

**EVALUACIÓN DE SEMICONDUCTORES
COMO DETECTORES DE RADIACIÓN PARA
PET. DETECTORES DE CZT**

María Pinto Monedero

Dirigido por José Manuel Udías Moinelo

Juan José Vaquero López

Máster en Física Biomédica

Universidad Complutense de Madrid

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN.....	- 5 -
2. OBJETIVOS	- 8 -
3. FUNDAMENTOS FÍSICOS DE PET	- 9 -
3.1. Radionucleidos emisores de positrones	- 9 -
3.2. Radionucleidos en Medicina Nuclear.....	- 10 -
3.3. Producción de radionucleidos.....	- 11 -
3.4. Interacción de la radiación con la materia.....	- 13 -
3.4.1. Interacción de los fotones con la materia	- 13 -
3.4.1.1. Efecto fotoeléctrico	- 14 -
3.4.1.2. Efecto Compton	- 15 -
3.4.1.3. Creación de pares	- 17 -
3.4.2. Interacción de las partículas cargadas con la materia	- 17 -
3.5. Factores físicos limitantes en la calidad de la imagen PET.....	- 18 -
3.5.1. Rango del positrón	- 18 -
3.5.2. No colinealidad de los rayos gamma.	- 20 -
3.5.3. Dispersión Compton.....	- 21 -
3.5.4. Coincidencias aleatorias	- 21 -
3.5.5. Atenuación de fotones.....	- 22 -
3.5.6. Profundidad de interacción (DOI).....	- 22 -
3.6. Eventos detectados en PET	- 24 -
3.7. Reconstrucción de imagen PET	- 25 -
4. SINGLE PHOTON EMISSION TOMOGRAPHY (SPECT).....	- 27 -
4.1. Componentes básicos de una gamma cámara.	- 28 -
4.2. Eventos detectados en una gamma cámara.....	- 29 -
4.3. Aplicaciones clínicas de SPECT	- 30 -
5. DETECTORES	- 31 -
5.1. Propiedades generales de los detectores	- 32 -
5.1.1 Resolución en energía	- 32 -
5.1.2. Eficiencia.....	- 33 -
5.1.3. Tiempo muerto	- 34 -
5.2. Detectores centelleadores	- 35 -
5.2.1. Centelleadores inorgánicos.....	- 36 -
5.2.2. Materiales centelleadores	- 37 -
5.2.2.1. Ioduro de Sodio o NaI(Tl).....	- 37 -
5.2.2.2. Germanato de Bismuto o BGO.....	- 37 -
5.2.2.3. Silicato de Gadolinio o GSO.....	- 38 -
5.2.2.4. Ortosilicato de Lutecio o LSO	- 38 -
5.3. Fotomultiplicadores.....	- 39 -
5.4. Detectores semiconductores	- 40 -
5.4.1. Detectores CZT.....	- 41 -
6. MATERIALES Y MÉTODOS.....	- 43 -
6.1. Los detectores.....	- 43 -
6.2. Las muestras radiactivas.....	- 44 -

7. ERRORES EN LA MEDIDA	- 45 -
7.1. Influencia del fondo.....	- 45 -
7.2. Influencia del fondo Compton en la determinación del centroide.....	- 46 -
7.3. Comparación de la posición del máximo y del centroide	- 48 -
7.4. Estabilidad en el tiempo de los detectores	- 49 -
8. RESOLUCIÓN EN ENERGÍA DE LOS DETECTORES	- 52 -
8.1. Resolución en energía del detector 1.....	- 52 -
8.2. Resolución en energía del detector 2	- 53 -
8.3. Variación de la resolución en función de la energía.....	- 55 -
9. CALIBRACIÓN EN ENERGÍA DE LOS DETECTORES	- 56 -
9.1. Calibración del detector 1	- 57 -
9.2. Calibración del detector 2.....	- 71 -
10. EFICIENCIA DE LOS DETECTORES.....	- 80 -
10.1. Eficiencia del detector 1.....	- 81 -
10.2. Eficiencia del detector 2.....	- 83 -
10.3. Simulación con Penelopt	- 84 -
10.3.1. Resultados de la simulación. Detector 1	- 85 -
10.3.2. Resultados de la simulación. Detector 2	- 86 -
10.4. Comparación de resultados	- 86 -
11. CONCLUSIONES.....	- 89 -
11.1. Resolución en energía.....	- 89 -
11.2. Eficiencia de detección.....	- 89 -
11.3. Otras características	- 90 -
12. BIBLIOGRAFÍA.....	- 92 -

1. INTRODUCCIÓN

La tomografía por emisión de positrones, PET (del inglés *Positron Emission Tomography*) es una técnica de imagen tomográfica en medicina nuclear que permite visualizar procesos fisiológicos y bioquímicos *in vivo*. [1], [2]. Esta técnica emplea radiotrazadores, moléculas marcadas con radionúclidos emisores β^+ que se inyectan al sujeto de estudio.

La información que proporcionan estas imágenes es de índole funcional, metabólica o bioquímica, distinta y complementaria a la información predominantemente morfológica, estructural o anatómica que suministran la mayoría de las técnicas de diagnóstico por imagen.

La molécula más utilizada es la FDG, fluorodesoxiglucosa, glucosa marcada con ^{18}F . La técnica PET con FDG proporciona “mapas” de la actividad metabólica, en especial del metabolismo de la glucosa, de los distintos tejidos y lesiones.

Los emisores de positrones empleados en PET son básicamente: ^{15}O , ^{13}N , ^{11}C y ^{18}F . Sus períodos de desintegración son muy cortos: 2, 10, 20 y 110 minutos respectivamente. Por ello, su uso está restringido a la proximidad de los ciclotrones en los que se fabrican. Únicamente el ^{18}F y las moléculas marcadas con el mismo, como la FDG pueden viajar hasta un máximo de 3-4 horas de distancia. La creciente disponibilidad de la FDG, por la instalación de nuevos ciclotrones, ha posibilitando la popularización de esta técnica. [7]

El uso clínico de la técnica PET, en España en la actualidad, utiliza mayoritariamente FDG y se extiende fundamentalmente a tres áreas de diagnóstico y tratamiento: cardiología y cirugía cardíaca, neurología y psiquiatría y, por supuesto, diagnóstico y tratamiento del cáncer. [5] Es a esta última aplicación a la que debe su éxito imparable, ya que tiene gran utilidad en las distintas fases de la enfermedad oncológica. Permite detectar tumores de forma más precoz y precisa que la detección basada en cambios anatómicos y al tratarse de una técnica de cuerpo completo permite valorar la extensión de los tumores en todos los tejidos del cuerpo en un único estudio. Además, la técnica PET se emplea en numerosos estudios de investigación biomédica y farmacológica.

La técnica PET se basa en la detección de los dos fotones de aniquilación que se producen cuando el positrón emitido por el radiofármaco interacciona con un electrón. Estos fotones tienen la misma energía (511 keV) y se emiten simultáneamente en direcciones opuestas (180°), generalmente a unas décimas de mm o pocos mm de donde se emitió el positrón. La detección casi simultánea de estos dos fotones permite localizar el

origen de la emisión a lo largo de la línea entre los dos detectores o línea de respuesta (LOR) [1]

El sistema de detección del tomógrafo consiste en un centelleador acoplado ópticamente a un fotomultiplicador, que transforma la energía electromagnética en impulsos eléctricos. Su simetría axial lo hace especialmente apropiado, desde el punto de vista matemático, para almacenar los datos (LOR's) en función de sus coordenadas polares. Los cristales de centelleo y los fotomultiplicadores se distribuyen en módulos independientes o bloques de detectores. Éstos consisten en una matriz de centelleadores acoplada a un determinado número de tubos fotomultiplicadores que depende del modelo del equipo y del fabricante. De esta manera, mientras se detecta cada evento y se le asigna matemáticamente una posición en la matriz (período durante el cual ese bloque no puede detectar otro evento) el resto de los bloques y por tanto la práctica totalidad del tomógrafo sigue activo. [7]

Los primeros tomógrafos emplearon cristales de NaI como detectores de centelleo. Éstos fueron sustituidos por cristales de BGO (Germanato de Bismuto) que tienen una mayor eficiencia de detección y no son higroscópicos. Los tomógrafos comerciales que emplean este cristal alcanzan una resolución de unos 4 mm. Los cristales de LSO (Ortosilicato de Lutecio) presentan una eficiencia de detección similar pero la producción de luz es cinco veces superior y el tiempo de decaimiento es ocho veces más rápido [1] Esto permite mejorar la resolución espacial a 1-2 mm, muy próximo al límite físico marcado por el rango del positrón y la no colinealidad de los fotones de aniquilación.

En la actualidad los más usados son los cristales de BGO (GE – Siemens) seguidos de LSO (Siemens) y de GSO (Philips). La principal diferencia en los cristales, está dada por el tiempo de decaimiento para la detección de positrones del cristal, es decir, la capacidad para detectar eventos en forma sucesiva, lo que define, una mayor capacidad de detección y por ende menor tiempo de adquisición del estudio. Éste puede llegar a ser menor de 20 minutos en algunos equipos con cristales de LSO, versus no menos de 25 a 30 minutos para GSO y de 40 a 45 minutos para BGO. Para el BGO el tiempo de decaimiento para detección es de 300 ns, 60 ns para el GSO y de 40 ns para LSO. [10]

Este proyecto estudiará las características de los detectores de CdZnTe (CZT) con respecto a su posible uso en PET y SPECT. Como detector de estado sólido, el CZT convierte directamente la energía de los fotones en impulsos eléctricos, produciendo señales menos ruidosas que las obtenidas por cristales de centelleo/fotomultiplicadores. Por esto y otras propiedades que analizaremos, el CZT podría formar parte de una nueva

generación de detectores de alta resolución y sensibilidad para tomógrafos PET, si se superan algunos de sus inconvenientes.

2. OBJETIVOS

Los detectores de radiaciones ionizantes son parte fundamental de los aparatos de imagen nuclear (PET y SPECT). En este trabajo se analizarán las características de detectores no convencionales, basados en la última tecnología semiconductor, para su posible aplicación en PET y/o SPECT.

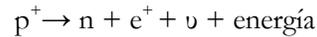
Los objetivos del trabajo pueden resumirse así:

- Determinar, para los dos detectores de CZT disponibles, su resolución en energía, eficiencia y respuesta temporal, así como la tensión de polarización óptima.
- Basándonos en el estudio anterior, y en las características generales de las modalidades de imagen PET y SPECT, se determinarán las ventajas e inconvenientes de estos detectores para su uso /aplicación en dichas modalidades.

3. FUNDAMENTOS FÍSICOS DE PET

3.1. Radionucleidos emisores de positrones [1]

En un decaimiento radiactivo por emisión de positrones, un protón del núcleo se transforma en un neutrón y en un positrón. Para estabilizar el núcleo, se emite el positrón acompañado de un neutrino. Esquemáticamente, se puede resumir el proceso como:



Cuando el núcleo padre sufre una desintegración β^+ , convierte un protón en un neutrón, reduciéndose el número atómico del núcleo hijo en una unidad. La emisión del neutrino en cada desintegración provoca que la energía de emisión del positrón sea variable, hablándose de energía máxima y de energía media de emisión para cada nucleido.

Tras la emisión, el positrón pierde su energía cinética mediante colisiones con los átomos de la materia circundante hasta que alcanza el reposo y se aniquila con un electrón, normalmente tras recorrer pocos milímetros (rango del positrón). En realidad, el positrón y el electrón forman momentáneamente un “átomo” llamado positronio, con una vida media de 10^{-10} s. Después, positrón y electrón se combinan en una reacción de aniquilación, convirtiéndose su masa en energía y produciéndose dos fotones de aniquilación de energías próximas a 511 keV. Los fotones se emiten en direcciones casi exactamente opuestas ($\sim 180^\circ$) por la conservación del momento. Sin embargo, debido al movimiento de la pareja electrón-positrón, los fotones de aniquilación son emitidos en direcciones desviadas de los 180° por unas décimas de grado. Los efectos de este fenómeno a la hora de localizar los radionucleidos para la formación de la imagen se discutirán más adelante.

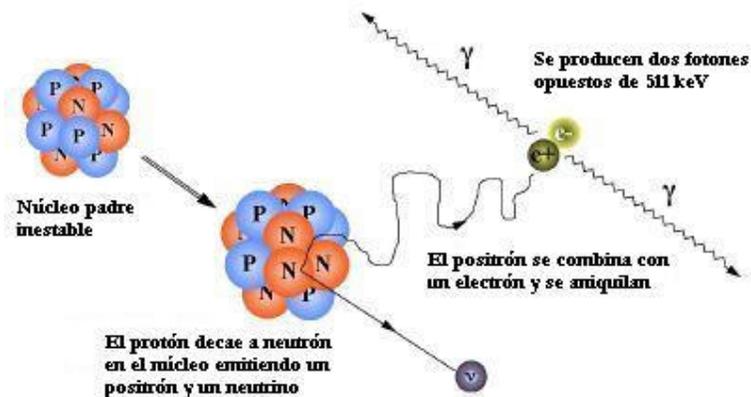


Figura 3-1: Esquema de una desintegración por emisión de positrones.

3.2. Radionucleidos en Medicina Nuclear

En general, los radionucleidos presentan pocas propiedades que puedan ser de interés en aplicaciones biológicas. Por ello, la mayor parte de estudios en medicina nuclear se lleva a cabo usando radiofármacos. Entendemos por radiofármaco cualquier compuesto o molécula con propiedades biomédicas adecuadas a la que se le añade un radionucleido. Para la mayor parte de aplicaciones en medicina nuclear y, en especial, en PET, el radiofármaco se inyecta al sujeto y sistemas de detección externos se encargan de detectar las emisiones.

Aunque existen numerosos radionucleidos con posibles aplicaciones biomédicas, el número de éstos que se emplea en la actualidad es mucho menor, debido a algunas consideraciones que veremos a continuación:

1. *Tipo y energía de las emisiones:* los fotones o rayos γ deben tener energías en el rango 50-600 keV. Los fotones de muy baja energía (<50 keV), o partículas α , tienen una probabilidad muy alta de interactuar con los tejidos, depositando su energía e impidiendo su detección externa. Así, este tipo de fotones no sólo no permitiría obtener imágenes sino que incrementaría la dosis impartida al paciente.
2. *Vida media:* debe estar comprendida entre segundos y días, preferiblemente minutos y horas para aplicaciones clínicas. Si la vida media es muy corta, no hay tiempo suficiente para preparar el radiofármaco e inyectárselo al paciente. Por el contrario, si es excesivamente larga, hay un gran número de emisiones que tienen lugar tras la prueba, aumentando innecesariamente la dosis impartida al paciente.
3. *Actividad específica:* determina la masa de compuesto necesaria para obtener una dosis de radiación dada. La masa debe ser baja y la actividad alta, para perturbar en la menor medida posible el sistema biológico.
4. *Pureza:* es la fracción de radioactividad de la muestra que procede del radionucleido deseado. En toda producción de radionucleidos pueden aparecer contaminantes, en ocasiones de forma significativa. Éstos incrementan la dosis impartida. Además, si la energía de las emisiones está dentro de la ventana de aceptación del detector, vamos a obtener cuentas erróneas en la reconstrucción de la imagen.
5. *Propiedades químicas:* los radionucleidos tienen que ser fácilmente incorporados a biomoléculas, sin cambiar sustancialmente sus propiedades bioquímicas.

6. *Coste/Complejidad de obtención:* se deben poder obtener cantidades suficientes de radionucleidos a un coste adecuado.

Teniendo en cuenta estos requisitos, los radionucleidos más utilizados en PET se resumen en la tabla 3-1.

Tabla 3-1: Radionucleidos más frecuentes en PET

Isótopo	Vida media	Rango máximo (mm)	Energía máxima β^+	Producción
^{11}C	20.4 min	5.0	960 keV	Ciclotrón
^{13}N	9.96 min	5.4	1.19 MeV	Ciclotrón
^{15}O	123 s	8.2	1.72 MeV	Ciclotrón
^{18}F	110 min	2.4	635 keV	Ciclotrón
^{68}Ga	68.3 min	9.1	1.9 MeV	Generador (^{68}Ge)

El ^{11}C , ^{13}N y ^{15}O son emisores de positrones de vida corta. Se trata de elementos constituyentes de la materia biológica, por lo que pueden ser utilizados para marcar una gran cantidad de trazadores. Se entiende por trazador cualquier molécula que sigue o marca un proceso fisiológico o bioquímico. Debido a su corta vida media, estos radionucleidos deben ser utilizados en el lugar de producción.

El ^{18}F se emplea fundamentalmente para marcar la ^{18}F -fluorodesoxiglucosa, FDG, que permite medir la tasa metabólica de las células de los tejidos. Su vida media más elevada permite que pueda producirse en centros de distribución y ser enviado con posterioridad a los hospitales. FDG es el emisor de positrones más utilizado como radiofármaco con un amplio rango de aplicaciones clínicas.

3.3. Producción de radionucleidos

La mayor parte de los radionucleidos naturales son elementos muy pesados o con vidas medias muy largas, que, como hemos visto, son inaplicables en procesos metabólicos o fisiológicos. Por ello, los radionucleidos empleados en medicina en la actualidad son producidos artificialmente bombardeando núcleos estables con partículas subatómicas (como protones o neutrones) que desencadenan reacciones nucleares y convierten estos núcleos en inestables o radiactivos [1]. Entre los dispositivos y métodos utilizados con este fin destacan los reactores, aceleradores (aceleradores lineales, ciclotrones...) y generadores. En concreto, la técnica PET emplea ciclotrones como medio de producción de radionucleidos.

Un ciclotrón consiste en dos electrodos metálicos semicirculares, llamados “dees” debido a su forma, colocados entre los polos de un electroimán. Las “dees” están separadas por un pequeño espacio o gap. Las partículas cargadas se generan mediante una fuente iónica situada cerca del centro de las “dees”. Todas estas componentes se encuentran en una cámara de vacío a 10^{-3} Pa.

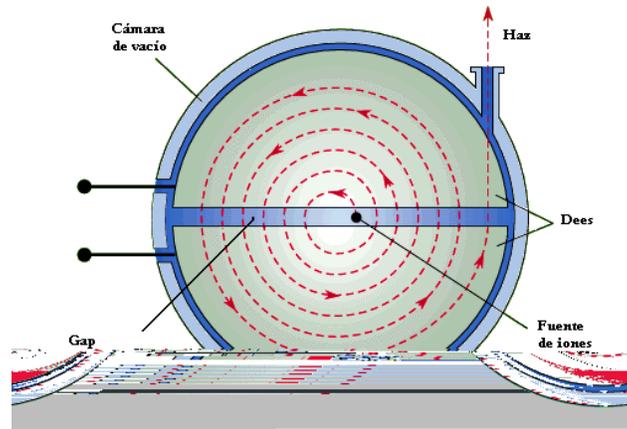


Figura 3-2 Esquema de un ciclotrón

El haz de partículas sigue una trayectoria circular bajo la influencia de un campo magnético en el interior de las “dees”. Éstas se mantienen a una diferencia de potencial alterna V de período T , escogido de forma que sea igual al período del ciclotrón:

$$T = \frac{2\pi m}{qB} \quad (3-1)$$

Siendo m la masa de las partículas, q la carga de las mismas y B la intensidad del campo magnético aplicado.

Cuando las partículas están en el interior de las “dees”, no están sometidas al campo eléctrico, y su trayectoria es circular debido a la influencia del campo magnético. Sin embargo, en el gap las partículas se aceleran debido a la diferencia de potencial, ganando así una pequeña cantidad de energía, qV , en cada ciclo ($\sim 30\text{keV}$).[6] Así, cada vez que las partículas atraviesan el gap ganan energía y aumenta el radio de su órbita, siguiendo una trayectoria espiral. La velocidad que adquieren las partículas, cada vez mayor, se compensa exactamente con el aumento del radio de la órbita, de modo que el tiempo que tarda cada partícula en dar una semirrevolución es siempre el mismo.

Cuando las partículas alcanzan el radio máximo permitido en el ciclotrón, el haz de partículas es dirigido hacia un blanco, que puede estar situado en la propia trayectoria del haz (irradiación interna) o en el exterior (irradiación externa). Generalmente el haz es extraído del ciclotrón y dirigido a un blanco en el exterior. En el caso de los ciclotrones de ión positivo, el haz sufre una deflexión mediante un deflector electrostático para ser

dirigido hacia el blanco. Sin embargo, estos deflectores son muy ineficientes, ya que hasta un 30% de la corriente de iones acelerados se pierde durante la extracción.

Los ciclotrones se utilizan para producir una gran cantidad de radionucleidos en medicina nuclear, algunos de los cuales se resumen en la tabla 3-2. Los radionucleidos producidos mediante ciclotrón presentan algunas características comunes:

1. Tienden a decaer mediante emisión β^+ o captura electrónica, EC. Esto se debe a que en la mayoría de los procesos de activación se añade carga positiva al núcleo.
2. Al añadir carga positiva al núcleo, se cambia su número atómico. De este modo, los productos suelen ser carrier-free, es decir, no tienen portadores libres

Tabla 3-2: Radionucleidos producidos mediante ciclotrón

Producto	Modo de desintegración	Reacción
^{11}C	β^+ , EC	$^{14}\text{N}(p,\alpha)^{11}\text{C}$ $^{10}\text{B}(d,n)^{11}\text{C}$
^{13}N	β^+	$^{16}\text{O}(p,\alpha)^{13}\text{N}$ $^{12}\text{C}(d,n)^{13}\text{N}$
^{15}O	β^+	$^{15}\text{N}(p,n)^{15}\text{O}$ $^{14}\text{N}(d,n)^{15}\text{O}$
^{18}F	β^+ , EC	$^{18}\text{O}(p,n)^{18}\text{F}$ $^{20}\text{Ne}(d,\alpha)^{18}\text{F}$
^{67}Ga	(EC, γ)	$^{68}\text{Zn}(p,2n)^{67}\text{Ga}$
^{111}In	(EC, γ)	$^{109}\text{Ag}(\alpha,2n)^{111}\text{In}$ $^{111}\text{Cd}(d,n)^{111}\text{In}$
^{123}I	(EC, γ)	$^{122}\text{Te}(d,n)^{123}\text{I}$ $^{124}\text{Te}(p,3n)^{123}\text{I}$
^{201}Tl	(EC, γ)	$^{201}\text{Hg}(d,2n)^{201}\text{Tl}$

3.4. Interacción de la radiación con la materia

3.4.1. Interacción de los fotones con la materia

Los fotones pueden interactuar con la materia a través de tres procesos principalmente: efecto fotoeléctrico, efecto Compton, y producción de pares.

Los haces de fotones presentan dos características muy significativas en su interacción con la materia. En primer lugar, se trata de un tipo de radiación muy penetrante; mucho más que las partículas cargadas. Por otro lado, el haz no sufre atenuación en energía, tan solo en intensidad. [3]

3.4.1.1. Efecto fotoeléctrico

El efecto fotoeléctrico consiste en la absorción de un fotón por un átomo. En consecuencia, un electrón atómico, llamado fotoelectrón, sale del mismo con una energía cinética igual a la energía del fotón incidente menos la energía de enlace del electrón:

$$E = h\nu - B.E \quad (3-2)$$

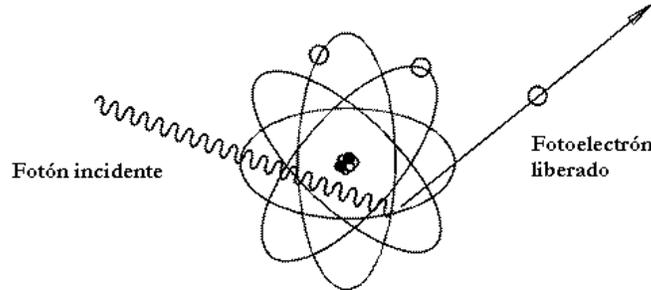


Figura 3-3: Esquema de efecto fotoeléctrico

Como deben cumplirse las leyes de conservación de energía y de momento, este proceso solo ocurre con electrones ligados, puesto que el núcleo experimenta un movimiento de retroceso para conservar el momento. Tras la expulsión del fotoelectrón, el átomo queda frecuentemente en un estado excitado. Para desexcitarse, se produce emisión de rayos X o electrones Auger.

La probabilidad de que se produzca efecto fotoeléctrico viene dada por la sección eficaz fotoeléctrica. Aunque es difícil tratar de manera rigurosa este fenómeno podemos sacar algunas conclusiones del estudio de la sección eficaz fotoeléctrica en función de la energía de los fotones incidentes.

