones y 14 neutrones, su estado fundamental es  $5/2^+$  y su primer estado excitado es  $1/2^+$ . Como los neutrones están apareados nos centraremos en la distribución de protones que será la que nos proporcione el estado fundamental:

- 1.- Según el esquema de niveles predicho por el modelo de Nilsson, el protón 13 debe ir en el nivel  $5/2^+$ . Por tanto predice el resultado experimental.
- 2.- Según el modelo esférico los últimos 5 protones están en el nivel  $1d_{5/2}$ . Por tanto el estado fundamental vendrá dado por el único nucleón desapareado, en este caso será un  $5/2^+$ , que coincide con el experimental.
- 3.- Según el modelo de Nilsson el primer estado excitado corresponderá a mover el protón desapareado al siguiente nivel, que en este caso es un  $1/2^+$ , que coincide con el nivel experimental.

### **Núcleo: $^{23}\text{Na}$**

Tiene 11 protones y 12 neutrones, su estado fundamental es  $3/2+$  y su primer estado excitado es  $5/2+$ . Como los neutrones están apareados nos centraremos en la distribución de protones:

1.- Según el esquema de niveles predicho por el modelo de Nilsson, el protón 11 debe ir en el nivel  $3/2+$ . Por tanto predice el resultado experimental.

2.- Según el modelo esférico los últimos 3 protones están en el nivel  $1d_{5/2}$ . Por tanto el estado fundamental vendrá dado por el único nucleón desapareado, en este caso será un  $5/2+$ , que no coincide con el experimental.

3.- Según el modelo de Nilsson el primer estado excitado corresponderá a mover el protón desapareado al siguiente nivel, que en este caso es un  $5/2+$ , que coincide con el nivel experimental.

### **Núcleo: $^{19}\text{F}$**

Tiene 9 protones y 10 neutrones, su estado fundamental es  $1/2+$  y su primer estado excitado es  $1/2-$ . Como los neutrones están apareados nos centraremos en la distribución de protones:

1.- Según el esquema de niveles predicho por el modelo de Nilsson, el protón 9 debe ir en el nivel  $1/2+$ . Por tanto predice el resultado experimental.

2.- Según el modelo esférico el último protón está en el nivel  $1d_{5/2}$ . Por tanto el estado fundamental vendrá dado por el único nucleón desapareado, en este caso será un  $5/2+$ , que no coincide con el experimental.

3.- Según el modelo de Nilsson el primer estado excitado corresponderá a mover el protón desapareado al siguiente nivel, que en este caso es un  $3/2+$ , que no coincide con el nivel experimental.

### **Núcleo: $^9\text{Be}$**

Tiene 4 protones y 5 neutrones, su estado fundamental es  $3/2-$  y su primer estado excitado es  $1/2+$ . Como los protones están apareados nos centraremos en la distribución de neutrones:

1.- Según el esquema de niveles predicho por el modelo de Nilsson, el neutrón número 5 debe ir en el nivel  $3/2-$ . Por tanto predice el resultado experimental.

2.- Según el modelo esférico los últimos 3 neutrones están en el nivel  $1p_{3/2}$ . Por tanto el estado fundamental vendrá dado por el único nucleón desapareado, en este caso será un  $3/2-$ , que coincide con el experimental.

3.- Según el modelo de Nilsson, el primer estado excitado corresponderá a mover el neutrón desapareado al siguiente nivel, que en este caso es un  $1/2^-$ , que no coincide con el nivel experimental.

### **Núcleo: $^{27}\text{Si}$**

Tiene 14 protones y 13 neutrones, su estado fundamental es  $5/2^+$  y su primer estado excitado es  $1/2^+$ . Como los protones están apareados nos centraremos en la distribución de neutrones:

1.- Según el esquema de niveles predicho por el modelo de Nilsson, el neutrón 13 debe ir en el nivel  $5/2^+$ . Por tanto predice el resultado experimental.

2.- Según el modelo esférico los últimos 5 neutrones están en el nivel  $1d_{5/2}$ . Por tanto el estado fundamental vendrá dado por el único nucleón desapareado, en este caso será un  $5/2^+$ , que coincide con el experimental.

3.- Según el modelo de Nilsson el primer estado excitado corresponderá a mover el neutrón desapareado al siguiente nivel, que en este caso es un  $1/2^+$ , que coincide con el nivel experimental.