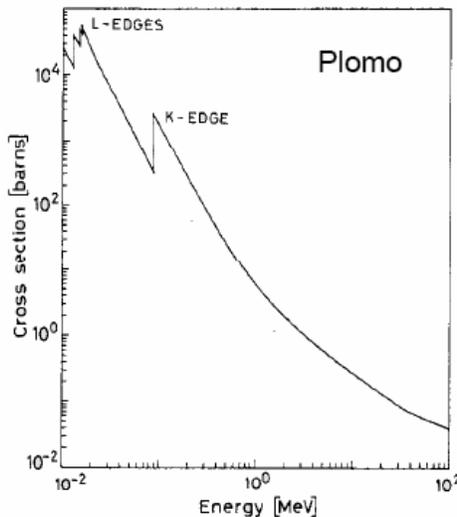


Figura 3-4: Variación de la sección eficaz en función de la energía para el plomo.

Como se observa en la figura 3-4, la sección eficaz es relativamente pequeña, pero aumenta rápidamente a medida que alcanzamos la energía de la capa K. Después cae drásticamente, ya que los fotones no tienen energía suficiente para arrancar los electrones de la capa K. Este es el llamado borde de absorción de la capa K. Por debajo de esta energía la sección eficaz comienza a incrementarse otra vez hasta que se alcanza el borde de absorción de las capas L, M... Es decir, cuando la energía del fotón incidente coincide con la energía de enlace de alguna de las capas, la probabilidad de que se produzca efecto fotoeléctrico es muy alta.

La sección eficaz fotoeléctrica depende además fuertemente del número atómico del blanco, Z. Ésta aumenta significativamente a medida que aumenta el número atómico del blanco ($\sim Z^4$). El efecto fotoeléctrico predomina a energías bajas (~ 100 keV)

3.4.1.2. Efecto Compton [3]

El efecto Compton consiste en la colisión elástica entre un fotón y un electrón libre. En la materia, los electrones están ligados; sin embargo, si la energía del fotón incidente es alta respecto a la energía de enlace del electrón, podemos considerarlo libre.

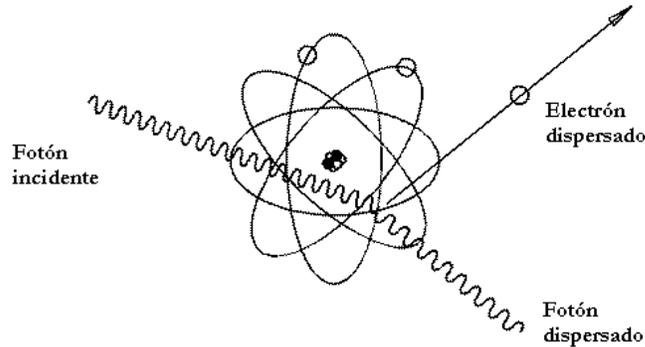


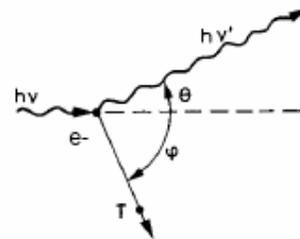
Figura 3-5: Esquema de efecto Compton

El fotón incidente colisiona con el electrón cediendo parte de su energía y cambiando de dirección. Aplicando las leyes de conservación del momento y la energía, obtenemos las siguientes relaciones. La energía del fotón tras la interacción es:

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \gamma(1 - \cos \theta)} \quad (3-3)$$

La energía cinética del electrón es:

$$T = h\nu - h\nu' = h\nu \frac{\gamma(1 - \cos \theta)}{1 + \gamma(1 - \cos \theta)} \quad (3-4)$$



Los ángulos con los que salen dispersados fotón y electrón son respectivamente:

$$\cos \theta = 1 - \frac{2}{(1 + \gamma)^2 \tan^2 \varphi + 1} \quad (3-5)$$

$$\cot \varphi = (1 + \gamma) \tan \frac{\theta}{2} \quad (3-6)$$

donde $\gamma = \frac{h\nu}{m_e c^2}$.

La sección eficaz del efecto Compton puede ser calculada de forma exacta mediante la fórmula de Klein-Nishina:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1}{[1 + \gamma(1 - \cos \theta)]^2} \left(1 + \cos^2 \theta + \frac{\gamma^2 (1 - \cos \theta)^2}{1 + \gamma(1 - \cos \theta)} \right) \quad (3-7)$$

Cuanto menor es la energía del fotón incidente, mayor es la probabilidad de que el fotón salga retrodispersado. Por el contrario, para fotones de alta energía, la probabilidad de que el electrón salga hacia delante con un ángulo de dispersión bajo es muy elevada y hacia atrás casi nula.

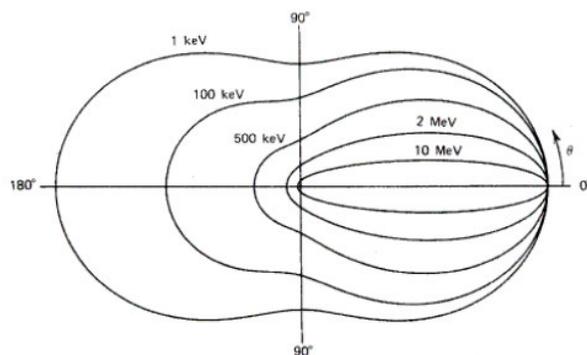


Figura 3-6: Sección eficaz diferencial Compton para distintas energías (usando un diagrama polar)

Si integramos la fórmula de Klein-Nishina a todo el ángulo sólido, obtenemos la probabilidad total por electrón:

$$\sigma_c = 2\pi r_e^2 \left\{ \frac{1 + \gamma}{\gamma^2} \left[\frac{2(1 + \gamma)}{1 + 2\gamma} - \frac{1}{\gamma} \ln(1 + 2\gamma) \right] + \frac{1}{2\gamma} \ln(1 + 2\gamma) - \frac{1 + 3\gamma}{(1 + 2\gamma)^2} \right\} \quad (3-8)$$

Además del efecto Compton, puede producirse dispersión Rayleigh. Se trata de una colisión elástica entre un fotón y un átomo, en la que no se produce transferencia de energía; el átomo ni se excita ni se ioniza. Este proceso se produce predominantemente a bajas energías y altos valores de Z.

3.4.1.3. Creación de pares

El proceso de creación de pares consiste en la transformación de un fotón en un par electrón-positrón. Para que se cumpla la conservación del momento, esto solo puede ocurrir en presencia de un tercer cuerpo, generalmente un núcleo. Además el fotón debe tener una energía de al menos 1.022 MeV. [3]

El balance energético del proceso de creación de pares es:

$$h\nu - 1.02\text{MeV} = E_{e^+} + E_{e^-}$$

El electrón y el positrón pierden sus energías cinéticas a través de excitaciones e ionizaciones. Finalmente el positrón se recombina con un electrón y se desintegran emitiendo dos fotones de 0.51 MeV cada uno.

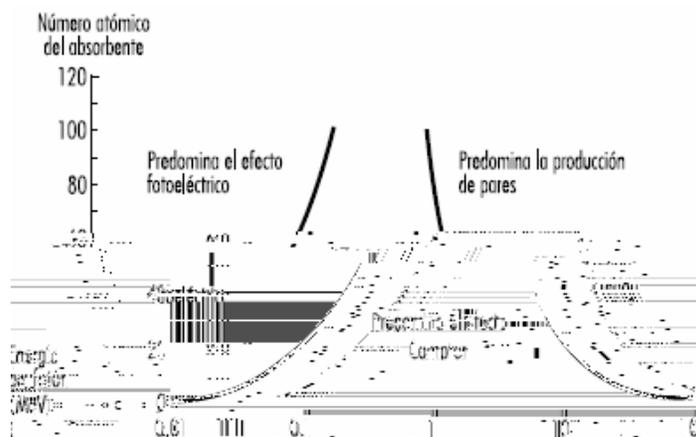


Figura 3-7: Importancia relativa del efecto fotoeléctrico, efecto Compton y producción de pares en función de la energía y el material absorbente.

De la figura 3-7, podemos concluir que el efecto fotoeléctrico predomina a bajas energías del fotón incidente y en materiales con alto número atómico. La creación de pares, por el contrario, domina a altas energías y alto número atómico. A energías medias y en materiales con número atómico bajo predomina el efecto Compton.

3.4.2. Interacción de las partículas cargadas con la materia

Como resultado de las interacciones anteriores, el átomo puede quedar en estado excitado, produciéndose la desexcitación mediante la expulsión de rayos X o electrones Auger. Los electrones pueden interactuar con la materia mediante tres procesos esencialmente:

- *Colisiones elásticas*: el electrón desvía su trayectoria sin apenas perder energía. Se produce con una probabilidad pequeña y viene dado por la fórmula de Rutherford:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = z_2^2 z_1^2 r_e^2 \frac{(m_e c / \beta p)^2}{4 \text{sen}^4(\theta/2)} \quad (3-9)$$

Dada la dependencia con $1/\text{sen}^4(\theta/2)$, la mayor parte de las colisiones resultan en una pequeña desviación angular de las partículas. Se supone que los núcleos son mucho más masivos que las partículas de modo que la pequeña energía que se transfiere a los núcleos es despreciable.

- *Pérdidas radiativas o Bremsstrahlung*: resultado del scattering en el campo eléctrico de un núcleo. A energías de unos cuantos MeV o inferior, este proceso supone pérdidas de energía en un factor muy pequeño. Sin embargo, a medida que aumenta la energía, la probabilidad de pérdidas radiativas aumenta rápidamente, dominando por encima de algunas decenas de MeVs.

- *Pérdidas por ionización o colisiones inelásticas*: la partícula pierde energía al colisionar e ionizar los átomos. La energía media cedida por unidad de camino recorrido puede calcularse de forma exacta mediante la fórmula de Bethe-Bloch:

$$-\frac{dE}{dx} = 2\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \rho \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[\ln \frac{\tau^2 (\tau + 2)}{2(I/m_e c^2)^2} + F(\tau) - \delta - 2\frac{C}{Z} \right] \quad (3-10)$$

donde τ es la energía cinética de la partícula en unidades $m_e c^2$ y $F(\tau)$ una función que toma distinta forma para electrones y para positrones.

3.5. Factores físicos limitantes en la calidad de la imagen PET

La resolución espacial de la imagen PET depende de numerosos factores como el tamaño del detector, la no colinealidad de los fotones de aniquilación, el rango del positrón, la dispersión Compton, las coincidencias aleatorias, la profundidad de interacción o el movimiento del paciente entre otros. Así pues, la resolución es resultado de la convolución de todos estos factores. Por ello, es importante tener en cuenta que al diseñar equipos PET de alta resolución la disminución del tamaño del detector como única medida, mejorará la resolución solo de forma limitada. [11]

3.5.1. Rango del positrón

De todos los factores que limitan la resolución de la PET, el rango del positrón es quizás el menos entendido y, para ciertos equipos e isótopos, el más dominante. [11]

El positrón recorre una cierta distancia antes de aniquilarse con un electrón dando lugar a dos fotones de aniquilación que, en definitiva, es lo que mide nuestro sistema de

detección. Es decir, la aniquilación tiene lugar en una posición distinta a la de la emisión del positrón.

Se define el rango extrapolado como la máxima distancia que recorrería el positrón si no se desviara debido a las interacciones y siguiera una trayectoria recta hasta la aniquilación. Sin embargo, la mayor parte de los positrones recorren una trayectoria tortuosa con grandes desviaciones angulares, lo que resulta en una distancia media entre la posición inicial y final mucho más corta que el rango extrapolado.

A efectos de definir la resolución espacial, se emplea el rango efectivo del positrón. Se trata de la distancia media entre el núcleo emisor y la posición final del rango medido perpendicularmente a la línea definida por los dos fotones de aniquilación. Esta distancia siempre es menor que el rango extrapolado.

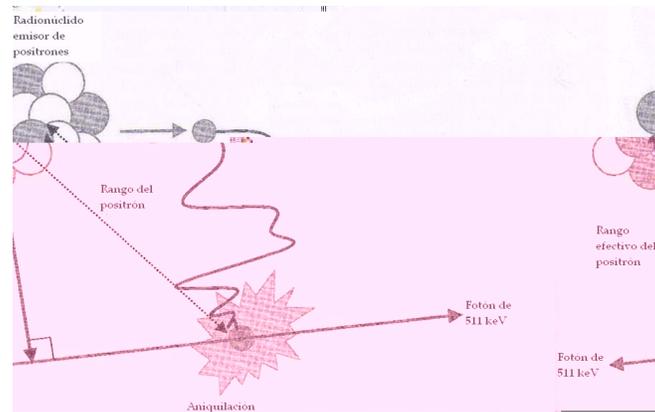


Figura 3-7: Esquema del rango y del rango extrapolado del positrón.

La distancia recorrida o rango depende de la energía del positrón y de la densidad del medio. Las energías máximas de los positrones emitidos por radionucleidos en PET oscilan entre 0.5 y 5 MeV. Cuanto mayor es la energía del positrón emitido, mayor es la distancia que recorre antes de aniquilarse (ver figura 3-8). Además el rango del positrón es inversamente proporcional a la densidad del medio: el rango es proporcionalmente mayor en los tejidos blandos y el aire ($\rho \sim 0.1-0.5 \text{ g/cm}^3$) y menor en los tejidos densos como el hueso ($\rho \sim 1.3-2 \text{ g/cm}^3$) [1]

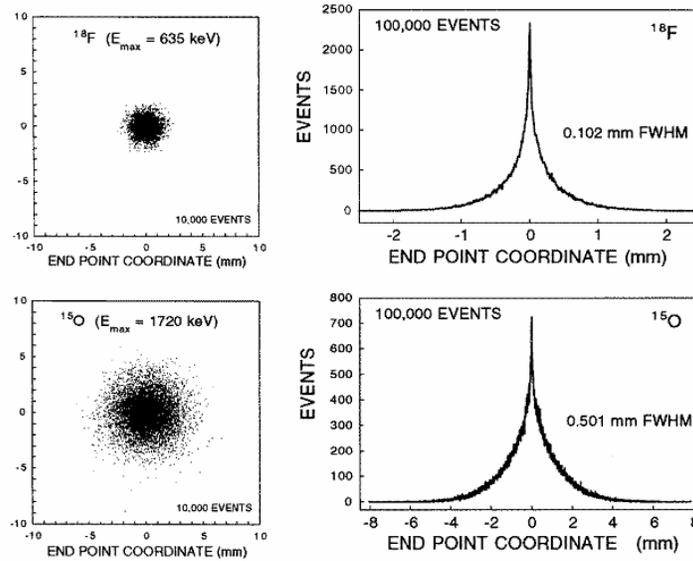


Figura 3-8: Resultados de simulación Monte Carlo que muestran la distribución de los puntos de aniquilación para fuentes puntuales emisores de positrones en agua: ^{18}F ($E_{\beta}^{\text{max}} = 0.635 \text{ MeV}$) y ^{15}O ($E_{\beta}^{\text{max}} = 1.72 \text{ MeV}$). El perfil de la distribución es más ancho para el ^{15}O debido a la mayor energía del positrón, lo que significa un mayor rango del mismo. [11]

3.5.2. No colinealidad de los rayos gamma.

Los fotones de aniquilación casi nunca son emitidos en direcciones exactamente opuestas, 180° . Esto se debe a que en el momento de la aniquilación, el positrón lleva un pequeño momento residual. La desviación angular sigue una distribución aproximadamente gaussiana con una anchura de 0.5° .

El efecto que la no colinealidad de los rayos gamma produce en la resolución espacial, depende linealmente de la separación de los detectores, D .

$$R_{180^\circ} = 0.0022 \times D \quad (3-11)$$

Un valor típico de D para un tomógrafo de cuerpo completo sería 80 cm. Con ello, podemos estimar que el emborronamiento que causa este efecto en la imagen es del orden de 2 mm. Este efecto podría minimizarse si se disminuye el tamaño del anillo detector.

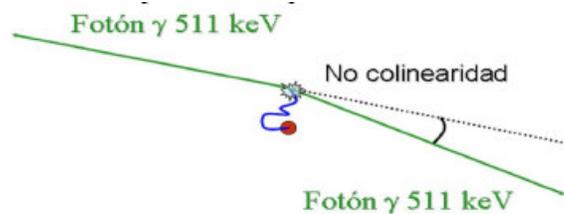


Figura 3-9: No colinearidad de los rayos gamma[23]

3.5.3. Dispersión Compton

Tras la aniquilación del positrón, uno o ambos fotones pueden sufrir dispersión Compton dentro del tomógrafo en el FOV (*field of view*) antes de llegar al detector. Esto supone la asignación de una LOR errónea y al reconstruir la imagen una distribución de la actividad falsa (figura 3-10). Ello, conlleva un empeoramiento del contraste de la imagen.

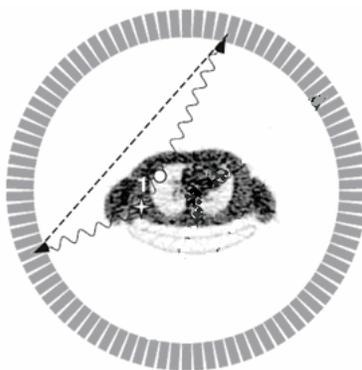


Figura 3-10: Coincidencia en que uno de los fotones ha sufrido dispersión Compton produciendo una asignación de la LOR errónea al reconstruir la imagen.

La densidad del tejido humano es aproximadamente la del agua, así que el recorrido libre medio de un fotón de 511 keV en el cuerpo es de unos 7 cm. Dado que la sección del cuerpo humano es mucho mayor, muchos fotones sufren dispersión Compton antes de llegar al detector. Estos fotones pierden energía al interactuar por lo que, en principio, algunos pueden ser rechazados empleando una ventana de energía adecuada (*energy gating*) alrededor del fotopico en el espectro de energía. El uso de detectores con buena resolución en energía permite emplear ventanas de energía estrechas y así rechazar la mayor parte de los eventos dispersados. Sin embargo, algunos eventos no podrán rechazarse si la energía está dentro del fotopico.

3.5.4. Coincidencias aleatorias

Se producen cuando dos fotones procedentes de dos aniquilaciones de positrones distintas se detectan en dos detectores diferentes dentro de la ventana de coincidencia (figura 3-11). Se crea así una asignación errónea de la LOR y la posición del positrón.

En general cuanto mayor es la actividad utilizada en la exploración, mayor es la tasa de coincidencias aleatorias respecto a las coincidencias verdaderas. Además cuanto más estrecha es la ventana temporal de coincidencias, disminuye la tasa de coincidencias aleatorias respecto a las verdaderas. Sin embargo, la ventana temporal puede ser reducida hasta cierto límite debido a la propia electrónica.

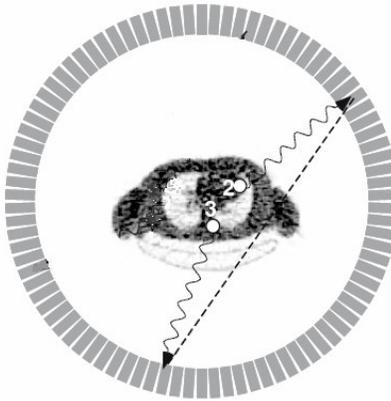


Figura 3-11: dos fotones no correlacionados producen una LOR errónea si son detectados dentro de la misma ventana de coincidencia.

3.5.5. Atenuación de fotones

Alrededor de 0.5 MeV, la forma de interacción predominante entre los fotones y la materia es la dispersión Compton. Los fotones ceden parte de su energía al medio y cambian su dirección. Si consideramos un haz colimado de fotones, la atenuación del haz tendrá la siguiente forma exponencial:

$$I = I_0 e^{-\mu x} \quad (3-12)$$

donde I representa la intensidad del haz a profundidad x e I_0 , la intensidad del haz a la entrada del material. μ es el coeficiente de atenuación e indica la probabilidad de que un fotón sufra atenuación por unidad de longitud. La atenuación depende de la densidad electrónica del medio y de la energía del haz.

Si uno de los fotones es dispersado o atenuado por el medio y no llega al detector, estamos perdiendo la detección de este suceso. Ello provoca una disminución de la detección total de eventos lo que conlleva un aumento del ruido y la distorsión.

3.5.6. Profundidad de interacción (DOI)

Una de las mayores limitaciones en la resolución espacial de PET se debe a que no se conoce de forma precisa la profundidad a la que el fotón incidente deposita su energía en el detector, efecto conocido como *depth of interaction* (DOI).

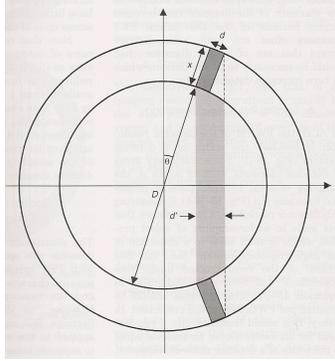


Figura 3-12: La anchura aparente del detector aumenta a medida que aumenta la distancia al centro del FOV. Si se desconoce la DOF en el cristal, el evento detectado podría proceder de una aniquilación que tuvo lugar en cualquier punto de la región sombreada. [1]

La causa de este problema se aprecia en la figura 3-12. Para una fuente situada en el centro del escáner, la resolución espacial intrínseca viene dada por la anchura del elemento detector, $R_{\text{det}} = d/2$. Sin embargo, cuando la fuente no está situada en el centro, la anchura aparente del elemento detector pasa a ser:

$$d' = d \cos \theta + x \sin \theta \quad (3-13)$$

De esta forma la resolución espacial pasa a ser: $R'_{\text{det}} = d'/2$:

$$R'_{\text{det}} \approx R_{\text{det}} \times [\cos \theta + (x/d) \sin \theta] \quad (3-14)$$

En los escáneres convencionales, $x \sim 2-3$ cm y $d \sim 0.3-0.6$ cm. Para un escáner de cuerpo entero con detectores de 4 mm de ancho y un diámetro de 80 cm, habría una degradación de la resolución espacial del 40% a una distancia de 10 cm del centro del FOV.

En la actualidad, existen varios métodos para conocer de forma precisa la profundidad de interacción como el phoswich de dos o más capas. [22] Se denomina phoswich a la combinación de dos centelleadores distintos unidos a un PMT. Los centelleadores se deben elegir de manera que tengan diferentes tiempos de desexcitación y así el pulso a la salida del fotomultiplicador tendrá una forma (perfil temporal) distinta dependiendo de en que cristal haya interactuado el fotón.[3]

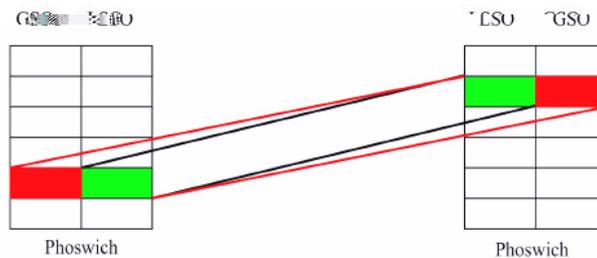


Figura 3-13: Reducción del error espacial al emplear un phoswich [22]

3.6. Eventos detectados en PET

Para que un evento sea registrado como verdadero, debe cumplir tres condiciones:

- (i) Dos fotones son detectados dentro de la ventana temporal de coincidencia.
- (ii) La línea de respuesta entre ambos (LOR) está dentro del ángulo de aceptación del tomógrafo.
- (iii) La energía depositada por los fotones está dentro de la ventana energética seleccionada.

Sin embargo, aparte de los eventos verdaderos, se registran otra serie de eventos que cumplen las condiciones especificadas anteriormente como resultado de dos fotones procedentes de aniquilaciones independientes que han sufrido dispersiones Compton. Se pueden producir los siguientes casos:

- *Eventos simples*: consiste en la detección de un único fotón por parte del anillo detector. Un escáner PET típicamente convierte entre 1-10% de los eventos simples en coincidencias.

- *Eventos verdaderos*: dos fotones resultados de la aniquilación entre un positrón y un electrón son detectados en la misma ventana de coincidencia sin haber sufrido ninguna interacción significativa.

- *Coincidencia aleatoria*: dos átomos decaen casi simultáneamente y se producen cuatro fotones. Dos de ellos, que no proceden de la misma desintegración, son registrados en la misma ventana de coincidencia y los otros dos se pierden. Estos eventos que se registran como verdaderos no tienen ninguna correlación espacial con la distribución del trazador. Las coincidencias aleatorias dependen del número de desintegraciones por segundo y de la tasa de conteo de los detectores.

- *Coincidencia múltiple*: similar a la coincidencia aleatoria, pero en este caso son tres los fotones que se detectan dentro de la ventana de coincidencia. Dado que no se puede distinguir qué dos fotones proceden de la misma desintegración, el evento es desechado.

- *Eventos dispersados*: uno o los dos fotones detectados dentro de la ventana de coincidencia ha sufrido dispersión Compton. En consecuencia, el fotón dispersado pierde parte de su energía y cambia su dirección. Si la resolución en energía es pobre no será posible distinguir estos eventos en base a la energía de los fotones. Al igual que en las coincidencias aleatorias, la línea de respuesta no tiene correlación con la posición del radiotrazador, lo que produce pérdida de contraste en las imágenes.

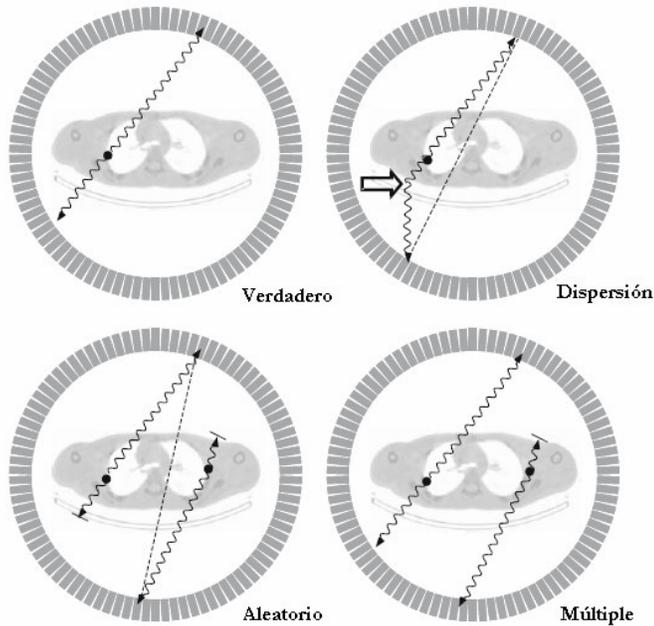


Figura 3-14: Representación de los distintos tipos de eventos en PET [5]

3.7. Reconstrucción de imagen PET

Las imágenes PET son imágenes tomográficas, es decir, son imágenes en 2-D de estructuras situadas en un plano determinado de una estructura 3-D. Inicialmente, las primeras imágenes tomográficas desarrolladas en radiología empleaban técnicas geométricas para difuminar la imagen de objetos que se situaban fuera del plano de interés y enfocar todo lo que se hallara en dicho plano.

Las técnicas de tomografía computerizada moderna, empleadas en PET, SPECT y CT, utilizan un sistema detector que se rota alrededor del objeto y adquiere diferentes proyecciones según el ángulo. Posteriormente, se utilizan algoritmos de reconstrucción matemáticos para reconstruir cada una de las proyecciones en los planos de interés

Como sabemos, un tomógrafo PET mide la distribución del radiotrazador en el paciente. Estas medidas se reconstruyen en imágenes de proyección o proyecciones. Los métodos de reconstrucción pueden dividirse en analíticos e iterativos. Los métodos de reconstrucción analíticos proporcionan una solución matemática directa para la formación de la imagen. Los métodos iterativos tienen una solución matemática mucho más compleja que requiere múltiples pasos antes de conseguir la imagen. [20]

El problema de la reconstrucción de un objeto de tomografía a partir de los datos adquiridos por el escáner, consiste en resolver un sistema de varios millones de ecuaciones,

en las que las incógnitas son cada voxel del volumen a reconstruir y los datos son las cuentas en cada una de las líneas de respuesta del tomógrafo. [19]

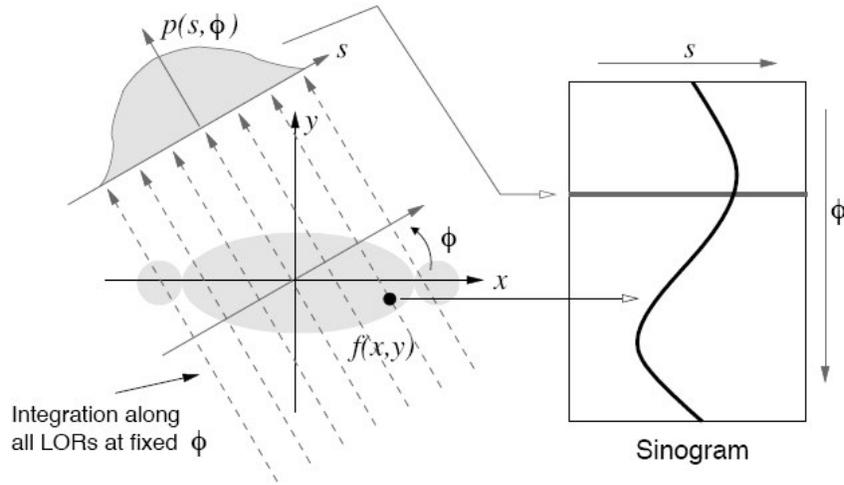


Figura 3-15 Una proyección $p(s, \phi)$ se forma a partir de la integración a lo largo de todas las LORs paralelas que forman un cierto ángulo ϕ . Las proyecciones se organizan en un sinograma de modo que cada proyección completa constituye una única fila en el sinograma. Así, un único punto en $f(x, y)$ traza un senoide en el sinograma.

Los datos adquiridos se almacenan en los denominados sinogramas. Un sinograma es un histograma bidimensional que registra las coincidencias de una adquisición según las coordenadas polares que definen las líneas de respuesta. Para una línea de respuesta dada, el ángulo ϕ ($0 < \phi < 2\pi$) que lo define es el que forma dicha línea con un semieje de referencia y s es la distancia de la línea al origen de coordenadas. El nombre de sinograma procede de que un punto fijo en el objeto se corresponde con una traza sinusoidal tal y como se aprecia en la imagen 3-15.

4. SINGLE PHOTON EMISSION TOMOGRAPHY (SPECT)

Se trata de una técnica de imagen nuclear que permite obtener imágenes tridimensionales de la distribución de un radiofármaco que emita rayos γ individuales, sin correlación angular alguna. [17]

Tabla 4-1: Radionucleidos más utilizados en SPECT [17]

Radionucleido	$T_{1/2}$	Energía media de emisión (keV)
^{99m}Tc	6.02 horas	140
^{201}Tl	73 horas	69, 71, 80
^{123}I	13 horas	159
^{111}In	2.83 días	1,71,245
^{133}Xe	5.25 días	81

La mayoría de sistemas de SPECT utilizan una gamma cámara montada sobre un gantry especial que permite la rotación 360° alrededor del paciente [17]. Las imágenes obtenidas por la gamma cámara son imágenes bidimensionales de una estructura tridimensional, también denominadas proyecciones. Adquiriendo proyecciones desde múltiples ángulos y realizando posteriormente una reconstrucción tomográfica podemos obtener imágenes tridimensionales. Normalmente, un sistema SPECT adquiere datos en series de múltiples proyecciones a incrementos de 2 o más grados.

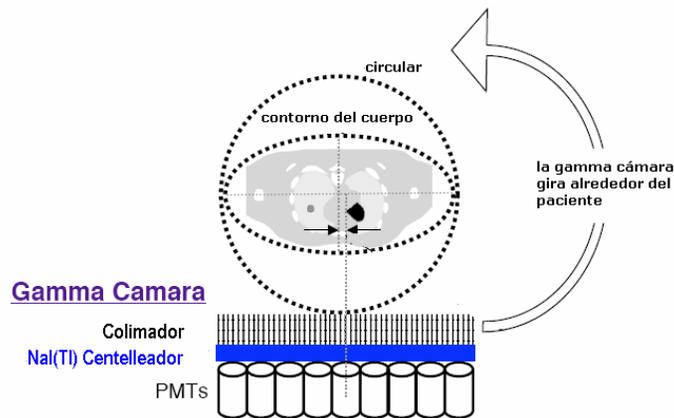


Figura 4-1: Esquema del funcionamiento de una cámara SPECT

La sensibilidad de una cámara SPECT puede mejorarse incorporando varias cabezas detectoras. Existen sistemas de doble y triple cabeza e incluso sistemas multidetectores de 4 cabezas. Estos sistemas permiten obtener dos, tres o cuatro proyecciones simultáneas respectivamente. De este modo, durante el mismo tiempo de adquisición cada proyección se adquiere dos, tres o cuatro veces más, aumentando el

número de cuentas de la imagen final. Alternativamente, un sistema multidetector permite adquirir el mismo número de cuentas en la mitad o tercera parte de tiempo. [1]



Figura 4-2: SPECT-CT con doble cabeza. SPECT con triple cabeza.

Algunos sistemas SPECT permiten que las cabezas detectoras realicen trayectorias elípticas en vez de circulares. Algunos incluso realizan órbitas que siguen el contorno del paciente, previa adquisición de dicho contorno mediante una fuente de luz y una cámara óptica. Esto permite que los detectores adquieran la señal mucho más cerca del paciente, lo que aumenta el número de cuentas recogidas.

4.1. Componentes básicos de una gamma cámara.

Los principales componentes de una gamma cámara son: un cristal centelleador de NaI(Tl) de gran superficie, una guía de luz y un conjunto de tubos fotomultiplicadores. Mediante el colimador se define la dirección de los rayos γ detectados. Controlando qué rayos γ son aceptados, el colimador proyecta una imagen de la distribución de rayos γ en la superficie del centelleado de NaI(Tl). La señal luminosa producida por el centelleador es recogida por los un conjunto de tubos fotomultiplicadores que están conectados a circuitos lógicos que localizan cada evento detectado. [1]

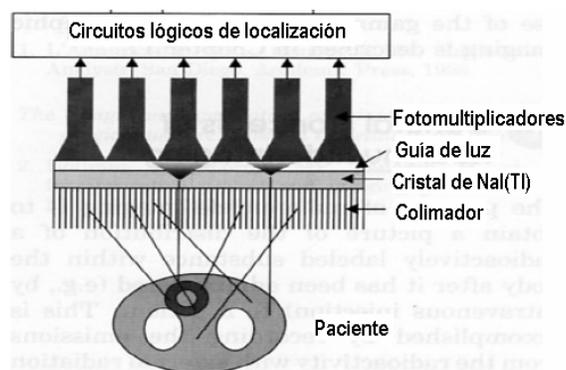


Figura 4-3: Esquemas de los componentes básicos de una gamma cámara. [1]

Las gamma cámaras emplean un cristal detector de gran superficie de NaI(Tl) y dimensiones aproximadas de 6 a 12.5 mm de ancho y 25 a 50 cm de diámetro. Se suele recubrir de un material altamente reflectante como el TiO_2 para maximizar la cantidad de luz de salida. Además se sitúa en una carcasa de aluminio herméticamente cerrada para protegerlo de la humedad (el NaI es altamente higroscópico). Una ventana óptica de cristal permite que la luz llegue a los fotomultiplicadores.

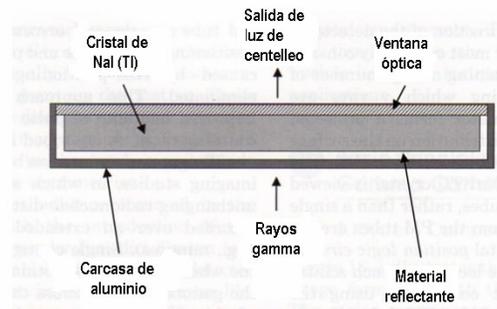


Figura 4-4: Esquema del cristal de centelleo NaI(Tl)

4.2. Eventos detectados en una gamma cámara

Existen cuatro tipos de eventos que pueden detectarse en una gamma cámara. De todos ellos, sólo uno proporciona la información espacial correcta.

A. *Evento válido*: el rayo γ se emite paralelamente a los huecos del colimador, pasa a través del mismo e interacciona en el cristal de NaI(Tl) depositando toda su energía.

B. *Evento dispersado en el detector*: el rayo γ se emite paralelamente a los huecos del colimador, pasa a través del mismo e interacciona mediante dispersión Compton en el cristal de NaI(Tl). El rayo γ dispersado puede volver a interactuar en el mismo depositando toda su energía o bien puede escapar del detector. En el primer caso el evento se aceptará y conducirá a una posición errónea entre las dos posiciones de interacción. Si el rayo γ consigue escapar al detector, generalmente será rechazado porque no cumple el criterio de energía.

C. *Evento dispersado en el paciente*: el rayo γ no se emite en la dirección del colimador pero tras ser dispersado en el tejido, pasa a través del colimador. El rayo γ pierde energía debido a la dispersión y produce una señal menor en el detector. Algunos de estos eventos se rechazan por criterios de energía; sin embargo, si el ángulo de dispersión es pequeño ($<45^\circ$) la pérdida de energía es también pequeña y el evento se acepta como válido. Esto conlleva una posición errónea de varios centímetros. Este tipo de eventos produce una pérdida de contraste en las imágenes.

D. *Penetración en el colimador*: el rayo γ no se emite paralelamente al colimador. Debido a que las paredes del colimador son muy finas y no proporcionan atenuación completa, existe la posibilidad de que atraviese el colimador e interaccione con el detector. Este efecto es muy importante cuando se trabaja con emisores de rayos γ de alta energía

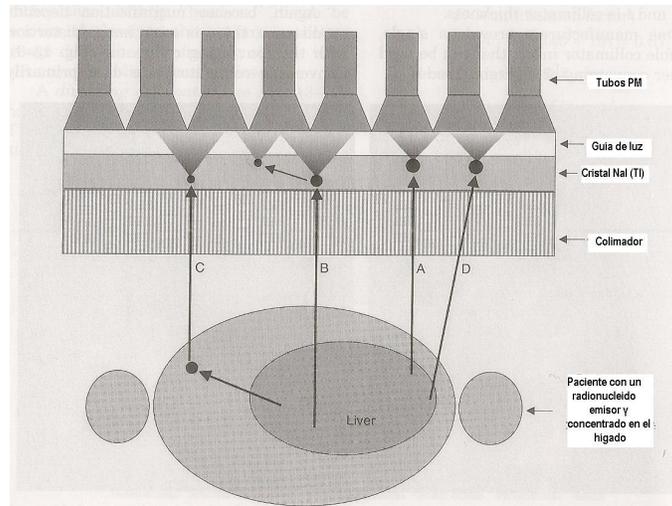


Figura 4-5: Esquema de los diferentes eventos detectados en SPECT

4.3. Aplicaciones clínicas de SPECT

Generalmente, los sistemas SPECT se emplean para obtener imágenes de órganos con una geometría o estructura compleja, donde una localización 3D precisa es crítica en el diagnóstico y tratamiento del paciente.

El uso más frecuente de SPECT es en estudios de perfusión miocárdica, para detectar daños en el músculo cardíaco y en la arteria coronaria tras un infarto.

Los sistemas SPECT son fundamentales en los estudios de la perfusión cerebral, con aplicaciones que incluyen enfermedades neurovasculares, demencia, tumores cerebrales y psiquiatría.

Una tercera e importante aplicación de SPECT es la oncología.. En concreto, SPECT es particularmente útil para obtener imágenes de tumores en tórax, abdomen o cerebro. [1]

5. DETECTORES [4]

El funcionamiento de los detectores se basa en la interacción de la radiación con la materia al atravesar el detector. Típicamente, los detectores convierten la energía depositada por la radiación en una señal eléctrica. La integral de la señal es proporcional a la energía depositada por la radiación.

Los primeros equipos PET empleaban detectores individuales que consistían en un centelleador acoplado a un tubo fotomultiplicador (figura 5-1). Los detectores individuales formaban uno o varios anillos alrededor del sujeto.

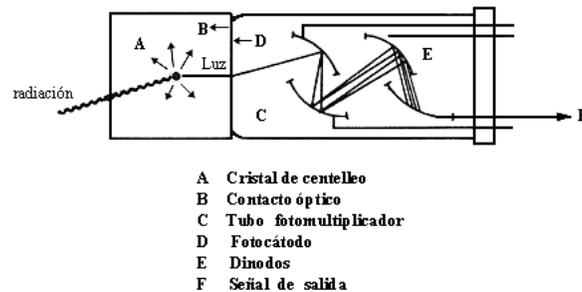


Figura 5-1: Esquema de un conjunto detector de PET de centelleador+fotomultiplicador.

Para mejorar la resolución intrínseca de los equipos los detectores debían ser de menor tamaño. Sin embargo, acoplar a cada detector de menor tamaño su propio fotomultiplicador incrementa los costes enormemente. Por ello, en los años 80 Casey y Nutt diseñaron el detector en bloque (figura 5-2), que permite minimizar el tamaño de los detectores reduciendo además el número de fotomultiplicadores necesarios para la obtención de la señal.

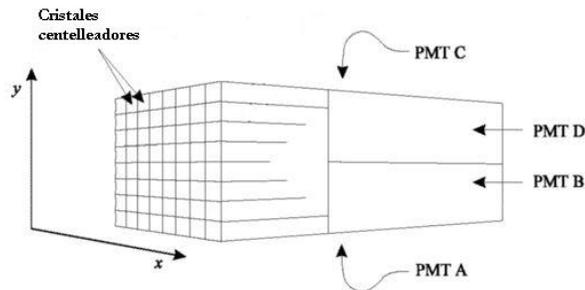


Figura 5-2: Esquema de un detector en bloque. Los cristales centelleadores de pequeño tamaño están unidos a cuatro fotomultiplicadores.

Existen tres grandes grupos de detectores: los detectores gaseosos o cámaras proporcionales, los detectores semiconductores y los centelleadores.

5.1. Propiedades generales de los detectores

5.1.1 Resolución en energía

Algunas aplicaciones de los detectores tienen como objetivo medir la distribución de energía de la radiación incidente. Se trata de la espectroscopia de radiación.

Si se irradia el detector con una fuente de radiación monocromática, se obtiene la denominada función de respuesta del detector para la energía empleada.

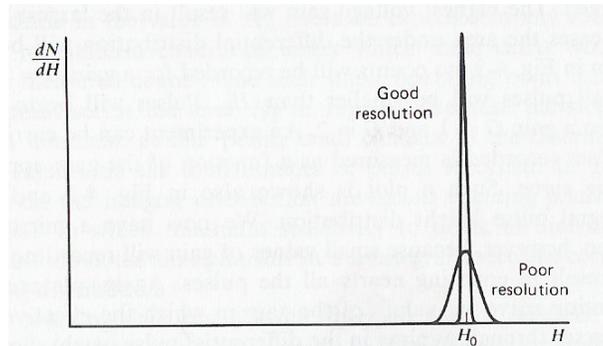


Figura 5-3: Ejemplo de dos funciones de respuesta de dos detectores con resolución relativamente buena y relativamente pobre. [4]

En la figura se representa la respuesta de dos detectores que han registrado el mismo número de pulsos, es decir, el área encerrada por ambos picos es la misma. Aunque ambos picos están centrados en el mismo valor medio, H_0 , la anchura de la distribución con peor resolución es mucho mayor. Este hecho refleja que se han registrado una gran cantidad de fluctuaciones entre pulso y pulso, aunque la cantidad de energía depositada por cada pulso es la misma que en el otro caso. Si se disminuyen la cantidad de fluctuaciones, la anchura de la distribución también disminuye y el pico se aproximará cada vez más a una función delta. Cuanto más se mejora la anchura de esta distribución, mayor es la capacidad del detector para resolver con detalle picos de energías muy próximas.

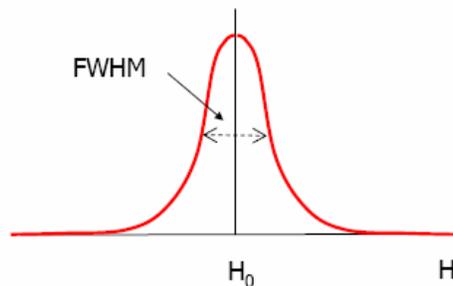


Figura 5-4: Esquema de la FWHM para un pico de energía H_0 .

Formalmente, se define la resolución en energía de un detector como:

$$R = \frac{FWHM}{H_0} \quad (5-1)$$

donde *FWHM*, *full width at half maximum*, es la anchura de la distribución medida a la altura media del pico, y H_0 , el centroide del mismo (ver figura 5-4). Se trata de una magnitud adimensional que se suele expresar en porcentaje. Cuanto menor sea la resolución en energía del detector, mayor será su capacidad de distinguir dos radiaciones con energía muy próximas. Los detectores semiconductores de diodo empleados en espectroscopía con partículas α pueden llegar a tener resoluciones menores al 1%. Por el contrario, los centelleadores empleados en espectroscopía de rayos γ presentan una resolución del 5-10%.

Existen diversas fuentes de ruido que provocan las fluctuaciones en la respuesta del detector. Entre ellas caben destacar: el ruido aleatorio intrínseco al propio detector, el ruido estadístico y cualquier desviación de las condiciones de medida durante la misma. El ruido estadístico constituye la fuente más importante de fluctuaciones y se debe a la naturaleza discreta de la propia señal. Constituye una fuente mínima irreducible de ruido, no importa cuanto se mejore el sistema detector, y por ello, es el factor de ruido más limitante.

5.1.2. Eficiencia

La eficiencia nos da idea del número de pulsos contados por el detector en relación al número de partículas incidentes. En el caso de partículas cargadas, como partículas α y β , éstas depositan su energía a través de excitaciones o ionizaciones justo a la entrada del detector. Mientras recorren cierta distancia dentro de su rango forman numerosos pares de iones, creando así un pulso suficiente para ser registrado por el detector. En estas condiciones, los detectores tienen una eficiencia del 100% incluso sin ser muy gruesos.

Por el contrario, los fotones o neutrones deben sufrir una interacción que sea significativa para poder ser detectada. Debido a que pueden recorrer grandes distancias entre interacciones, los detectores no tienen habitualmente eficiencia del 100%.

Se define la eficiencia absoluta de detección como la relación entre número de pulsos registrados por el detector y el número de partículas emitidas por la fuente de radiación:

$$\varepsilon_{abs} = \frac{n^\circ \text{ pulsos registrados}}{n^\circ \text{ partículas emitidas por la fuente}} \quad (5-2)$$

La eficiencia absoluta depende no sólo de las propiedades del detector sino también de la geometría del montaje del sistema de detección (distancia fuente-detector y tamaño del detector principalmente)

Se define también la eficiencia intrínseca como el número de pulsos registrados por el detector en relación al número de partículas que llegan al mismo.

$$\epsilon_{\text{int}} = \frac{n^{\circ} \text{ pulsos registrados}}{n^{\circ} \text{ partículas incidentes}} \quad (5-3)$$

La eficiencia intrínseca depende principalmente del material detector, de la energía de la radiación incidente y del grosor del detector en la dirección de incidencia de la radiación. Ambas eficiencias están relacionadas a través de la relación:

$$\epsilon_{\text{int}} = \epsilon_{\text{abs}} \left(\frac{4\pi}{\Omega} \right) \quad (5-4)$$

Ω es el ángulo sólido del detector visto desde la fuente.

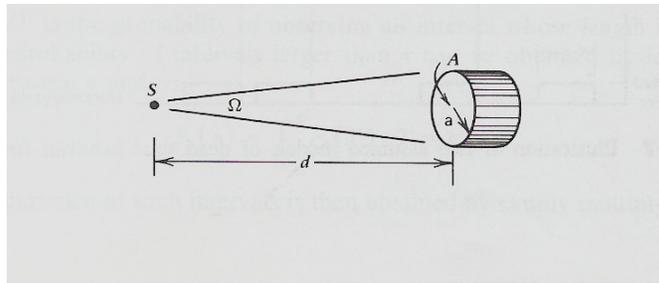


Figura 5-5: Esquema de la geometría fuente-detector

Como ejemplo, para una fuente puntual localizada a lo largo del eje de un detector cilíndrico (figura 5-5), el ángulo sólido viene dado por:

$$\Omega = 2\pi \left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2 + a^2}} \right) \quad (5-5)$$

Si $d \gg a$, podemos aproximar:

$$\Omega \cong \frac{\pi a^2}{d^2} \quad (5-6)$$

5.1.3. Tiempo muerto

En cualquier sistema de detección, es necesario que transcurra un cierto tiempo entre dos sucesos consecutivos para que puedan ser registrados como procesos independientes. Esta separación temporal mínima entre sucesos se denomina tiempo muerto del detector. En unas ocasiones se debe al propio detector y en otras, a la electrónica asociada al mismo.

Dada la naturaleza aleatoria de los decaimientos radiactivos siempre existe la probabilidad de perder eventos verdaderos debido a que están separados muy poco

respecto del evento precedente. Estas pérdidas por tiempo muerto son muy significativas a altas tasas de recuento y se deben tener en cuenta las correcciones pertinentes.