### **Núcleo: $^{25}\text{Mg}$**

Tiene 12 protones y 13 neutrones, su estado fundamental es  $5/2^+$  y su primer estado excitado es  $1/2^+$ . Como los protones están apareados nos centraremos en la distribución de neutrones:

1.- Según el esquema de niveles predicho por el modelo de Nilsson, el neutrón 13 debe ir en el nivel  $5/2^+$ . Por tanto predice el resultado experimental.

2.- Según el modelo esférico los últimos 5 neutrones están en el nivel  $1d_{5/2}$ . Por tanto el estado fundamental vendrá dado por el único nucleón desapareado, en este caso será un  $5/2^+$ , que coincide con el experimental.

3.- Según el modelo de Nilsson el primer estado excitado corresponderá a mover el neutrón desapareado al siguiente nivel, que en este caso es un  $1/2^+$ , que coincide con el nivel experimental.

### **Núcleo: $^{19}\text{Ne}$**

Tiene 10 protones y 9 neutrones, su estado fundamental es  $1/2^+$  y su primer estado excitado es  $5/2^+$ . Como los protones están apareados nos centraremos en la distribución de neutrones:

1.- Según el esquema de niveles predicho por el modelo de Nilsson, el neutrón 9 debe ir en el nivel  $1/2^+$ . Por tanto predice el resultado experimental.

2.- Según el modelo esférico el último neutrón está en el nivel  $1d_{5/2}$ . Por tanto el estado fundamental vendrá dado por el único nucleón desapareado, en este caso será un  $5/2+$ , que no coincide con el experimental.

3.- Según el modelo de Nilsson el primer estado excitado corresponderá a mover el neutrón desapareado al siguiente nivel, que en este caso es un  $3/2+$ , que no coincide con el nivel experimental.

### **Núcleo: $^{19}\text{O}$**

Tiene 8 protones y 11 neutrones, su estado fundamental es  $5/2+$  y su primer estado excitado es  $3/2+$ . El estado fundamental experimental (tomado de <http://www.nndc.bnl.gov/>) no coincide con el que aparece en la transparencia de la presentación y se comprueba que para obtener dicho estado fundamental experimental hay que utilizar el modelo esférico, ya que si se incluye deformación positiva o negativa con el modelo de Nilsson se obtiene un estado diferente.

### **Núcleo: $^7\text{Li}$**

Tiene 3 protones y 4 neutrones, su estado fundamental es  $3/2-$  y su primer estado excitado es  $1/2-$ . En este caso, el estado fundamental experimental tampoco coincide con el que aparece en la transparencia de la presentación y se comprueba que para obtener dicho estado fundamental experimental hay que utilizar el modelo esférico, o el modelo de Nilsson pero en este caso con deformación negativa. En ambos casos también se reproduce el primer estado excitado.

## Ejercicio 2

Comprobar que dos partículas idénticas con mismo  $j$  se pueden acoplar únicamente a momento total  $J$  par.

Se hará la comprobación para el caso fermiónico y bosónico, en dos casos particulares y luego se comentará la generalización que, por otra parte, es inmediata.

Caso bosónico. Tenemos que acoplar  $j m_1$  con  $j m_2$  a un  $J M$  total. En este caso no nos afecta el principio de exclusión de Pauli. Veamos los distintos acoplos en el caso de  $j=2$

$m_1$	$\geq$	$m_2$	$M$
2		2	4
		1	3
		0	2
		-1	1
		-2	0
1		1	2
		0	1
		-1	0
		-2	-1
0		0	0
		-1	-1
		-2	-2
-1		-1	-2
		-2	-3
-2		-2	-4

Vemos que las proyecciones  $M$  corresponden a tener  $J=0,2,4$ . Generalizar la tabla anterior es trivial viendo que se obtiene  $J = 0, 2, 4, \dots, 2j$ . Siendo en este caso  $j$  entero al tratarse de bosones.

Caso fermiónico. Tenemos que acoplar  $j m_1$  con  $j m_2$  a un  $J M$  total. Por el principio de exclusión de Pauli  $m_1$  y  $m_2$  deben ser diferentes. Veamos los distintos acoplos en el caso de  $j=3/2$

$m_1$	$>$	$m_2$	$M$
$3/2$		$1/2$	2
		$-1/2$	1
		$-3/2$	0
$1/2$		$-1/2$	0
		$-3/2$	-1
$-1/2$		$-3/2$	-2

Vemos que las proyecciones  $M$  corresponden a tener  $J=0,2$ . Generalizar la tabla anterior es trivial viendo que se obtiene  $J = 0, 2, 4, \dots, 2j-1$ . Siendo en este caso  $j$  semientero al tratarse de fermiones.