5.2. Detectores centelleadores

Los detectores centelleadores se basan en la producción de luz de centelleo tras la interacción de la radiación con el detector. Cuando la radiación interacciona con la materia, produce excitaciones y/o ionizaciones. Cuando los átomos excitados/ionizados se desexcitan o recombinan se desprende cierta cantidad de energía en forma de energía térmica o a través de vibraciones moleculares (gases y líquidos) o de la red (cristales). En los materiales centelleadores, esta energía se desprende en forma de luz visible (fluorescencia).[1]

Las características de un buen material centelleador son: [4]

1. Debe convertir la mayor fracción posible de radiación incidente en luz de centelleo, es decir, debe tener una eficiencia de centelleo alta.
2. La cantidad de luz producida debe ser proporcional a la cantidad de energía depositada por la radiación dentro de un rango de energía lo más amplio posible.
3. El medio debe ser transparente a la longitud de onda de su propia emisión.
4. El tiempo de decaimiento de la señal luminiscente debe ser corto, para permitir que se generen pulsos rápidos.
5. Debe tener buenas propiedades ópticas y permitir la fabricación en tamaños suficientemente grandes para su aplicación como detector.
6. El índice de refracción debe ser próximo al del vidrio (~ 1.5) para que se acople de forma eficiente al fotomultiplicador.

Los materiales centelleadores que se emplean en Medicina Nuclear son de dos clases: sólidos cristalinos inorgánicos y soluciones líquidas de materiales orgánicos. Los centelleadores inorgánicos suelen tener una eficiencia de centelleo más alta y son más lineales, sin embargo, salvo excepciones, son lentos en respuesta temporal. Los centelleadores orgánicos son más rápidos, pero su eficiencia de centelleo es menor. La alta densidad electrónica, Z , de los centelleadores inorgánicos los hace mejores para su aplicación en espectroscopía de rayos gamma, mientras que los orgánicos se prefieren para espectroscopía de partículas beta y detección de neutrones rápidos.[1]

5.2.1. Centelleadores inorgánicos

Los centelleadores inorgánicos son sólidos cristalinos que emiten luz de centelleo debido a su estructura cristalina.

La estructura de bandas de energía de un cristal puro consta de tres bandas:

- Banda de valencia: se hallan los electrones que están ligados a la estructura de la red cristalina. Es la banda de menor energía.

- Banda de conducción: se hallan los electrones que tienen suficiente energía para migrar desde la banda de valencia y moverse por el cristal.

- Banda prohibida o gap: los electrones no pueden hallarse en esta banda cuando el cristal es el puro.

En un cristal puro, la dimensión del gap o la banda prohibida es tal, que el fotón resultante de la transición de un electrón de la banda de conducción a la banda de valencia tiene una energía excesivamente alta y no pertenece a la luz visible.

Para aumentar la probabilidad de que se produzcan fotones visibles en las transiciones electrónicas se añaden impurezas denominadas activadores. Estos activadores crean niveles de energía intermedios en la banda prohibida o gap, de forma que si el electrón cae desde uno de estos niveles intermedios a la banda de valencia, se emiten fotones en el visible (figura 5-6). Por ello, estos niveles se denominan centros de luminiscencia o recombinación.



Figura 5-6: Esquema de la estructura de bandas de un material centelleador.

Cuando una partícula cargada atraviesa el detector, se crea un gran número de pares electrón-hueco, al migrar los electrones a la banda de conducción. Cuando un electrón de la banda de valencia migra a la banda de conducción se crea un hueco, que rápidamente ocupará e ionizará uno de los centros activadores, ya que su energía de ionización es menor que la propia de la red. El electrón por su parte se mueve libremente por el cristal hasta que se encuentra con un activador ionizado. Si el estado del activador que se forma es una configuración excitada con transición permitida a la banda de valencia, la desexcitación se

producirá de forma rápida y con alta probabilidad de emisión del correspondiente fotón. Si los activadores se eligen correctamente, la transición estará en el rango visible. La vida media de los estados excitados es de 50-500 ns mientras que el tiempo de migración de electrón es mucho más corto. Por ello, es el tiempo de decaimiento de los estados excitados el que determina las características temporales de la emisión de la luz de centelleo.

Tabla 5-1: Principales propiedades de algunos centelleadores inorgánicos

Material centelleador	NaI	BGO	LSO	GSO
Densidad (g/cm ³)	3.67	7.13	7.40	6.71
Numero atómico efectivo (Z_{eff})	51	75	66	59
Coefficiente de atenuación lineal (cm ⁻¹)	0.34	0.95	0.88	0.70
Índice de refracción	1.85	1.8	1.9	1.85
Producción de luz [%NaI(Tl)]	100	10-20	75	20
Constante de decaimiento (ns)	230	300	47	56
Longitud de onda emitida (nm)	415	480	420	440

5.2.2. Materiales centelleadores

5.2.2.1. Ioduro de Sodio o NaI(Tl)

En 1984, R. Hofstadter demostró que el cristal NaI dopado con Tl producía una cantidad de luz de centelleo excepcionalmente alta comparada con los centelleadores orgánicos conocidos. Se pueden crecer grandes cristales de NaI que son dopados con una fracción molar de Tl de 10^{-3} . Este material es altamente higroscópico y se deteriora debido a la absorción de agua si está en contacto con la atmósfera. Por ello, estos materiales están encapsulados para su aplicación. Además es bastante frágil y se puede dañar fácilmente por estrés mecánico o térmico.

El NaI(Tl) presenta una pequeña pero medible no proporcionalidad de la respuesta en función de la energía depositada.

El tiempo de decaimiento dominante es 230 ns, demasiado largo si se quiere aplicar con tasas de conteo altas.

5.2.2.2. Germanato de Bismuto o BGO

El $B_4Ge_3O_{12}$ o BGO como es comúnmente abreviado, es el material históricamente más utilizado en PET. Su mayor ventaja frente a otros materiales es su alta densidad (7.13 g/cm³) y su elevado número atómico (83) del componente de Bismuto, que le otorgan la probabilidad más alta por unidad de volumen de absorción fotoeléctrica. Sus propiedades mecánicas y químicas lo hacen fácilmente manejable para su fabricación y uso, frente a otros materiales frágiles o higroscópicos como NaI. Sin embargo, su eficiencia de centelleo

es relativamente baja, del 10-20% de la del NaI(Tl). Además tiene un índice de refracción relativamente alto (2.15) lo que dificulta la eficiente recolección de la luz.

La resolución temporal global del BGO es un factor 2 peor que la del NaI(Tl).

BGO es un ejemplo de material centelleador puro. Está disponible en tamaños limitados y es dos o tres veces más costoso que el NaI.

En común con otros materiales centelleadores, la cantidad de luz de centelleo emitida disminuye con la temperatura.

5.2.2.3. Silicato de Gadolinio o GSO

El Gd_2SiO_5 o GSO puede crecerse hasta obtener cristales de tamaño considerable y el número atómico del gadolinio (64) lo hace muy interesante para espectroscopía de rayos gamma. Se dopa con Cerio y se obtiene una máxima eficiencia de centelleo a una concentración de 0.5 moles %. El tiempo de decaimiento también depende del dopado, pero está dominado por una componente rápida de 56 ns a ese nivel de dopado. La cantidad de luz de centelleo representa el 20% de la del NaI. La resolución en energía es de aproximadamente el 9% para rayos gamma de 662 keV. Tiene una gran estabilidad frente a la radiación.

5.2.2.4. Ortosilicato de Lutecio o LSO

El $\text{Lu}_2(\text{SiO}_4)\text{O}$ o LSO apareció como material centelleador en 1991. Presenta una eficiencia de centelleo del 75% la del NaI(Tl), una rápida constante de decaimiento temporal de 47 ns y un espectro de emisión compacto alrededor de 420nm. El elevado número atómico del Lutecio (71) hace este material muy atractivo para su uso como centelleador en espectroscopía de rayos gamma. Sin embargo, el elevado coste y la dificultad para la elaboración de cristales de gran tamaño todavía hacen que no sean tan utilizados. Se ha descrito una resolución en energía del 7.5% para fotones de 662 keV en cristales pequeños y aproximadamente del 10% en cristales de mayor tamaño. El constante de decaimiento consta únicamente de una componente rápida de 47 ns. El elemento natural contiene un 2.59 % de un isótopo del Lu, el ^{176}Lu , que es radiactivo y añade unas 300 cuentas/s por cm^3 de LSO al fondo.

5.3. Fotomultiplicadores

El uso de materiales centelleadores como detectores de radiación no sería posible sin dispositivos que convierten la luz de centelleo, que es un pulso extremadamente débil, en una señal eléctrica. Los fotomultiplicadores convierten señales luminosas débiles, de unos centenares de fotones, en un pulso de corriente útil sin añadir mucho ruido a la señal.

El esquema básico de un fotomultiplicador se ilustra en la figura 5-7. Los dos principales componentes de un fotomultiplicador son el fotocátodo y el multiplicador de electrones.

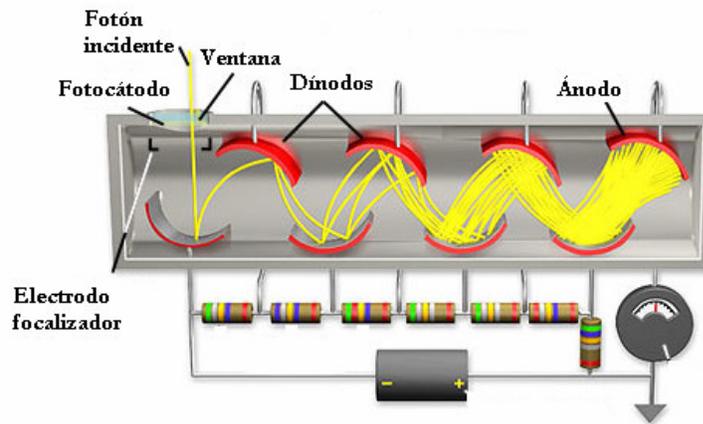


Figura 5-7: Esquema de un fotomultiplicador

El fotocátodo constituye una capa fotosensible que convierte los fotones de luz incidentes en electrones de baja energía. Este proceso de fotoemisión se produce en tres etapas: (1) el fotón incidente se absorbe y su energía se transfiere a un electrón del material fotosensible, (2) el electrón migra por la superficie del fotocátodo, (3) el electrón sale del fotocátodo. Si los fotones constituyen un pulso de centelleo, como en el caso que nos ocupa, los fotoelectrones producidos por el fotocátodo formarán un pulso de duración similar. La carga de los fotoelectrones es demasiado pequeña para proporcionar una señal eléctrica útil. De ahí la necesidad de el multiplicador de electrones.

El multiplicador de electrones de un fotomultiplicador basa su funcionamiento en el fenómeno de emisión de electrones secundarios. Los fotoelectrones que salen del fotocátodo son acelerados para impactar en la superficie de un electrodo, llamado dínodo. Si el material del dínodo ha sido seleccionado adecuadamente, la energía depositada por cada electrón produce la reemisión de dos o más electrones. Los electrones que proceden del fotocátodo tienen energías del orden de 1 eV o menos, y son acelerados por una diferencia de potencial positiva de varios centenares de voltios. Por ello, es posible que

cada electrón emita unos 30 electrones secundarios por cada 100 V de voltaje acelerador. El factor multiplicativo para un dínodo viene dado por:

$$\delta = \frac{n^{\circ} \text{ electrones secundarios emitidos}}{\text{electron incidente}} \quad (5-7)$$

Para conseguir ganancias del orden de 10^6 , se necesitan varias etapas. Los electrones, tras abandonar el fotocátodo, llegan al primer dínodo y producen δ electrones secundarios por fotoelectrón incidente, como ya hemos visto. Estos electrones secundarios tienen muy baja energía, típicamente unos pocos eV, y son dirigidos hacia el segundo dínodo mediante campos electrostáticos. El proceso se repite sucesivamente, en N etapas, obteniendo una ganancia total:

$$\text{ganancia} = \alpha \cdot \delta^N \quad (5-8)$$

donde α es la fracción total de fotoelectrones que llegan al multiplicador de electrones y toma un valor próximo a la unidad para tubos bien diseñados.

5.4. Detectores semiconductores

Una de las mayores limitaciones de los centelleadores es su resolución en energía relativamente pobre. La conversión de la energía depositada por la radiación en señal eléctrica consta de numerosos e ineficientes pasos. La energía necesaria para crear un fotoelectrón es de 100eV y en cada interacción no se crean más de 1000 fotoelectrones, por lo que las fluctuaciones estadísticas son inevitables y la mejora de la resolución en energía está claramente limitada. El modo de mejorar la resolución en energía sería incrementar el número de portadores por pulso.

El uso de materiales semiconductores como detectores de radiación permite crear un número de portadores por pulso mucho mayor que con cualquier otro tipo de detector. Por ello, se alcanza la mejor resolución en energía. En este caso, los portadores son los pares electrón-hueco.

Además de la resolución en energía superior, presentan otras ventajas como su tamaño compacto, respuesta temporal rápida y un grosor efectivo que se puede variar según la aplicación deseada. Entre los inconvenientes destacan la limitación a tamaños reducidos y la alta susceptibilidad a sufrir daños inducidos por la radiación.

Los semiconductores son materiales cristalinos cuya estructura electrónica es una estructura de bandas como la explicada en el apartado 5.1.2. Lo que caracteriza a los materiales semiconductores es el tamaño de su banda prohibida de energía o gap, del orden de 1 eV. En ausencia de excitación térmica, el comportamiento sería análogo al de cualquier

material aislante, estando la banda de valencia completa y la banda de conducción vacía. Sin embargo, cuando existe excitación térmica, debido al menor tamaño del gap, es posible que algunos electrones salten a la banda de conducción.

Cuando una partícula deposita su energía en un detector semiconductor, se forman pares electrón-hueco en apenas picosegundos a lo largo de la trayectoria de la partícula. Debido a la presencia de un campo eléctrico, electrones y huecos se mueven en sentidos opuestos, lo que produce una corriente que permanece hasta que ambos portadores son recogidos a ambos lados del volumen activo.

5.4.1. Detectores CZT

El CdZnTe (CZT) ha sido investigado como material detector para aplicaciones en PET. Hasta el momento los detectores típicos que se encuentran en los tomógrafos comerciales consisten en un conjunto de pequeños cristales centelleadores acoplados a fotomultiplicadores.[12] Los detectores basados en CZT tendrían una configuración diferente. Como detector semiconductor, el CZT convierte directamente la energía de los rayos gamma en señal eléctrica, produciendo señales menos ruidosas que las obtenidas con centelleador-fotomultiplicador. Las principales ventajas de estos detectores son: la resolución espacial, la resolución en energía y la propia tecnología de fabricación.

El CZT alcanza una resolución en energía de aproximadamente el 2% para fotones de 511 keV, muy superior al 10-20% que típicamente alcanzan los centelleadores. Esta buena resolución en energía permite seleccionar ventanas de energía mucho más estrechas y rechazar así eventos que han sufrido dispersión Compton, que constituyen una importante fuente de ruido en las imágenes PET.

Estos detectores se fabrican mediante tecnologías estándar que se emplean en la industria de semiconductores. Por ello, permiten alcanzar una alta resolución espacial sin el coste económico que supone fabricar y montar el gran número de cristales centelleadores.

Además, como el detector CZT no contiene fotomultiplicador su tamaño es mucho más compacto.

La tolerancia que se espera de estos detectores frente a campos magnéticos, abre la posibilidad de diseñar un tomógrafo PET combinado con MR.

Sin embargo, para poder emplear el CZT en tomógrafos comerciales, deben superarse todavía algunos inconvenientes. En primer lugar, existen ciertas dificultades para crecer el cristal en tamaños grandes de manera uniforme y con buena recolección de la

carga. Además, la sensibilidad del CZT para detectar fotones de 511 keV no es tan alta como en los nuevos centelleadores de LSO (un factor 3 en la eficiencia en el fotopico).

Las características temporales son peores que para los detectores de centelleo. La principal causa reside en la baja movilidad de los portadores de carga. Esto conllevaría una ventana de coincidencia temporal más grande, lo que a su vez aumentaría el ruido en la imagen debido a las coincidencias aleatorias. Sin embargo, la resolución temporal podría mejorarse mediante el análisis digital de la forma de los pulsos.

La estabilidad de los detectores de CZT frente a cambios de temperatura y humedad ha sido comprobada. Se ha medido la resolución en energía y la posición del fotopico de los CZT durante variaciones prolongadas de la temperatura (15 °C – 40 °C) y humedad (10%-70%) y concluido que los detectores son estables dentro de ese rango [13]. De esta forma, el CZT supera uno de los grandes inconvenientes del uso del Si y Ge como detectores: operar a temperatura ambiente sin introducir excesivo ruido en la señal [1].

6. MATERIALES Y MÉTODOS

6.1. Los detectores

Se han empleado dos detectores CZT coplanares de rejilla fabricados por eV products [29]. Las dimensiones de los dos detectores son:

- Detector 1: $15 \times 15 \times 7.5 \text{ mm}^3$
- Detector 2: $10 \times 10 \times 0.5 \text{ mm}^3$

El detector y la electrónica se hallan en el interior de un cilindro de 31.75 mm de diámetro y 130 mm de longitud

Estos detectores se presentan como detectores de alta resolución para rayos gamma, de gran tamaño y capaces de operar a temperatura ambiente para aplicaciones de espectroscopía nuclear. Por tanto, son detectores aptos para aplicaciones que necesiten una alta resolución en energía y operar a temperatura ambiente.

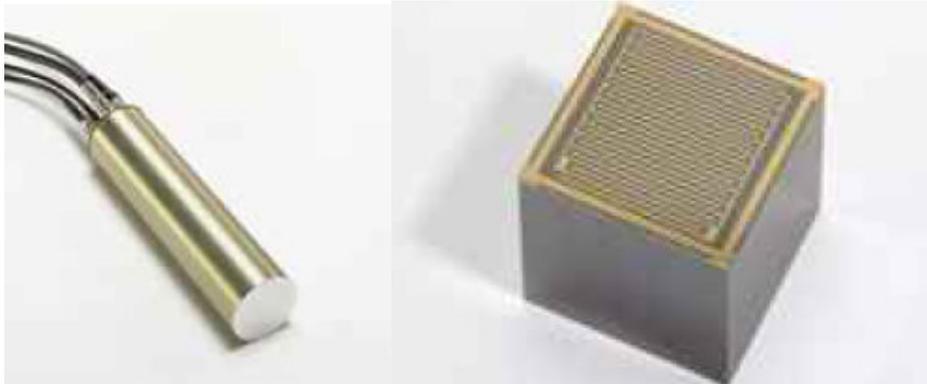


Figura 6-1: Imagen del elemento detector (derecha) y ya montado en su caja (izquierda)

Los datos de la resolución en energía que proporciona el fabricante son:

- Detector 1 ($15 \times 15 \times 7.5 \text{ mm}^3$): $R < 4\% \text{ FWHM @ } 662 \text{ keV}$
- Detector 2 ($10 \times 10 \times 0.5 \text{ mm}^3$): $R < 3\% \text{ FWHM @ } 662 \text{ keV}$

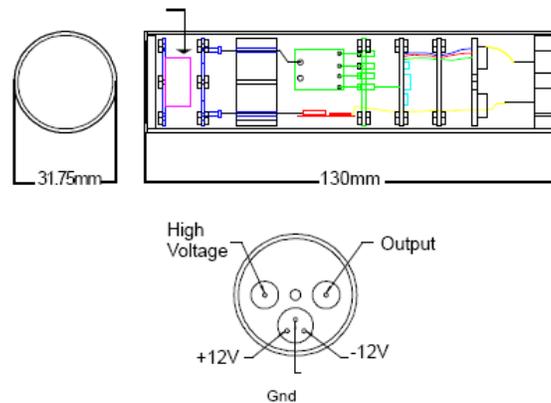


Figura 6-2: Esquema de conexiones de los detectores.

6.2. Las muestras radiactivas.

Se han empleado cinco muestras radiactivas distintas para realizar las medidas.

Tabla 6-1: Características de las muestras empleadas en las medidas

Muestra	²² Na	²² Na	⁶⁰ Co	¹³⁷ Cs	¹³³ Ba	¹⁵² Eu
Fecha	01/2008	01/2006	10/2000	09/2000	01/2006	01/2006
Actividad inicial (μCi)	1	1	1	5	1	1
T _{1/2} (años)	2.6	2.6	5.27	30.1	10.5	13.5

7. ERRORES EN LA MEDIDA

El proceso de medida se verá afectado por distintas fuentes de error. Estudiarlas y cuantificarlas nos permitirá ser conscientes de la precisión de nuestros resultados. Además, se estudiará cómo afectan al resultado algunas de las aproximaciones que emplearemos en el proceso y si son o no aplicables.

7.1. Influencia del fondo

En toda adquisición de espectros existe un cierto número de cuentas registrado por el detector que no se corresponden con cuentas emitidas por la fuente radiactiva. Estas cuentas corresponden al denominado fondo de radiación. La adquisición del fondo es inevitable y por ello vamos a estudiar en qué medida afecta a nuestros espectros. Su influencia, no obstante, se puede reducir mediante la adquisición y posterior sustracción de espectros del fondo en las mismas condiciones que las empleadas con la muestra radiactiva.

Para este estudio, hemos adquirido un espectro de la muestra de ^{22}Na con el detector 2 a 780V durante 15 horas. Para estudiar la influencia del fondo hemos registrado durante 15 horas en las mismas condiciones (detector 2 a 780 V) el fondo, es decir, sin ninguna muestra radiactiva.

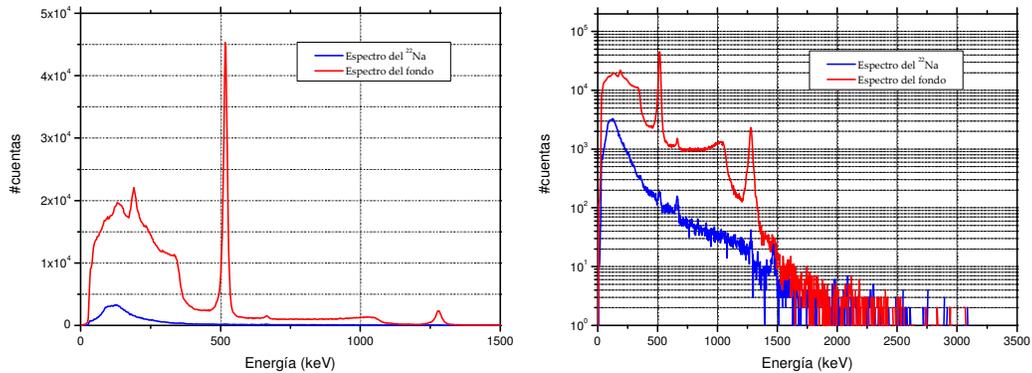


Figura 7-1: Espectro del ^{22}Na y del fondo adquiridos durante 15 horas con el detector 2 con un voltaje de bias de 780V (Escala lineal y escala logarítmica)

El fondo constituye un espectro continuo que se acumula principalmente en a bajas energías. A partir de 500 keV, no tiene ningún tipo de influencia. Vamos a restar el fondo al espectro del ^{22}Na . De ese modo, podemos comparar el espectro sin fondo y el espectro con fondo y concluir el verdadero alcance de su influencia.

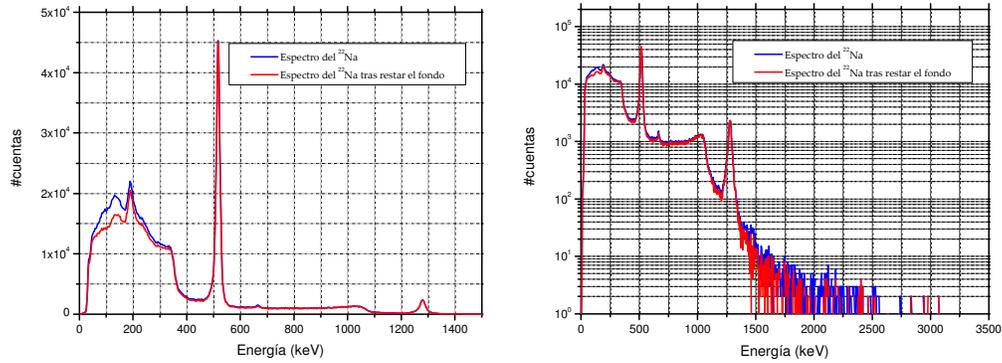


Figura 7-2: Comparación del espectro del ^{22}Na antes y después de restar el fondo. (Escala lineal y escala logarítmica)

La corrección del fondo afecta únicamente hasta los 200-300 keV. Además, dentro de ese rango de energías, el fondo afecta únicamente a la intensidad o número de cuentas registrados y no produce cambios significativos en la posición o anchura de los picos. Esto se debe a que el fondo de radiación se compone principalmente de cesio y potasio que emiten radiación de baja energía.

7.2. Influencia del fondo Compton en la determinación del centroide

De toda la información contenida en los espectros, uno de los parámetros que tendremos que hallar con frecuencia es el centroide del fotopico. Se define el centroide de un pico o centro de gravedad del mismo como:

$$C_{\text{centroide}} = \frac{\sum_{i=1}^N C_i \cdot n_{\text{cuentas},i}}{\sum_{i=1}^N n_{\text{cuentas},i}} \quad (7-1)$$

donde C_i es el canal i y n_i es el número de cuentas asociado al mismo canal.

El modo más preciso para hallar los centroides de los picos debe tener en cuenta, que en la mayor parte de los casos, éstos se encuentran contaminados por un cierto fondo Compton. Si no restamos este fondo Compton, estaremos considerando un determinado número de cuentas como parte del fotopico, es decir, como fotones que depositan toda su energía en el detector en una sola interacción cuando en realidad corresponden a dispersiones Compton.

El programa CassyLab presenta una opción para hallar los centroides de los picos, pero no tiene en consideración este hecho. Por ello, vamos a estudiar qué error se comete en la determinación de la posición del centroide del pico si no corregimos ese efecto del fondo Compton.

Vamos a tomar un espectro del ^{22}Na para estudiar el fotopico de 511 keV. Este es un buen ejemplo, pues se ve con bastante claridad cómo le afecta el fondo Compton del pico de mayor energía.

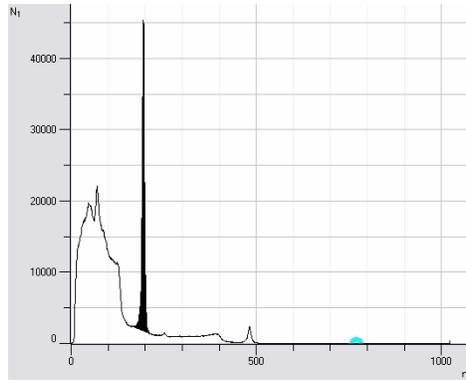


Figura 7-2: Espectro del ^{22}Na adquirido con el detector 2 durante 15h. Fotopico de 511 keV sin fondo Compton

En primer lugar, seleccionaremos únicamente la zona del espectro donde se halla el fotopico pues vamos a centrar ahí nuestro estudio. Sin realizar ningún cambio, obtendríamos el fotopico con el fondo Compton. Para restar el fondo Compton, vamos a considerar como aproximación que todas las cuentas por debajo de la recta que se aprecia en la figura 7-2 corresponden al fondo Compton. Así, deben ser restadas a cada canal para evitar esta contribución al fotopico. El resultado se aprecia en la figura 7-3.

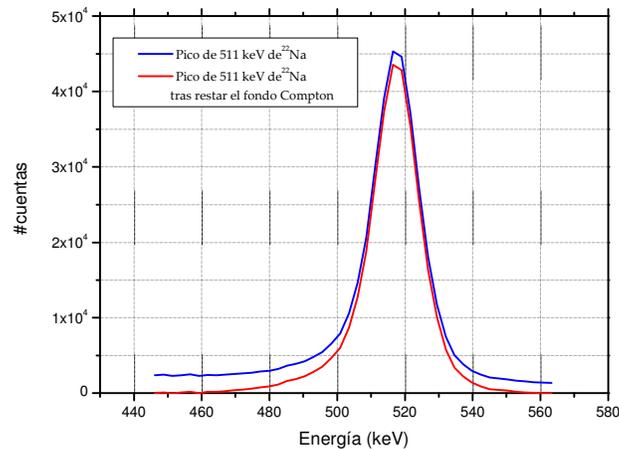


Figura 7-3: Fotopico de 511 keV del ^{22}Na antes y después de restar el fondo Compton

Una vez hallado el fotopico sin el fondo Compton, calculamos los centroides de ambos picos según la expresión (7-1)

Tabla 7-1: Posición del centroide del fotopico del ^{137}Cs con y sin fondo Compton

	Con fondo Compton	Sin fondo Compton
Centroide	194	195

Como se observa, la diferencia en la posición del centroide cuando tenemos en cuenta el efecto del fondo Compton es del orden de 1 canal. Esto supondría un error del orden de 0.5% si no considerásemos este efecto.

En lo que sigue, los centroides se calcularán mediante el programa CassyLab, que no tiene en cuenta el fondo Compton, sabiendo que cometemos un error del orden del 0.5%.

7.3. Comparación de la posición del máximo y del centroide

El máximo de un fotopico se corresponde con el canal que ha registrado el mayor número de cuentas. Localizar el máximo de un pico es mucho más inmediato y simple que hallar la posición del centroide. El máximo del fotopico podría constituir una forma más rápida de caracterizar la posición del mismo.

Vamos a estudiar la diferencia que existe entre la posición del máximo de un pico y su centroide. Para ello, vamos a emplear los picos de las muestras de que disponemos: ^{22}Na , ^{60}Co , ^{137}Cs y ^{133}Ba . Estos espectros se han tomado empleando el detector 1 durante un tiempo de 15 minutos.

Tabla 7-2: Posición del centroide, posición del máximo, anchura de los picos, diferencia de posición entre máximo y centroide y energías teóricas de los picos.

Pico	Centroide (canal)	Máximo del pico (canal)	Anchura del pico (canal)	$C_{\text{máximo}} - C_{\text{centroide}}$ (canal)	Energía tabulada (keV)
Cesio	237.9	239	6.9	1.1	661.657 ± 0.003
Sodio	184.9	186	4.8	1.1	510.999 ± 0.001
	456.7	459	8.5	2.3	1274.53 ± 0.02
Cobalto	421.1	422	6.8	0.9	1173.237 ± 0.004
	476.9	479	8.4	2.1	1332.501 ± 0.005
Bario	32.1	33	2.9	0.9	80.99716 ± 0.00014
	60.3	61	3.4	0.7	160.613 ± 0.008
	103.5	104	0.9	0.5	223.234 ± 0.012
	112.9	113	1.9	0.1	276.398 ± 0.002
	130.5	131	2.4	0.5	302.853 ± 0.001
	141.5	141	0.8	-0.5	356.017 ± 0.002

Del estudio de los 11 picos, se desprende que existe una diferencia media entre la posición del máximo y la posición del centroide de 1 canal.

Al representar la diferencia entre la posición del máximo y la del centroide frente a la anchura de los picos, se observa que existe una dependencia entre ambas. Cuanto mayor es la anchura del pico mayor es también la diferencia entre la posición del máximo y del centroide.

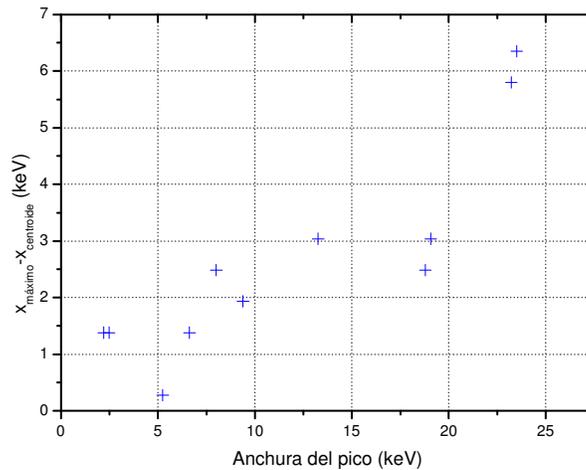


Figura 7-4 Dependencia de la diferencia de posiciones entre el máximo y el centroide de los picos y la anchura de los mismos.

En realidad, el efecto del fondo Compton es la razón subyacente entre la diferencia de posiciones entre el máximo y el centroide de un fotopico. En ausencia de fondo Compton, el fotopico es completamente simétrico y la posición del máximo y el centroide es la misma. Por el contrario, si no restamos el fondo Compton, los fotopicos presentan cierta asimetría y el centroide ya no coincide con el máximo.

7.4. Estabilidad en el tiempo de los detectores

Para estudiar la estabilidad en el tiempo de los detectores vamos a comparar dos espectros de ^{22}Na : uno de ellos adquirido durante 15 minutos y el otro, durante 15 horas, ambos con el detector 2.

Vamos a estudiar la posición de los picos y la anchura de los mismos en ambos casos, para determinar si existe alguna variación.

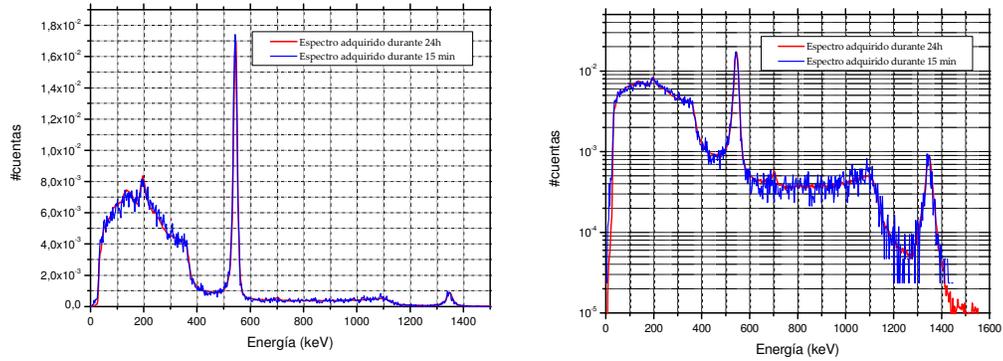


Figura 7-5: Espectros normalizados del ^{22}Na adquiridos durante 15 minutos y 15 horas. (Escala lineal y escala logarítmica)

Tabla 7-2: Posiciones y anchuras de los fotopicos analizados

Tiempo de adquisición	Energía del pico (keV)	Posición del máximo (canales)	Anchura del pico (canales)
15 min	510.999 ± 0.001	195	4.2
	1274.53 ± 0.02	479	4.8
15 h	510.999 ± 0.001	195	4.0
	1274.53 ± 0.02	482	4.8

El pico más intenso, de 511 keV de energía presenta su máximo en la misma posición. El pico de 1274 keV, mucho menos intenso, presenta una ligera variación en la posición del máximo. Este hecho puede explicarse si se tiene en cuenta que en el espectro de 15 minutos, las cuentas detectadas son muchas menos (tenemos una estadística menor) y el espectro no tiene una forma tan suave como el tomado durante 15 horas

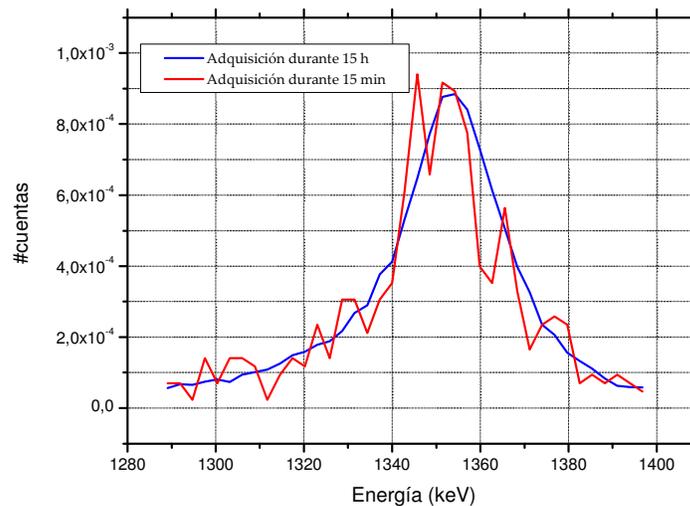


Figura 7-6: Detalle del pico de 1274 keV del ^{22}Na de los espectros adquiridos durante 15 min y 15 horas.

El detector presenta pues una respuesta estable a lo largo del tiempo, ya que no cambia apreciablemente ni la posición ni la anchura de los picos.

8. RESOLUCIÓN EN ENERGÍA DE LOS DETECTORES

Formalmente, se define la resolución en energía de un detector como:

$$R = \frac{FWHM}{H_0} \quad (8-1)$$

donde *FWHM*, *full width at half maximum*, es la anchura de la distribución medida a la altura media del pico, y H_0 , el centroide del mismo. Se trata de una magnitud adimensional que se suele expresar en porcentaje. Cuanto menor sea la resolución en energía del detector, mayor será su capacidad de distinguir dos radiaciones con energía muy próximas. Como ya hemos visto cuanto mejor sea la resolución en energía de los detectores mayor será su capacidad de rechazar eventos que han sufrido dispersión Compton.

Vamos a estudiar cómo varía la resolución de los detectores en función del voltaje de polarización con que son alimentados. Se trata de encontrar el voltaje con que debemos alimentar los detectores para operar a una resolución óptima.

Se han tomado espectros de la muestra de ^{127}Cs de 15 minutos de duración aplicando distintos voltajes de polarización y se ha calculado la resolución en energía con la expresión (8-1)

8.1. Resolución en energía del detector 1

Según el fabricante, el voltaje de polarización óptimo son 1400 V. Por ello, hemos tomado espectros con voltajes ligeramente inferiores y superiores para estudiar la dependencia.

Tabla 8-1: Resolución en energía para el pico de 662 keV del cesio y diferentes voltajes de bias. Adquisición en 2048 canales

Voltaje Bias (V)	Máximo (canales)	FWHM (cuentas)	Resolución (%)
1300	989	36	3.64
1350	991	35	3.53
1370	989	35	3.54
1390	992	35	3.53
1410	996	33	3.31
1430	995	32	3.22
1450	995	33	3.32
1470	999	34	3.40
1490	995	32	3.22
1500	998	34	3.41

En este caso, hemos localizado los picos mediante su máximo y no según la posición de su centroide. Como sabemos por lo descrito en el apartado 7.3 la diferencia entre ambos es del orden de un canal y por tanto no es significativa.

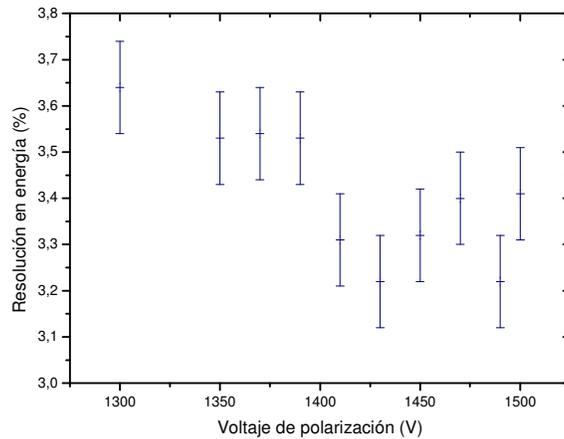


Figura 8-1: Variación de la resolución en energía del detector con el voltaje de polarización.

La resolución en energía del detector mejora a medida que aumentamos el voltaje de polarización. Como se observa en la figura 8-1, por debajo de 1400 V la resolución oscila en torno a 3.56%. Sin embargo, por encima de 1400 V, se mejora la resolución en energía del detector, obteniéndose una resolución en torno al 3.31%. Esto se debe a que a medida que aumentamos la polarización y con ello el campo eléctrico, se aumenta la cantidad de carga que se recoge al disminuir la recombinación. Una vez alcanzada la región de saturación, donde no hay recombinación y se recoge toda la carga que ha sido creada por la radiación, aumentar el voltaje de polarización no supone una mejor recolección de la carga. Seguir aumentando el voltaje de polarización podría producir efectos de avalancha y finalmente dañar el detector.

8.2. Resolución en energía del detector 2

Según el fabricante el voltaje óptimo para el segundo de los detectores es de 800V. Se ha calculado la resolución en energía para un rango de voltajes de bias entre 600 y 900V.

Tabla 8-2: Resolución en energía para diferentes voltajes de bias. Adquisición en 2048 canales

Voltaje Bias (V)	Máximo (canales)	FWHM (cuentas)	Resolución (%)
650	994	26	2.62
700	996	25	2.51
720	997	24	2.41
740	995	24	2.41
760	997	23	2.31
780	998	23	2.30
800	999	23	2.30
820	999	22	2.20
840	999	23	2.30
860	999	23	2.30
880	1002	22	2.20
900	1000	23	2.30

La resolución en energía mejora a medida que aumenta el voltaje de polarización, alcanzando una resolución óptima a partir de 780V en torno a 2.30%. Este detector tiene una resolución en energía mejor que el detector 1.

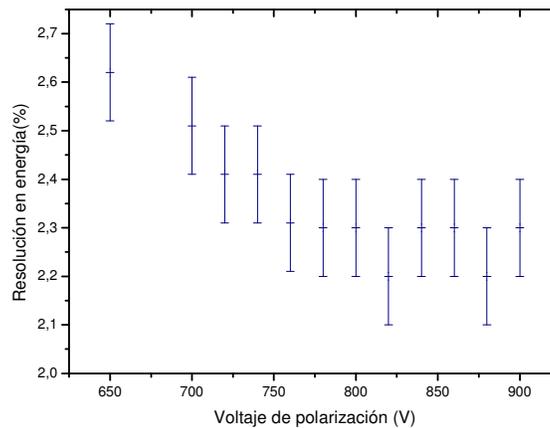


Figura 8-2: Variación de la resolución en energía del detector con el voltaje de bias.

Podemos concluir que la resolución en energía del detector mejora con el voltaje aplicado hasta que se alcanza un voltaje de polarización óptimo en cuyo rango se mantiene constante dentro de nuestra precisión. A partir de 780 V y hasta 900 V la resolución es óptima. Esto concuerda con los datos proporcionados por el fabricante que recomienda como voltaje de polarización óptimo 800 V.

En resumen, para el detector 1 hemos obtenido una resolución en energía media de 3.41 %. Aplicando voltajes de polarización superiores a 1400 V (hasta 1490V) se mejora la resolución energía (~3.31%). En el caso del detector 2, la resolución media es de 2.35% y la

mejor resolución, 2.30%, se alcanza a partir de 780 V. Estos datos concuerdan con los dados por el fabricante (ver apartado 6.1. Materiales y Métodos). Si tenemos en cuenta que la resolución en energía del GSO para es del 9% y la del LSO 7.5% para fotones de 662 keV [4], la resolución en energía de los detectores CZT es mucho mejor.

8.3. Variación de la resolución en función de la energía

Podemos realizar un estudio a cerca de la variación de la resolución en energía con la energía de la radiación incidente. Para ello, vamos a analizar varios picos de las muestras de que disponemos: ^{22}Na , ^{60}Co , ^{137}Cs , ^{133}Ba y ^{152}Eu .

Tabla 8-3: Variación de la resolución en energía en función de la energía. Detector 2

Centroides (keV)	FWHM (keV)	Resolución (%)
90.0	10.8	11.8
130.9	12.1	9.2
363.8	13.3	3.6
512.7	16.5	3.2
662.0	15.8	2.4
1173.6	25.9	2.2
1279.1	26.0	2.0
1330.6	26.7	2.0

La resolución en energía es menor a medida que aumenta la energía de la radiación incidente. En concreto, para energías en torno a los 130 keV, la resolución en energía es de 9.2 % para el detector 2. El mismo estudio puede realizarse con el detector 1. En ese caso, se obtiene una resolución en energía en torno al 10% para 130 keV.

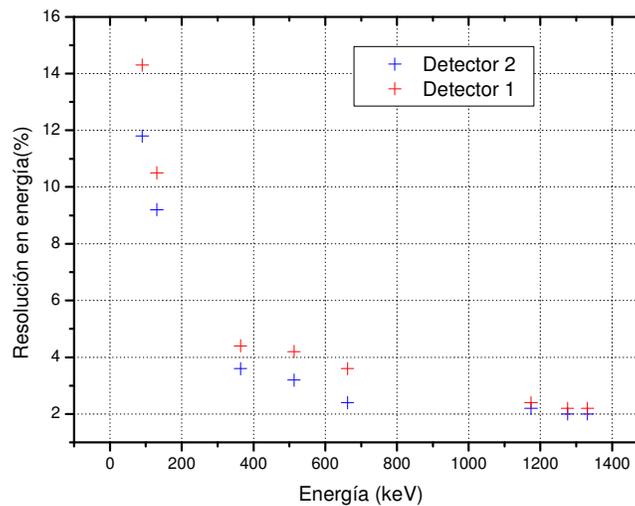


Figura 8-3: Variación de la resolución en energía con la energía de la radiación incidente.

9. CALIBRACIÓN EN ENERGÍA DE LOS DETECTORES

En espectroscopía de rayos gamma, la escala debe ser calibrada en términos absolutos de la energía de los rayos gamma. Para ello es necesario poder identificar con precisión algunos picos del espectro. En algunos casos los picos que aparecen en un espectro son bien conocidos de antemano, pero en otros será necesario hacer la calibración con otra fuente de rayos gamma cuyos picos sean similares a los del espectro desconocido. En cualquier caso, es recomendable realizar la calibración con varios picos conocidos a lo largo del rango de energía deseado, ya que incluso los mejores detectores no se comportan linealmente en algunos tramos.

En este caso, los picos escogidos para realizar la calibración en energía de los detectores corresponden a los espectros de tres muestras distintas: ^{22}Na , ^{60}Co y ^{137}Cs . Los picos en todos los casos pueden ser reconocidos sin ambigüedad y sus energías son conocidas [8].

Tabla 9-1: Rayos gamma empleados en la calibración [26]

Fuente	Energía (keV)
^{22}Na	510.999 ± 0.001
	1274.53 ± 0.02
^{60}Co	1173.237 ± 0.004
	1332.501 ± 0.005
^{137}Cs	661.657 ± 0.003

Para realizar una buena calibración es necesario localizar con precisión el centroide del pico. Como se ha estudiado en el apartado 7.2 el programa Cassy Lab calcula el centroide de los picos sin tener en cuenta el fondo Compton; sin embargo la contribución del fondo Compton a la posición del centroide supone un error no superior al 0.5%. Por otro lado, cuanto mejor sea la resolución del detector y su estabilidad durante el período de adquisición de datos, más precisa será la localización de los picos.

Una vez obtenidos los puntos para la calibración del sistema en todo el rango de energías, se calcula una curva de calibración que relaciona la energía con el número de canal. Esta curva es del tipo $E_i = \sum_{n=0}^N a_n C_i^n$, donde E_i es la energía que se corresponde con el canal C_i . Dependiendo de la no linealidad del detector el orden del ajuste debe ser uno u otro. En este caso, realizaremos ajustes a primer, segundo y tercer orden para estudiar la linealidad del detector.

9.1. Calibración del detector 1

Los espectros han sido tomados en las condiciones óptimas tensión de polarización que producen la mejor resolución en energía que han sido determinadas en el apartado 8.1

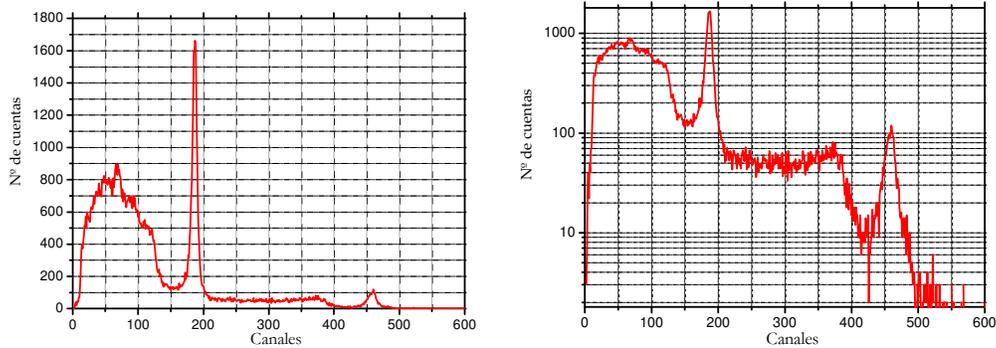


Figura 9-1: Espectro del ^{22}Na tomado con el detector 1 durante 15 min. (Escala lineal y escala logarítmica)

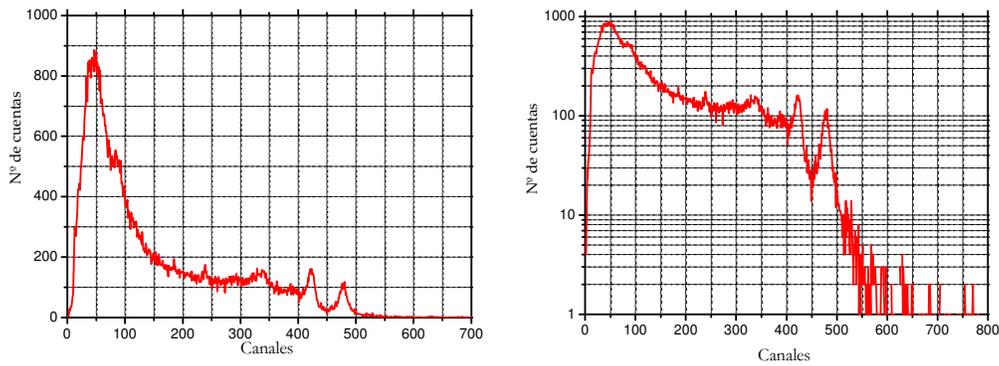


Figura 9-2: Espectro del ^{60}Co tomado con el detector 1 durante 15 min. (Escala lineal y escala logarítmica)

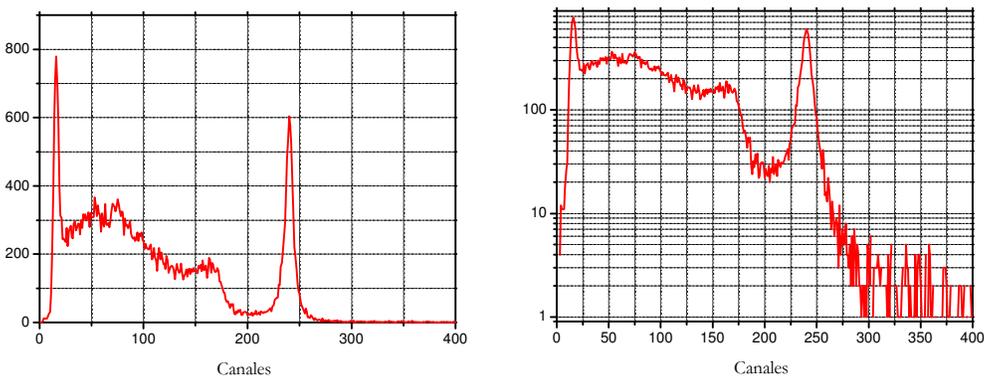


Figura 9-3: Espectro del ^{137}Cs tomado con el detector 1 durante 15 min. (Escala lineal y escala logarítmica)

Se han localizado los centroides de los cinco picos de control descritos anteriormente.

Tabla 9-2: Características de los picos de control.

Pico	Centroide (canal)	Energía tabulada (keV)
Cesio	237.9	661.657±0.003
Sodio	184.9	510.999±0.001
	456.7	1274.53±0.02
Cobalto	421.1	1173.237±0.004
	476.9	1332.501±0.005

La primera calibración que realizaremos será suponiendo que el detector se comporta linealmente en todo el rango de energía. Así pues, ajustaremos los puntos a la curva: $E = a_1 \cdot C$. Supondremos que no hay término independiente para que la interpretación de los resultados sea coherente (no tendría sentido que el “canal 0” registrase cierto número de cuentas)

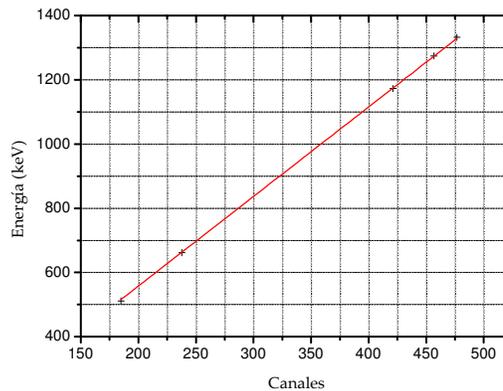


Figura 9-4: Ajuste lineal de los picos de control (Detector 1)

Los resultados del ajuste son los siguientes:

$$a_1 = (2.7886 \pm 0.0034) \text{ keV/canal}$$

$$R^2 = 0.99994$$

Las energías predichas por el ajuste lineal para los picos de control se resumen en la siguiente tabla. El error en las energías se ha calculado empleando la siguiente expresión:

$$\Delta E = \sqrt{(C \cdot \Delta a_1)^2 + (a_1 \cdot \Delta C)^2} \quad (9-1)$$

donde ΔC es el error cometido en la determinación del centroide. Como no estamos considerando la influencia del fondo Compton este error será de 1 canal.

Tabla 9-3: Energías predichas para los picos de control por un ajuste lineal. Diferencias entre la energía del ajuste y la teórica en valor absoluto y en porcentaje

Pico	Canal	Energía teórica (keV)	Energía ajuste (keV)	$ \Delta E $ (keV)	$\Delta E(\%)$
Cesio	237.9	661.657 ± 0.003	663.4 ± 2.9	1.74	0.26
Sodio	184.9	510.999 ± 0.001	515.6 ± 2.8	4.60	0.9
	456.7	1274.53 ± 0.02	1273.6 ± 3.1	1.00	0.078
Cobalto	421.1	1173.237 ± 0.004	1174.3 ± 3.1	1.06	0.091
	476.9	1332.501 ± 0.005	1329.9 ± 3.2	2.60	0.20

El ajuste es bastante bueno; las energías predichas por el ajuste lineal no se desvían en ninguno de los puntos de la energía teórica más del 1%. Vamos a suponer que la respuesta de nuestro detector no es lineal y vamos a ajustar nuestros picos a un polinomio de segundo orden que pase por el origen: $E = a_{21}C + a_{22}C^2$.

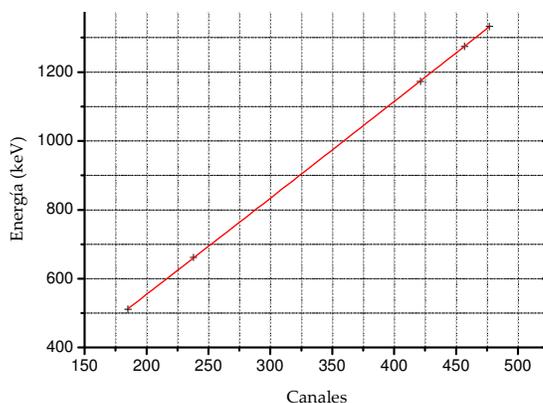


Figura 9-5: Ajuste de segundo orden de los picos de control (Detector 1)

Los resultados del ajuste son:

$$\begin{aligned}
 a_{21} &= (2.7564 \pm 0.0085) \text{ keV/canal} \\
 a_{22} &= (0.00008 \pm 0.00002) \text{ keV/canal}^2 \\
 R^2 &= 0.99999
 \end{aligned}$$

Podríamos hallar las energías predichas para los picos por el ajuste de segundo orden, junto con su error asociado, dado por la siguiente expresión:

$$\Delta E = \sqrt{(C \cdot \Delta a_{21})^2 + (C^2 \cdot \Delta a_{22})^2 + [(a_{21} + 2a_{22}C)\Delta C]^2} \quad (9-2)$$

Tabla 9-4: Energías predichas para los picos de control por un ajuste cuadrático.

Pico	Canal	Energía teórica (keV)	Energía ajuste (keV)	$ \Delta E $ (keV)	$\Delta E(\%)$
Cesio	237.9 ± 6.9	661.657 ± 0.003	660.3 ± 3.6	1.36	0.21
Sodio	184.9 ± 4.8	510.999 ± 0.001	512.4 ± 3.2	1.40	0.27
	456.7 ± 8.5	1274.53 ± 0.02	1275.5 ± 6.3	0.97	0.076
Cobalto	421.1 ± 6.8	1173.237 ± 0.004	1174.9 ± 5.7	1.67	0.14
	476.9 ± 8.4	1332.501 ± 0.005	1333.7 ± 6.7	1.20	0.090

Si comparamos los resultados obtenidos entre el ajuste lineal y el ajuste a segundo orden, observamos que son más satisfactorios los segundos. En ningún punto la diferencia de energías supera el 0.3% (frente al 1% obtenido con el ajuste lineal)

Por último, vamos a realizar un ajuste a tercer orden: $E = a_{31}C + a_{32}C^2 + a_{33}C^3$.

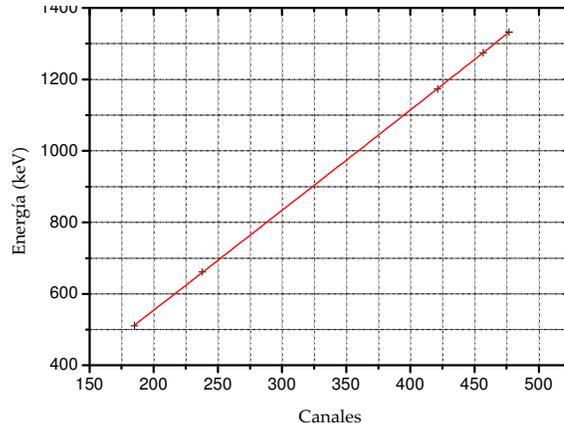


Figura 9-6: Ajuste de tercer orden de los picos de control

Los resultados del ajuste son:

$$a_{31} = (2.761 \pm 0.041) \text{ keV/canal}$$

$$a_{32} = (0.00004 \pm 0.0003) \text{ keV/canal}^2$$

$$a_{33} = (0,5 \pm 3,8) \cdot 10^{-7} \text{ keV/canal}^3$$

$$R^2 = 0,99999$$

Podríamos hallar las energías predichas para los picos por el ajuste de tercer orden, junto con su error asociado, dado por la siguiente expresión.

$$\Delta E = \sqrt{(C \cdot \Delta a_{31})^2 + (C^2 \cdot \Delta a_{32})^2 + (C^3 \cdot \Delta a_{33})^2 + [(a_{31} + 2a_{32}C + 3a_{33}C^2) \Delta C]^2} \quad (9-3)$$

Tabla 9-5: Energías predichas para los picos de control por un ajuste de tercer orden

Pico	Canal	Energía teórica (keV)	Energía ajuste (keV)	\Delta E (keV)	\Delta E (%)
Cesio	237.9 ± 6.9	661.657 ± 0.003	660 ± 11	1.66	0.25
Sodio	184.9 ± 4.8	510.999 ± 0.001	512.2 ± 8.7	1.2	0.24
	456.7 ± 8.5	1274.53 ± 0.02	1274 ± 21	0.53	0.042
Cobalto	421.1 ± 6.8	1173.237 ± 0.004	1173 ± 19	0.24	0.020
	476.9 ± 8.4	1332.501 ± 0.005	1331 ± 22	1.50	0.11

Para estudiar la linealidad del detector vamos a resumir los resultados de los tres ajustes realizados hasta el momento.

Tabla 9-6: Diferencias de energía en porcentaje obtenidas mediante ajuste lineal, 2º orden y 3º orden

Pico	Canal	Energía teórica (keV)	$\Delta E_{\text{lineal}}(\%)$	$\Delta E_{2^{\circ} \text{ orden}}(\%)$	$\Delta E_{3^{\circ} \text{ orden}}(\%)$
Cesio	237.9±6.9	661.657±0.003	0.26	0.21	0.25
Sodio	184.9±4.8	510.999±0.001	0.9	0.27	0.24
	456.7±8.5	1274.53±0.02	0.078	0.076	0.042
Cobalto	421.1±6.8	1173.237±0.004	0.091	0.14	0.020
	476.9±8.4	1332.501±0.005	0.20	0.090	0.11

Podemos concluir, que los ajustes no lineales reflejan mejor la respuesta del detector, puesto que las diferencias entre las energías teóricas y las predichas en ningún caso superan el 0.3%. Entre el ajuste a tercer orden y el ajuste a segundo orden, no se obtiene una mejora de los resultados apreciable.

Vamos a establecer como hipótesis que nuestro detector efectivamente tiene una respuesta que se ajusta a $E = a_{31}C + a_{32}C^2 + a_{33}C^3$. Vamos a estudiar la linealidad del detector. Para ello podemos comparar los resultados obtenidos con el ajuste a tercer orden con los obtenidos mediante el ajuste lineal.

Tabla 9-7: Comparación de resultados entre el ajuste lineal y a tercer orden. Desviación de la linealidad

Energía teórica (keV)	Energía lineal(keV)	Energía 3º orden (keV)	ΔE (keV)	$\Delta E(\%)$
661.657±0.003	663.4±2.9	660±11	-3.68	-0.56
510.999 ±0.001	515.6±2.8	512.2±8.7	-3.44	-0.67
1274.53±0.02	1273.6±3.1	1274±21	0.15	0.012
1173.237±0.004	1174.3±3.1	1173 ±19	-1.07	0.091
1332.501±0.005	1329.9±3.2	1331±22	0.96	0.072

Representando el porcentaje de desviación respecto a la linealidad podemos hacernos una idea de cuanto se desvía del comportamiento ideal en cada canal.

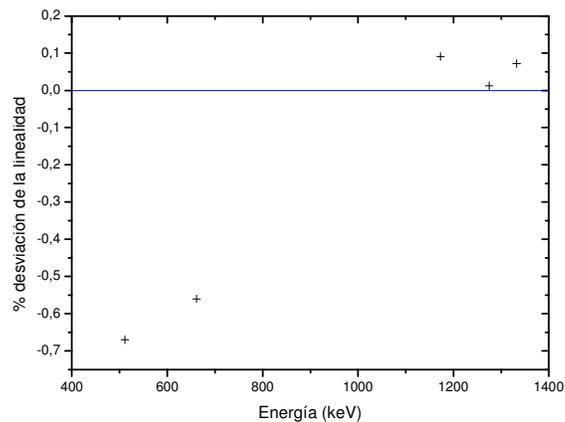


Figura 9-7: % de desviación de linealidad para cada canal.

El comportamiento del detector se aleja más de la linealidad para bajas energías, mientras que por encima de 1 MeV, su comportamiento es bastante lineal.

Gracias a los cinco picos de control, hemos realizado la calibración en energía y obtenido una aproximación del comportamiento del detector en el rango de energías comprendido entre 500-1300 keV (las energías de los picos). Para poder saber si el ajuste sigue siendo válido a energías mayores o menores que ese intervalo, hemos medido los espectros del ^{152}Eu y ^{133}Ba que poseen picos a energías menores.

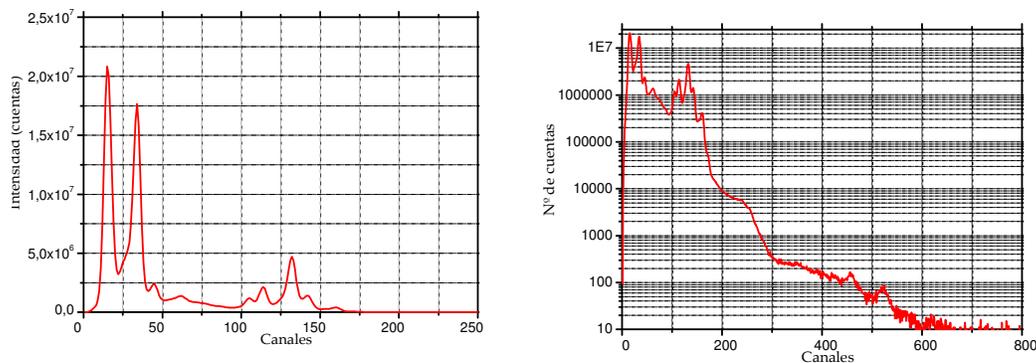


Figura 9-8: Espectro del ^{133}Ba adquirido durante 24h con el detector 1. Escala lineal y escala logarítmica

Con ayuda del programa CassyLab calculamos la posición del centroide de los picos. La representación del espectro en escala logarítmica nos permite distinguir con mayor facilidad los picos de mayor energía. Una vez conocidos los centroides, vamos a calcular la energía correspondiente a los mismos mediante la relación lineal y la no lineal (tercer orden) que acabamos de hallar.

Tabla 9.8: Energías de los picos del Bario supuesta la repuesta lineal y no lineal.

Centroides posibles picos (canales)	Anchura de los picos (canales)	E_{lineal} (keV)	$E_{3\text{er orden}}$ (keV)
14.5	1.8	40.4 ± 2.7	40.0 ± 2.8
32.1	2.7	89.5 ± 2.7	88.7 ± 3.1
103.5	2.6	289.7 ± 2.7	287.4 ± 3.8
112.9	1.8	314.8 ± 2.8	312.3 ± 5.4
130.5	2.6	363.9 ± 2.8	361.1 ± 5.7
141.5	1.4	394.6 ± 2.8	391.6 ± 6.4
157.6	1.0	439.5 ± 2.8	436.3 ± 6.9

Los picos del espectro del Bario son conocidos. Los más importantes se resumen en la tabla 9-9a.

Tabla 9-9a: Picos del Bario 133 y sus intensidades relativas [26]

E_{γ} (keV)	I (%)
79.6139 ± 0.0026	2.6
80.99716 ± 0.00014	34
276.398 ± 0.002	7.2
302.853 ± 0.001	18
356.017 ± 0.002	62
383.851 ± 0.003	8.9

Tabla 9-9b Rayos X del Bario 133 y sus intensidades relativas [26]

E_{γ} (keV)	I (%)
30.625	34.9
30.973	64.5
34.920	5.99
34.987	11.6

Vamos a realizar una comparación de los resultados obtenidos. A primera vista, parece que el pico detectado experimentalmente a unos 40 keV no se corresponde con ninguno de los picos teóricos del Bario que aparecen en la tabla 9-9. Se trata en realidad de rayos X ya que en torno a los 30 keV existe un conjunto de rayos X de gran intensidad (ver tabla 9-9b)

Tabla 9-10: Error de precisión/ fiabilidad del detector

$E_{\text{teórica}}$ (keV)	E_{lineal} (keV)	$ \Delta E_{\text{lineal}} $ (keV)	$ \Delta E_{\text{lineal}} $ (%)
80.99716 ± 0.00014	89.5 ± 2.7	8.5	10.5
276.398 ± 0.002	289.7 ± 2.7	13.3	4.8
302.853 ± 0.001	314.8 ± 2.8	12.2	4.0
356.017 ± 0.002	363.9 ± 2.8	7.9	2.2
383.851 ± 0.003	394.6 ± 2.8	10.7	2.8

Tabla 9-11: Error de precisión/ fiabilidad del detector

$E_{\text{teórica}}$ (keV)	$E_{\text{no lineal}}$ (keV)	$ \Delta E_{\text{no lineal}} $ (keV)	$ \Delta E_{\text{no lineal}} $ (%)
80.99716 ± 0.00014	88.7 ± 3.1	7.8	9.5
276.398 ± 0.002	287.4 ± 3.8	11.0	4.0
302.853 ± 0.001	312.3 ± 5.4	10.0	3.1
356.017 ± 0.002	361.1 ± 5.7	5.1	1.4
383.851 ± 0.003	391.6 ± 6.4	7.8	2.0

Como podemos concluir al observar los resultados en la zona de energía más baja la determinación de las energías de los picos tras calibrar el detector es peor que a energías mayores. Llegando a obtener desviaciones del 10% entre la energía estimada y la real. La fiabilidad del detector va aumentando a medida que nos acercamos a los canales más próximos a aquéllos entre los que hemos realizamos la calibración. No olvidemos que

nuestra calibración se ha realizado con picos de energías entre 511 keV y 1332 keV y los picos del Bario estudiados están comprendidos entre 80 y 400 keV, todos ellos por debajo de nuestro rango de calibración.

Vamos a repetir el proceso con la muestra de ^{152}Eu .

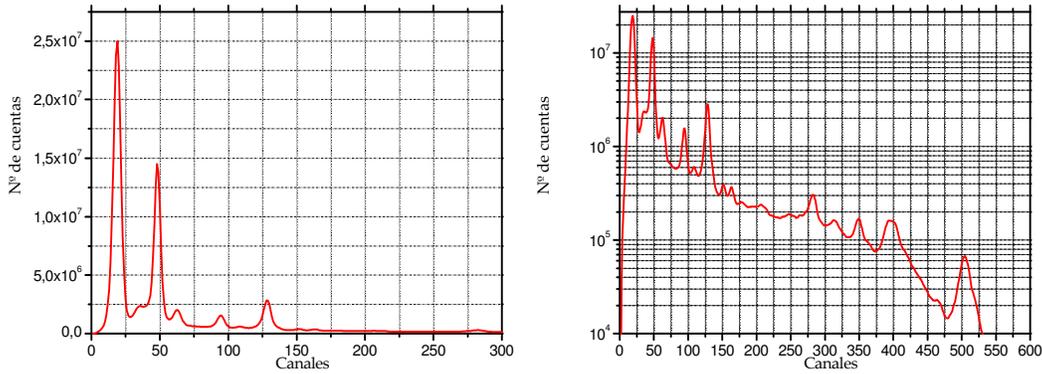


Figura 9-9: Espectro del ^{152}Eu adquirido durante 24h con el detector 1. Escala lineal y escala logarítmica

De nuevo, vamos a localizar los centroides de los picos del Europio con ayuda del programa CassyLab. Algunos de los picos son solo visibles en escala logarítmica y sus centroides serán calculados analíticamente. En la tabla 9-12 se resumen las energías correspondientes a esos picos supuesta la respuesta de nuestro detector lineal o no lineal (a tercer orden).

Tabla 9-12: Energías de los picos del Europio supuesta la respuesta lineal y no lineal.

Centroides posibles picos (canales)	E_{lineal} (keV)	$E_{\text{3er orden}}$ (keV)
17.8	49.6 ± 2.7	49.2 ± 2.8
45.8	127.7 ± 2.7	126.5 ± 3.4
93.3	260.2 ± 2.8	258.0 ± 5.0
127.4	355.3 ± 2.8	352.5 ± 6.3
151.0	421.2 ± 2.8	418.1 ± 7.3
162.5	453.2 ± 2.8	450.0 ± 7.7
281.2	784.3 ± 2.9	781 ± 13
348.1	970.6 ± 3.0	968 ± 16
394.9	1101.3 ± 3.0	1099 ± 18
503.5	1404.1 ± 3.2	1406 ± 23

El espectro del europio posee numerosos picos, entre los cuales podemos destacar los siguientes (tabla 9-13):

Tabla 9-13a: Picos del Europio 152 y sus intensidades relativas [26]

E_γ (keV)	I (%)	E_γ (keV)	I (%)
121.7817±0.0003	28	867.378±0.004	4.2
244.6975±0.0008	7.6	964.079±0.018	14.6
344.2785±0.0012	26	1085.869±0.024	10
411.1163±0.0011	2	1112.074±0.004	13.6
443.965±0.003	2	1212.948±0.011	1.4
778.9040±0.0018	12	1299.140±0.010	1.6

Tabla 9-13b: Rayos X del Europio 152 y sus intensidades relativas [26]

E_γ (keV)	I (%)
39.522	21.1
40.118	38.3

Basándonos en nuestros resultados y comparando con las energías reales de los picos, vamos a tratar de localizar los picos. De nuevo, el pico de más baja energía, 49.9 keV, no se corresponde con ninguno de la tabla 9-13. Se corresponde con rayos X (ver tabla 9-13b).

Tabla 9-14: Error de precisión/ fiabilidad del detector

$E_{teórica}$ (keV)	E_{lineal} (keV)	$ \Delta E_{lineal} $ (keV)	$ \Delta E_{lineal} $ (%)
121.7817±0.0003	127.7±2.7	5.9	4.9
244.6975±0.0008	260.2±2.8	15.5	6.3
344.2785±0.0012	355.3±2.8	11.0	3.2
411.1163±0.0011	421.2±2.8	10.1	2.5
443.965±0.003	453.2±2.8	9.3	2.1
778.9040±0.0018	784.3±2.9	5.4	0.6
964.079±0.018	970.6±3.0	6.5	0.7
1089.737±0.005	1101.3±3.0	11.6	1.1

Tabla 9-15: Error de precisión/ fiabilidad del detector

$E_{teórica}$ (keV)	$E_{no\ lineal}$ (keV)	$ \Delta E_{no\ lineal} $ (keV)	$ \Delta E_{no\ lineal} $ (%)
121.7817±0.0003	126.5±3.4	4.8	3.9
244.6975±0.0008	258.0±5.0	13.3	5.4
344.2785±0.0012	352.5±6.3	8.2	2.4
411.1163±0.0011	418.1±7.3	7.0	1.7
443.965±0.003	450.0±7.7	6.0	1.4
778.9040±0.0018	781±13	1.8	0.2
964.079±0.018	968±16	3.7	0.4
1089.737±0.005	1099±18	9.8	0.9

Nuestra calibración no posee ningún pico con energías inferiores a 511 keV, lo que no permite caracterizar bien el comportamiento del detector para energías inferiores a ella.

De nuevo, el % de desviación respecto la energía teórica de los picos disminuye a medida que nos acercamos a energía cercanas a las que hemos realizado la calibración.

Por ello, ya que no disponemos de otras fuentes con picos bien definidos en esos rangos, podemos tratar de emplear algún pico del Bario con energía de interés mediante comparación con otro espectro tomado con un detector con mejor resolución como es el HPGe. Así, podemos comparar las intensidades relativas de los picos y tomar un par de picos para añadir a los cinco picos de control y repetir la calibración, esta vez con más información a bajas energías.

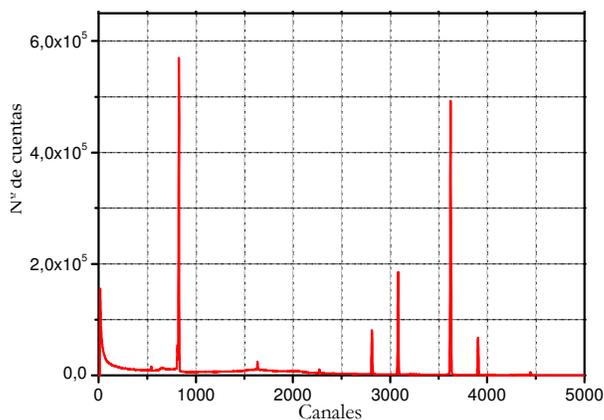


Figura 9-10: Espectro del ¹³³Ba adquirido con detector HPG.

Vamos a tomar dos picos de fácil localización dentro del espectro, que añadimos a los que ya teníamos del Cs, Na y Co.

Tabla 9-16: Rayos gamma empleados en la calibración

Fuente	Energía (keV)
²² Na	510.999
	1274.532
⁶⁰ Co	1173.2374
	1332.5015
¹³⁷ Cs	661.6573
¹³³ Ba	80.99716
	356.017

La relación de canales para cada uno de estos picos, nos permitirán como hemos hecho anteriormente hallar la relación canal/energía.

Tabla 9-17: Posición y energías de los picos empleados en la nueva calibración

Pico	Centroide (canal)	Energía teórica (keV)
Cesio	237.9	661.657±0.003
Sodio	184.9	510.999
	456.7	1274.53±0.02
Cobalto	421.1	1173.237±0.004
	476.9	1332.501±0.005
Bario	32.1	80.99716±0.00014
	130.5	356.017±0.002

De nuevo, comenzamos suponiendo que el comportamiento del detector es lineal.

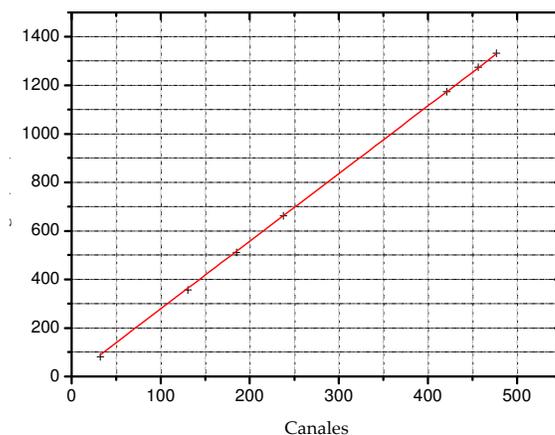


Figura 9-11: Ajuste lineal de los nuevos picos de control

Los resultados de ajustar los puntos a una expresión del tipo: $E = b_1 \cdot C$ son los siguientes:

$b_1 = (2.7868 \pm 0.0062) \text{ keV/canal}$ $R^2 = 0.99989$

Los resultados son muy similares para el ajuste lineal cuando solo tuvimos en cuenta los picos del Na, Co y Cs. $a_1 = 2.7886 \pm 0.0034$. La diferencia es menor al 0.1%.

Supongamos ahora que el detector tiene un comportamiento no lineal. Realizaremos un ajuste a un polinomio de tercer orden del tipo: $E = b_{31}C + b_{32}C^2 + b_{33}C^3$

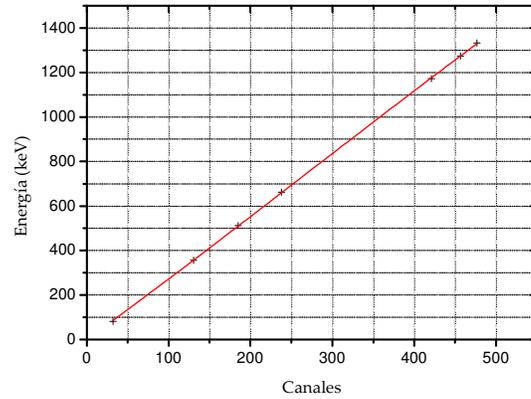


Figura 9-12: Ajuste no lineal de los nuevos picos de control

Los resultados el ajuste no lineal son los siguientes:

$$\begin{aligned}
 b_{31} &= (2.662 \pm 0.055) \text{ keV/canal} \\
 b_{32} &= (0.00066 \pm 0.00038) \text{ keV/canal}^2 \\
 b_{33} &= (-8.3 \pm 5.8) \cdot 10^{-7} \text{ keV/canal}^3 \\
 R^2 &= 0.99997
 \end{aligned}$$

Con estos nuevos ajustes, podemos volver a estudiar el espectro del Bario y del Europio, para ver si obtenemos una mejor concordancia con las energías teóricas, especialmente a bajas energías.

Tabla 9-18: Energías de los picos del Bario supuesta la respuesta lineal y no lineal. Segunda calibración

Centroides posibles picos (canales)	E_{lineal} (keV)	$E_{3er \text{ orden}}$ (keV)	E_{γ} (keV)
32.1	89.5 ± 2.7	86.103.7	80.99716 ± 0.00014
103.5	289.5 ± 2.8	282.8 ± 2.9	276.398 ± 0.002
112.9	314.6 ± 2.8	307.8 ± 3.5	302.853 ± 0.001
130.5	363.7 ± 2.8	356.8 ± 3.6	356.017 ± 0.002
141.5	394.3 ± 2.9	387.5 ± 3.9	383.851 ± 0.003

En principio no se ha obtenido un cambio significativo en los resultados. Vamos a repetir la calibración pero teniendo en cuenta únicamente los picos a bajas energías, es decir, el pico de 511 keV del Na y los dos picos del Ba. De este modo podremos comparar la respuesta del detector a altas y a bajas energías.

Tabla 9-19: Relación canal/energía de los picos empleados en calibración a bajas energías.

“Pico	Centroide (canal)	Energía teórica (keV)
Sodio	184.9	510.999 ± 0.001
Bario	32.1	80.99716 ± 0.00014
	130.5	356.017 ± 0.002

Ajustamos los puntos a una recta que pase por el origen: $E = c_1 \cdot C$.

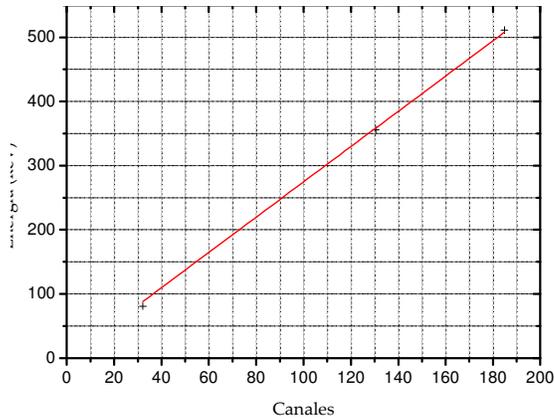


Figura 9-13: Calibración a bajas energías considerada la respuesta del detector lineal

Los resultados del ajuste son los siguientes:

$$c_1 = (2.747 \pm 0.025) \text{ keV/canal}$$

$$R^2 = 0.99929$$

En comparación con la calibración realizada con los cinco picos iniciales ($a_1 = 2.7886 \pm 0.0034$), existe una diferencia significativa que asciende al 1.5 % entre los coeficientes de ambos ajustes lineales. Veamos que ocurre si consideramos la respuesta del detector no lineal. Consideraremos que la respuesta se ajusta a un polinomio de orden 3 que pasa por el origen: $E = c_{21} \cdot C + c_{22} C^2 + c_{23} C^3$

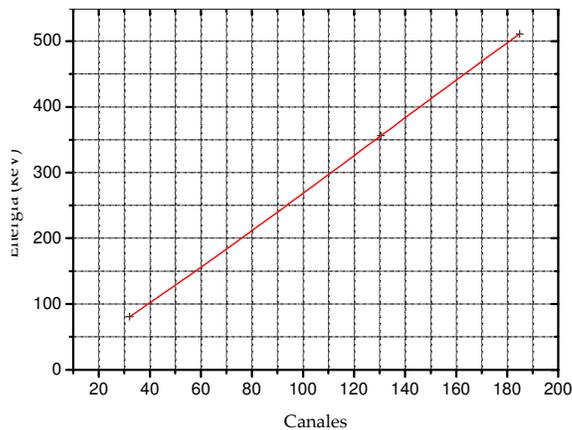


Figura 9-14: Calibración a bajas energías considerada la respuesta del detector no lineal.

Los resultados del ajuste son los siguientes:

$$c_{21} = 2.417 \text{ keV/canal}$$

$$c_{22} = 0.0036 \text{ keV/canal}^2$$

$$c_{23} = -9.35 \cdot 10^{-6} \text{ keV/canal}^3$$

$$X^2 = 1$$

Veamos que energías se obtienen para los picos del Bario y del Europio con esta nueva calibración. En principio, cabría esperar un mejor ajuste en las energías más bajas.

Tabla 9-20: Comparación de energías de los picos del Bario empleando la calibración a bajas energías y la calibración estándar supuesta la respuesta del detector lineal

Centroides posibles picos (canales)	E_{lineal} (keV) (calibración bajas energías)	$ \Delta E_{\text{lineal}} $ (%) (calibración bajas energías)	E_{lineal} (keV)	$ \Delta E_{\text{lineal}} $ (%)	E_{γ} (keV)
32.1	88.2±2.8	8.9	88.7±3.1	9.5	80.99716±0.00014
60.3	165.6±2.9	3.1	166.6±3.3	3.7	160.613±0.008
103.5	285.4±3.1	3.3	287.4±3.8	4.0	276.398±0.002
112.9	310.1±3.7	2.4	312.3±5.4	3.1	302.853±0.001
130.5	358.5±3.9	0.70	361.1±5.7	1.4	356.017±0.002
141.5	388.7±4.2	1.3	391.6±6.4	2.0	383.851±0.003

El nuevo ajuste a bajas energías nos permite obtener mejores resultados, disminuyendo el porcentaje de desviación respecto a las energías teóricas para todos los fotopicos. Veamos si ocurre lo mismo con el ajuste no lineal.

Tabla 9-21: Comparación de energías de los picos del Bario empleando la calibración a bajas energías y la calibración estándar supuesta la respuesta del detector no lineal

Centroides posibles picos (canales)	$E_{3er\ orden}$ (keV) (calibración bajas energías)	$ \Delta E_{\text{lineal}} $ (%) (calibración bajas energías)	$E_{3er\ orden}$ (keV)	$ \Delta E_{\text{lineal}} $ (%)	E_{γ} (keV)
32.1	81.0	$3.5 \cdot 10^{-3}$	86.103.7	6.3	80.99716±0.00014
60.3	156.8	2.4	162.7±2.8	1.3	160.613±0.008
103.5	279.5	1.1	282.8±2.9	2.3	276.398±0.002
112.9	305.3	0.81	307.8±3.5	1.6	302.853±0.001
130.5	355.9	0.033	356.8±3.6	0.22	356.017±0.002
141.5	387.6	0.98	387.5±3.9	0.95	383.851±0.003

Los resultados obtenidos mediante la calibración a bajas energías supuesta la respuesta del detector no lineal, ofrecen un resultado más ajustado cuando se trabaja a energías por debajo de los 500 keV.

En resumen, podemos concluir que para cualquier rango de energías la calibración suponiendo la respuesta del detector no lineal, se ajusta más a los resultados. No obstante, el % de desviación de la linealidad es muy pequeño (no supera en ningún rango de energías

el 0.7%) y la desviación es más notable a energías por debajo de los 500 keV. Además, para trabajar a energías por debajo de los 500 keV, la calibración a bajas energías permite mejorar los resultados en ese rango. Probablemente el error de calibración a bajas energías se deba a la presencia de un off-set y que nuestras medidas no pasan por el origen, mientras que en el ajuste sí hemos forzado que pasen por el origen. De todas formas, como la diferencia son unos pocos keV, el efecto del offset no es significativo.

9.2. Calibración del detector 2

Del mismo modo que en 9.1, hemos realizado la calibración en energía del detector 2. Este detector se ha alimentado con un voltaje de polarización de 780 V durante todo el proceso de medida en este apartado.

El proceso es completamente análogo al seguido con el detector 1. De nuevo vamos a emplear cinco picos de control de energías bien conocidas de tres espectros: ^{22}Na , ^{60}Co y ^{137}Cs . Las energías teóricas de estos picos se pueden ver en la tabla 9-1.

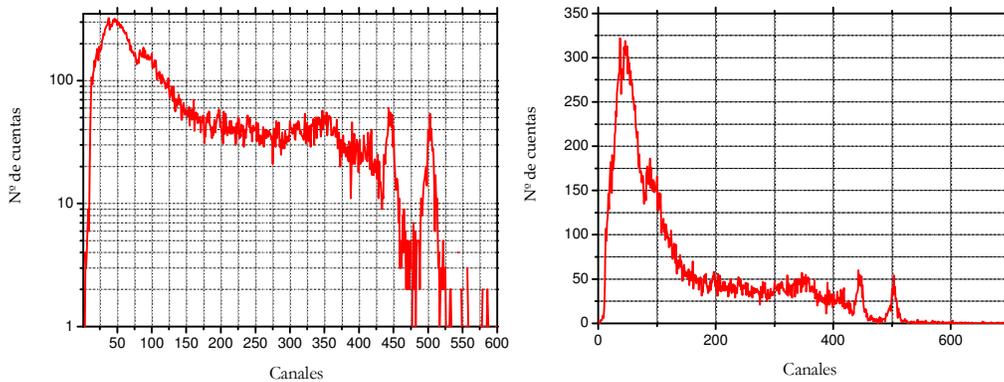


Figura 9-15: Espectro del ^{60}Co tomado con el Detector 2 durante 1 h. Escala lineal y escala logarítmica

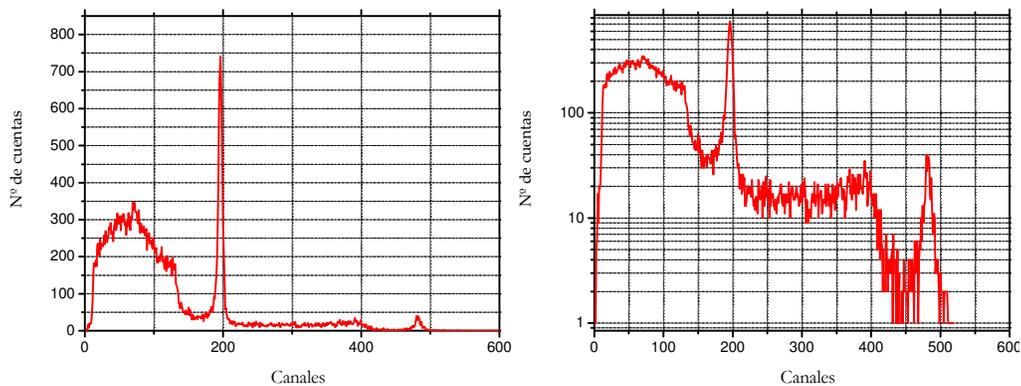


Figura 9-16: Espectro del ^{22}Na tomado con el Detector 2 durante 15 min. Escala lineal y escala logarítmica

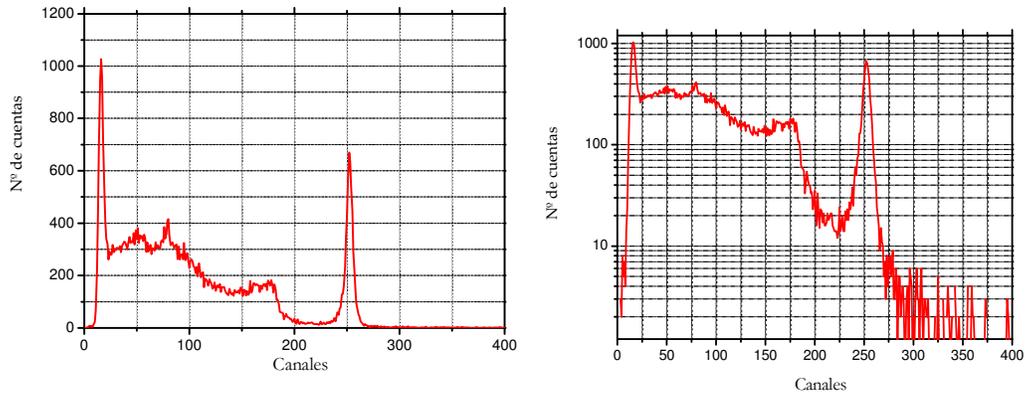


Figura 9-17: Espectro del ^{137}Cs tomado con el Detector 2 durante 15 min. Escala lineal y escala logarítmica

Hemos localizado los picos que luego emplearemos en la calibración. Hemos hallado el centroide, el máximo y la anchura de los picos.

Tabla 9-21: Características de los picos de control.

Pico	Centroide (canal)	Energía teórica (keV)
Cesio	250.9	661.657 ± 0.003
Sodio	194.6	510.999 ± 0.001
	481.4	1274.53 ± 0.02
Cobalto	444.6	1173.237 ± 0.004
	501.3	1332.501 ± 0.005

En primer lugar, supondremos que el comportamiento del detector es lineal y ajustaremos los datos a una recta que pase por el origen: $E = d_1 \cdot C$

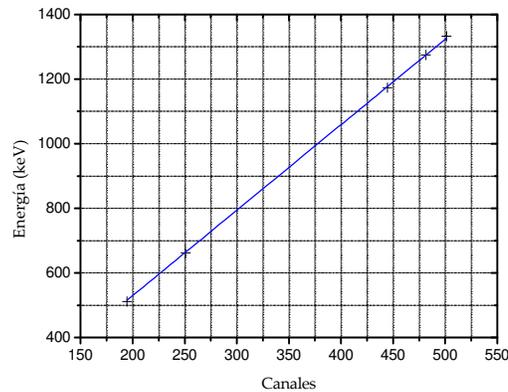


Figura 9-18: Ajuste lineal de los picos de control (Detector 2)

Los resultados del ajuste son los siguientes:

$$d_1 = (2.6469 \pm 0.0046) \text{ keV/canal}$$

$$R^2 = 0.99988$$

Las energías predichas por el ajuste lineal para los picos de control así como la diferencia entre éstas y las energías teóricas se resumen en la siguiente tabla

Tabla 9-23: Energías predichas por el ajuste lineal para los picos de control.

Pico	Canal	Energía teórica (keV)	Energía ajuste (keV)	$ \Delta E $ (keV)	$\Delta E(\%)$
Cesio	250.9	661.657 ± 0.003	664.1 ± 2.8	2.44	0.37
Sodio	194.6	510.999 ± 0.001	515.1 ± 2.7	4.10	0.19
	481.4	1274.53 ± 0.02	1274.2 ± 3.4	0.33	0.026
Cobalto	444.6	1173.237 ± 0.004	1176.8 ± 3.3	3.56	0.30
	501.3	1332.501 ± 0.005	1326.9 ± 3.5	5.60	0.42

El comportamiento del detector se puede aproximar bastante bien por un comportamiento lineal, con diferencias de energía siempre menores al 0.5%. Podemos suponer ahora que el comportamiento del detector no es lineal. Podemos realizar un ajuste a un polinomio del tipo: $E = d_{21}C + d_{22}C^2$

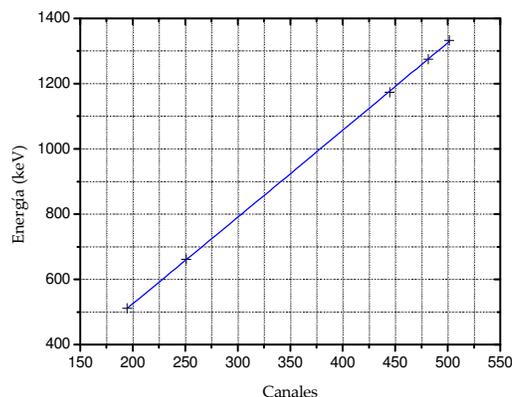


Figura 9-19: Ajuste de segundo orden de los picos de control

Los resultados del ajuste son:

$$d_{21} = (2.610 \pm 0.018) \text{ keV/canal}$$

$$d_{22} = (0.00008 \pm 0.00004) \text{ keV/canal}^2$$

$$R^2 = 0.99995$$

Podríamos hallar las energías predichas para los picos por el ajuste de segundo orden:

Tabla 9-24: Energías predichas por el ajuste cuadrático para los picos de control

Pico	Canal	Energía teórica (keV)	Energía ajuste (keV)	$ \Delta E $ (keV)	$\Delta E(\%)$
Cesio	250.9	661.657 ± 0.003	659.9 ± 5.2	1.8	0.27
Sodio	194.6	510.999 ± 0.001	510.9 ± 3.8	0.099	0.019
	481.4	1274.53 ± 0.02	1275 ± 13	0.47	0.037
Cobalto	444.6	1173.237 ± 0.004	1176 ± 11	2.76	0.23
	501.3	1332.501 ± 0.005	1328 ± 14	4.5	0.34

Como puede observarse en la última columna de la tabla 9-24, las diferencias en energía con el ajuste cuadrático no superan en ningún caso el 0.35%, mejorando así el resultado obtenido al suponer la respuesta del detector lineal.

Por último, vamos a realizar un ajuste a tercer orden para ver si introduce una mejora significativa de los resultados respecto al ajuste cuadrático:

$$E = d_{31}C + d_{32}C^2 + d_{33}C^3.$$

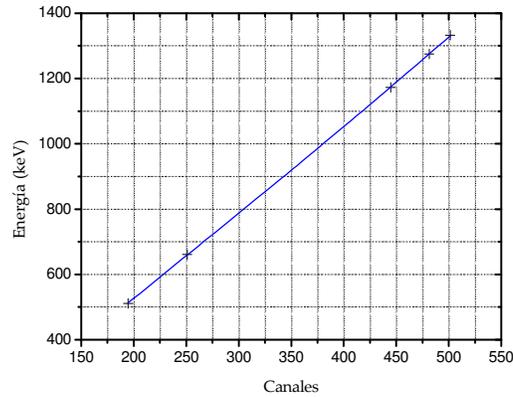


Figura 9-20: Ajuste de tercer orden de los picos de control

Los resultados del ajuste son:

$$d_{31} = (2.699 \pm 0.058) \text{ keV/canal}$$

$$d_{32} = (-0.00048 \pm 0.00036) \text{ keV/canal}^2$$

$$d_{33} = (7.8 \pm 4.5) \cdot 10^{-7} \text{ keV/canal}^3$$

$$R^2 = 0.99998$$

Tabla 9-25: Energías predichas por el ajuste de tercer orden para los picos de control

Pico	Canal	Energía teórica (keV)	Energía ajuste (keV)	$ \Delta E $ (keV)	$\Delta E(\%)$
Cesio	250.9	661.657 ± 0.003	659 ± 28	2.66	0.40
Sodio	194.6	510.999 ± 0.001	513 ± 18	2.00	0.39
	481.4	1274.53 ± 0.02	1275 ± 101	0.47	0.037
Cobalto	444.6	1173.237 ± 0.004	1174 ± 85	0.76	0.065
	501.3	1332.501 ± 0.005	1331 ± 111	1.50	0.23

Para estudiar la linealidad del detector vamos a resumir los resultados de los tres ajustes realizados hasta el momento.

Tabla 9-26: Diferencias de energía en porcentaje obtenidas mediante ajuste lineal, 2º orden y 3º orden

Pico	Canal	Energía teórica (keV)	$\Delta E_{\text{lineal}}(\%)$	$\Delta E_{2^{\circ} \text{ orden}}(\%)$	$\Delta E_{3^{\circ} \text{ orden}}(\%)$
Cesio	237.9±6.9	661.657±0.003	0.37	0.27	0.40
Sodio	184.9±4.8	510.999±0.001	0.19	0.019	0.39
	456.7±8.5	1274.53±0.02	0.026	0.037	0.037
Cobalto	421.1±6.8	1173.237±0.004	0.30	0.23	0.065
	476.9±8.4	1332.501±0.005	0.42	0.34	0.23

De la tabla 9-26 podemos concluir que la respuesta del detector se aproxima mejor mediante un ajuste no lineal. Sin embargo, el ajuste de tercer orden no introduce una mejora significativa de los resultados, especialmente a energías inferiores a 1 MeV.

Vamos a establecer como hipótesis que nuestro detector efectivamente tiene una respuesta que se ajusta a $E = d_{31}C + d_{32}C^2 + d_{33}C^3$. Vamos a estudiar la linealidad del detector. Para ello podemos comparar los resultados obtenidos con el ajuste a tercer orden con los obtenidos mediante el ajuste lineal.

Tabla 9-27: Comparación de resultados entre el ajuste lineal y a tercer orden. Desviación de la linealidad

Energía teórica (keV)	Energía lineal(keV)	Energía 3º orden (keV)	ΔE (keV)	$\Delta E(\%)$
661.657±0.003	664.1±2.8	661.657±0.003	4.8	0.73
510.999	515.1±2.7	510.999	2.3	0.45
1274.53±0.02	1274.2±3.4	1274.53±0.02	-0.9	-0.070
1173.237±0.004	1176.8±3.3	1173.237±0.004	3.2	0.27
1332.501±0.005	1326.9±3.5	1332.501±0.005	-3.8	-0.28

Representando el porcentaje de desviación respecto a la linealidad podemos hacernos una idea de cuanto se desvía del comportamiento ideal para cada energía.

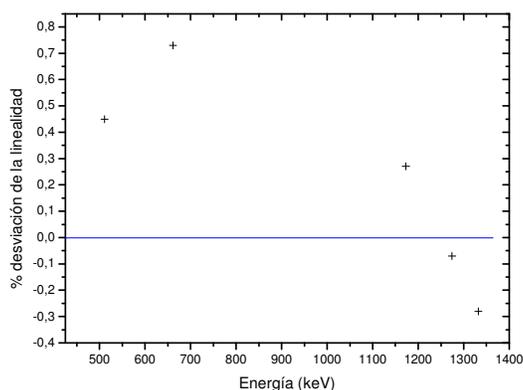


Figura 9-21: % de desviación de linealidad para cada canal.

Podemos concluir que para energías inferiores a 1 MeV, el comportamiento del detector se desvía más de la linealidad que a energías mayores.

Para ver si estos modelos representan bien el comportamiento del detector fuera del rango de energías en que hemos realizado la calibración, hemos tomado los espectros del ^{133}Ba y del ^{152}Eu . Estos espectros presentan multitud de picos a energías mayores y menores que nuestro intervalo. Comenzaremos por el ^{133}Ba .

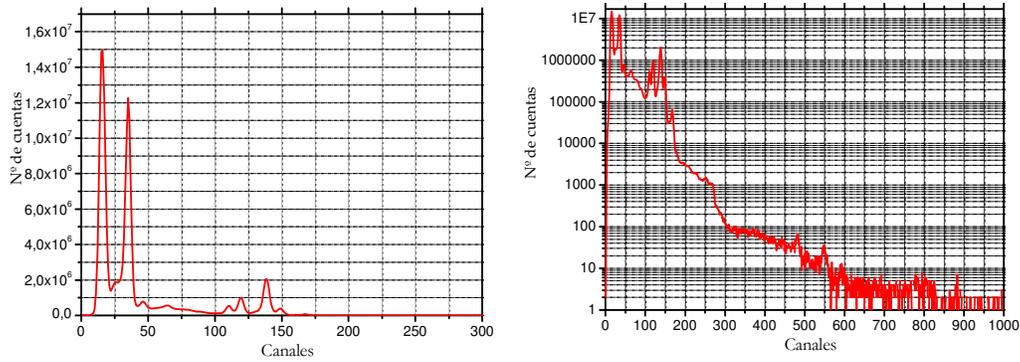


Figura 9-22: Espectro del ^{133}Ba adquirido con el detector 2 durante 24 horas. Escala lineal y escala logarítmica

Identificamos los picos y hallamos sus centroides. Conocidos los centroides, calculamos las energías asociadas a los picos con la relación entre canales y energía que hemos calculado anteriormente, tanto si suponemos la respuesta del detector lineal como si no.

Tabla 9-27: Energías de los picos del Bario supuesta la respuesta lineal y no lineal.

Centroides posibles picos (canales)	E_{lineal} (keV)	$E_{3\text{er orden}}$ (keV)
14.7	38.9 ± 2.6	39.6 ± 2.8
33.9	89.7 ± 2.6	91.0 ± 3.3
45.4	120.2 ± 2.6	121.6 ± 3.8
109.4	289.6 ± 2.6	290.6 ± 8.1
118.6	313.9 ± 2.7	314.7 ± 8.9
137.4	363.7 ± 2.7	364 ± 11
147.8	391.2 ± 2.7	391 ± 12

Una vez localizados los picos y calculada su energía, vamos a comparar los resultados con la energía teórica de los mismos. Esto nos servirá para hacer una estimación de la precisión o fiabilidad del detector.

Tabla 9-28: Error de precisión/ fiabilidad del detector

$E_{teórica}$ (keV)	$E_{línea}$ (keV)	$ \Delta E_{línea} $ (keV)	$ \Delta E_{línea} $ (%)
80.99716 ± 0.00014	89.7 ± 2.6	8.7	10.8
276.398 ± 0.002	289.6 ± 2.6	13.2	4.8
302.853 ± 0.001	313.9 ± 2.7	11.1	3.7
356.017 ± 0.002	363.7 ± 2.7	7.7	2.2
383.851 ± 0.003	391.2 ± 2.7	7.4	1.9

Tabla9-29: Error de precisión/ fiabilidad del detector

$E_{teórica}$ (keV)	$E_{no\ línea}$ (keV)	$ \Delta E_{no\ línea} $ (keV)	$ \Delta E_{no\ línea} $ (%)
80.99716 ± 0.00014	91.0 ± 3.3	10.0	12.3
276.398 ± 0.002	290.6 ± 8.1	14.2	5.1
302.853 ± 0.001	314.7 ± 8.9	11.8	3.9
356.017 ± 0.002	364 ± 11	7.8	2.2
383.851 ± 0.003	391 ± 12	7.1	1.9

Como podemos concluir al observar los resultados en la gama de energías más baja la exactitud del detector es menor que a altas energías, llegando a obtener errores del 12%. La fiabilidad del detector va aumentando a medida que nos acercamos a los canales más próximos a aquéllos entre los que hemos realizamos la calibración. No olvidemos que nuestra calibración se ha realizado con picos de energías entre 511 keV y 1332 keV y los picos del Bario estudiados están comprendidos entre 80 y 400 keV, todos ellos por debajo de nuestro rango de calibración

Se ha registrado un espectro del ^{152}Eu . De la misma manera que en el caso anterior vamos a identificar los picos y a asignarles su energía mediante la relación canal/energía calculada.

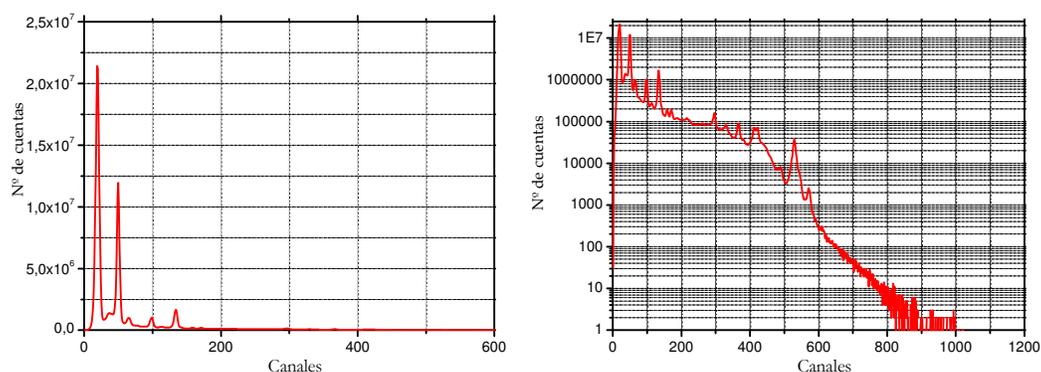


Figura 9-23: Espectro del ^{152}Eu adquirido con el detector 2 durante 24 horas. Escala lineal y escala logarítmica

De nuevo, vamos a localizar los centroides de los picos del Europio con ayuda del programa CassyLab. Algunos de los picos son solo visibles en escala logarítmica y sus centroides serán calculados analíticamente.

Tabla 9-29: Energías de los picos del Europio supuesta la respuesta lineal y no lineal.

Centroides posibles picos (canales)	E_{lineal} (keV)	$E_{3\text{er orden}}$ (keV)
18.2	48.2±2.6	48.2±2.6
48.9	129.4±2.6	129.4±2.6
97.6	258.3±2.6	258.3±2.6
133.0	352.0±2.6	352.0±2.6
158.1	418.5±2.7	418.5±2.7
170.5	451.3±2.7	451.3±2.7
294.9	780.6±2.9	780.6±2.9
362.2	958.7±3.1	958.7±3.1
529.1	1400.4±3.6	1409±125
569.6	1507.6±3.7	1526±147

Basándonos en nuestros resultados y comparando con las energías reales de los picos, vamos a tratar de localizar los picos.

Tabla 9-30: Error de precisión/ fiabilidad del detector, supuesto comportamiento lineal

$E_{\text{teórica}}$ (keV)	E_{lineal} (keV)	$ \Delta E_{\text{lineal}} $ (keV)	$ \Delta E_{\text{lineal}} $ (%)
121.7817±0.0003	129.4±2.6	7.6	6.3
244.6975±0.0008	258.3±2.6	13.6	5.6
344.2785±0.0012	352.0±2.6	7.8	2.3
411.1163±0.0011	418.5±2.7	7.3	1.8
443.965±0.003	451.3±2.7	7.3	1.6
778.9040±0.0018	780.6±2.9	1.7	0.2
964.079±0.018	958.7±3.1	5.4	0.6
1089.737±0.005	--	--	--

Tabla 9-31: Error de precisión/ fiabilidad del detector, supuesto comportamiento no lineal

$E_{\text{teórica}}$ (keV)	$E_{\text{no lineal}}$ (keV)	$ \Delta E_{\text{no lineal}} $ (keV)	$ \Delta E_{\text{no lineal}} $ (%)
121.7817±0.0003	129.4±2.6	9.1	7.5
244.6975±0.0008	258.3±2.6	14.9	6.1
344.2785±0.0012	352.0±2.6	8.0	2.3
411.1163±0.0011	418.5±2.7	6.7	1.6
443.965±0.003	451.3±2.7	6.1	1.4
778.9040±0.0018	780.6±2.9	4.7	0.6
964.079±0.018	958.7±3.1	12.4	1.2
1089.737±0.005	--	--	--

Al igual que ocurrió con el detector 1, existen picos de baja energía en nuestro espectro que no se corresponde con ningún pico teórico del Europio. Podría tratarse de

rayos X producidos como consecuencia de la interacción de la radiación primaria en materiales que rodean al detector.

En conclusión, podemos fiarnos de la lectura en energía de los detectores calibrados en $\pm 5\%$ para energías entre 120 y 300 keV y $\pm 1\%$ o mejor para 512 keV o más.

10. EFICIENCIA DE LOS DETECTORES

Recordamos que la eficiencia da idea del número de partículas detectadas en relación al número de partículas incidentes.

Se define la *eficiencia total* de detección como la relación entre el número de fotones que depositan total o parcialmente su energía en el detector y el número de fotones emitidos por la fuente.

Se define también la *eficiencia intrínseca* como el cociente entre el número de fotones que depositan total o parcialmente su energía en el detector y el número de fotones que atraviesan el mismo. La eficiencia intrínseca depende principalmente del material detector, de la energía de la radiación incidente y del grosor del detector en la dirección de incidencia de la radiación. Aunque la dependencia geométrica de la eficiencia intrínseca es mucho menor, sigue permaneciendo una dependencia leve con la distancia fuente-detector. Ambas eficiencias están relacionadas a través de la relación:

$$\mathcal{E}_{tot} = \mathcal{E}_{int} \cdot \mathcal{E}_{geo} \quad (10-1)$$

Donde la *eficiencia geométrica* se define como el cociente entre el número de fotones que atraviesan el detector y el número de fotones emitidos por la fuente.

Para estudiar la eficiencia de los detectores, hemos empleado una muestra de ^{22}Na . La muestra tenía una actividad de $(1.00 \pm 0.25) \mu\text{Ci}$ enero de 2006. Sabiendo que la actividad decae exponencialmente en función del tiempo, la actividad de la muestra en el momento de la adquisición de medidas es: $(1.67 \pm 0.42) \cdot 10^4 \text{ Bq}$

$$T_{1/2} = 2.6019 \text{ años}$$

$$t = (36 \pm 1) \text{ meses} = (3.00 \pm 0.08) \text{ años}$$

$$A = A_0 e^{-\frac{\ln 2 t}{T_{1/2}}} = (0.450 \pm 0.114) \mu\text{Ci} = (1.67 \pm 0.42) \cdot 10^4 \text{ Bq}$$

Observemos que la incertidumbre de esta medida es bastante elevada. La fuente empleada tiene una actividad dada con un 25% de incertidumbre, y la fecha tiene una precisión de ± 1 mes. Teniendo en cuenta que se ha adquirido el espectro durante 15 minutos, el número total de desintegraciones es: $\#_{desintegraciones} = 1.50 \cdot 10^7$. Según el esquema de desintegración del ^{22}Na , en cada desintegración se emite en promedio 0.999 fotones γ de 1245 keV y 1.8 fotones de aniquilación de 511 keV.

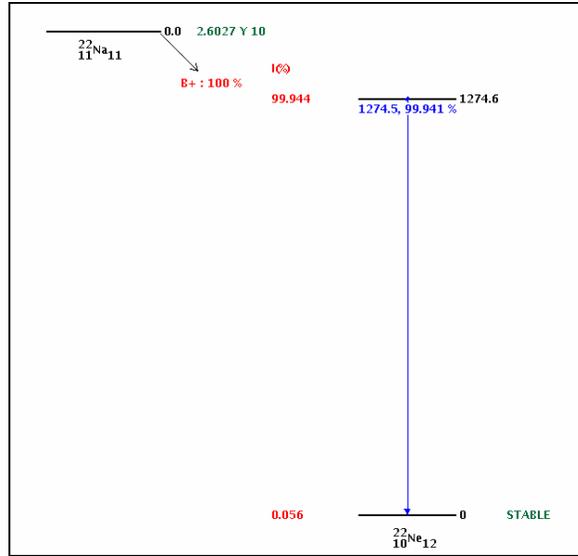


Figura 10-1: Esquema de la desintegración del ^{22}Na [21]

Según este razonamiento, podemos calcular cuántos fotones de cada energía pueden llegar a nuestros detectores en el tiempo de adquisición del espectro

$$\#_{\gamma,511\text{keV}} = (2.70 \pm 0.68) \cdot 10^7 \text{ fotones}$$

$$\#_{\gamma,1245\text{keV}} = (1.50 \pm 0.38) \cdot 10^7 \text{ fotones}$$

La disposición geométrica del conjunto detector-fuente a la hora de la adquisición de las medidas ha sido la siguiente: para ambos detectores se han tomado sendas medidas con la muestra situada a lo largo del eje del cilindro a 2 y 10 cm de distancia del mismo.

10.1. Eficiencia del detector 1

Se han tomado dos espectros de la citada muestra: estando situada a 2 cm y 10 cm del detector.

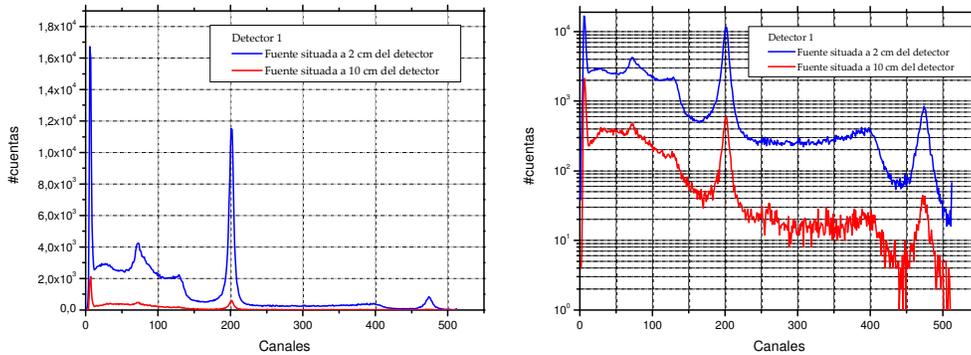


Figura 10-2: Espectros del ^{22}Na con la fuente situada a 2 y 10 cm de distancia del detector 1. Escala lineal y escala logarítmica

De los espectros, se adquiere la información necesaria para calcular la eficiencia. En concreto, estudiaremos los siguientes parámetros del espectro:

- $\#_{\text{cuentas}}$: número total de cuentas registradas por el detector durante la adquisición del espectro; es el área bajo el espectro.

- $\#_{\text{cuentas/s}}$: número de cuentas adquiridas por unidad de tiempo

- $\#_{\text{cuentas fotopico 511 Kev}}$: número de cuentas registradas en el fotopico de 511 keV

- $\#_{\text{cuentas, sin Compton fotopico 511 Kev}}$: número de cuentas registradas en el fotopico de 511 keV restando el fondo Compton

- $\#_{\text{cuentas fotopico 1276Kev}}$: número de cuentas registradas en el fotopico de 1276 keV

- $\#_{\text{cuentas, sin Compton fotopico 1276 Kev}}$: número de cuentas registradas en el fotopico de 1276 keV restando el fondo Compton

Tabla 10-1: Número de cuentas detectadas por el detector 1 en todo el espectro y en los fotopicos.

d(cm)	$\#_{\text{cuentas}}$	$\#_{\text{cuentas/s}}$	$\#_{\text{cuentas}}$ fotopico 511 Kev	$\#_{\text{cuentas, sin Compton}}$ fotopico 511 Kev	$\#_{\text{cuentas}}$ fotopico 1276 Kev	$\#_{\text{cuentas, sin Compton}}$ fotopico 1276 Kev
2	542352	602.6	116708	94547	11682	9000
10	49800	55.3	6400	4878	626	515

Por otro lado, para calcular la eficiencia geométrica, recordamos que el detector 1 tiene una geometría tipo prisma con dimensiones: $15\text{ mm} \times 15\text{ mm} \times 7,5\text{ mm}$.

La eficiencia geométrica puede calcularse mediante la expresión:

$$\epsilon_{\text{geo}} = \frac{\Omega}{4\pi} \quad (10-2)$$

El ángulo sólido se calculará mediante la siguiente aproximación: $\Omega \approx \frac{l^2}{d^2}$, donde “l” es la medida del lado del detector y “d” la distancia fuente-detector. Esta aproximación no es buena si la distancia fuente detector es comparable con el tamaño del detector. Por ello, cuando la fuente está situada a 2 cm del detector, la aproximación no es aceptable y utilizaremos la eficiencia geométrica calculada mediante simulación en el apartado 10.3

Tabla 10-2: Eficiencia geométrica para la fuente situada a 2 y 10 cm del detector 1.

d(cm)	2	10
ϵ_{geo}	$4.48 \cdot 10^{-2}$	$1.79 \cdot 10^{-3}$

El cociente entre las dos eficiencias geométricas es: $\frac{\epsilon_{\text{geo}}(d = 2\text{cm})}{\epsilon_{\text{geo}}(d = 10\text{cm})} = 25$.

Se define la *eficiencia intrínseca en el fotopico* como el cociente entre el número de fotones totalmente absorbidos en el detector y el número de fotones que llegan al mismo.

$$\mathcal{E}_{\text{fot}} = \frac{\#_{\gamma,\text{abs}}}{\#_{\gamma,\text{emitidos}} \times \mathcal{E}_{\text{geo}}} \quad (10-3)$$

El número de fotones totalmente absorbidos es el número de fotones que depositan toda su energía al interactuar con el detector. En nuestro espectro, es el número total de cuentas bajo el fotopico.

Tabla 10-3: Eficiencia intrínseca en el fotopico. Detector 1.

ϵ_{fot}	511 keV	1276 keV
2 cm	$9.02 \cdot 10^{-2}$	$1.55 \cdot 10^{-2}$
10 cm	$10.1 \cdot 10^{-2}$	$1.92 \cdot 10^{-2}$

La incertidumbre asociada a cada uno de estos resultados es del orden del 30%.

10.2. Eficiencia del detector 2

Repetimos el estudio realizado en el apartado 10.1 para el detector 2.

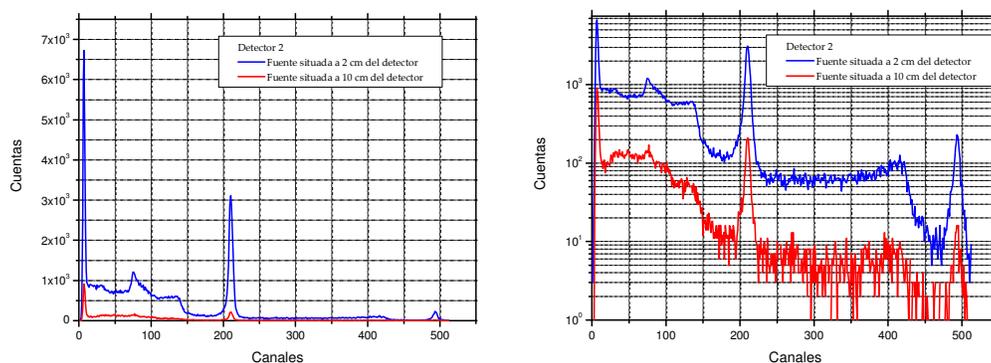


Figura 10-3: Espectros del ^{22}Na con la fuente situada a 2 y 10 cm de distancia del detector 2. Escala lineal y escala logarítmica

Hallamos el número total de cuentas o eventos detectados y también el número de cuentas detectadas por segundo. Además para calcular las eficiencias en los fotopicos, deberemos hallar el número de fotones que han depositado su energía en el fotopico.

Tabla 10-4: N° total de cuentas registradas, n° de cuentas registradas por segundo y n° de cuentas detectadas en los fotopicos para el detector 2.

d(cm)	#cuentas	#cuentas/s	#cuentas fotopico 511 Kev	#cuentas sin Compton fotopico 511 Kev	#cuentas fotopico 1275 Kev	#cuentas sin Compton fotopico 1275 Kev
2	171089	190.1	25278	21175	1774	1774
10	19942	22.2	1460	1132	155	95

Para calcular la eficiencia geométrica, recordamos que el detector 2 tiene una geometría tipo prisma con dimensiones: $10\text{ mm} \times 10\text{ mm} \times 5\text{ mm}$. Empleamos la expresión (10-2) para el cálculo de la eficiencia geométrica.

Tabla 10-5: Eficiencia geométrica para la fuente situada a 2 y 10 cm del detector 2.

d(cm)	2	10
ϵ_{geo}	$1.99 \cdot 10^{-2}$	$7.96 \cdot 10^{-4}$

El cociente entre las dos eficiencias geométricas es: $\frac{\epsilon_{\text{geo}}(d=2\text{ cm})}{\epsilon_{\text{geo}}(d=10\text{ cm})} = 25$.

Se define la *eficiencia intrínseca en el fotopico* como en el apartado 10.1.2.

$$\epsilon_{\text{fot}} = \frac{\#_{\gamma,\text{abs}}}{\#_{\gamma,\text{emitidos}} \times \epsilon_{\text{geo}}} \quad (10-4)$$

A partir de los espectros adquiridos, hallamos las cuentas detectadas bajo el fotopico sin tener en cuenta el fondo Compton.

Tabla 10-6: Eficiencia intrínseca en el fotopico. Detector 2.

ϵ_{fot}	511 keV	1276 keV
2 cm	$4.17 \cdot 10^{-2}$	$6.29 \cdot 10^{-3}$
10 cm	$5.27 \cdot 10^{-2}$	$7.95 \cdot 10^{-3}$

La incertidumbre asociada a estas medidas es del orden del 30%.

10.3. Simulación con Penelopet

Tenemos la posibilidad de realizar una simulación que recree las condiciones empleadas en el proceso de medida en los apartados 10.1 y 10.2. De esta manera podremos comprobar la concordancia entre los resultados experimentales y el modelo teórico simulado.

En la simulación se estudiará el siguiente caso. Consideraremos una fuente puntual situada a 2 y 10 cm del detector. Se tendrá en cuenta que la fuente puntual tiene un blindaje en la parte opuesta al detector, de forma que únicamente emite “hacia delante”. El cono de emisión tendrá un ángulo de apertura de 180° . Simularemos los dos detectores que hemos empleado en 10.1 y 10.2:

- Prisma de CZT con dimensiones: 10 x 10 x 5 mm
- Prisma de CZT con dimensiones: 15 x 15 x 7.5 mm

El programa calcula las eficiencias geométrica y total para cada uno de los casos simulados. Para calcular las eficiencias intrínsecas, realizamos el cociente entre ambas.

$$\epsilon_{\text{int}} = \frac{\epsilon_{\text{tot}}}{\epsilon_{\text{geo}}} \quad (10-5)$$

Además la simulación nos proporciona la eficiencia intrínseca en el fotopico y la fracción de fotopico. La *eficiencia intrínseca en el fotopico*, ϵ_{fot} , se define como el cociente entre el número de fotones totalmente absorbidos en el detector y el número de fotones que llegan al detector. La *fracción de fotopico* se define como el cociente entre los fotones que son totalmente absorbidos y el total de fotones que interaccionan con el detector.

Por último, la simulación nos ofrece información acerca del número de fotones que han sido totalmente absorbidos por el detector ($\#_{\gamma \text{ absorbidos}}$) y el número de fotones que sufren dispersión Compton: siendo restrodispersados ($\#_{\gamma \text{ backscatt.}}$) o saliendo hacia delante ($\#_{\gamma \text{ trans.}}$).

10.3.1. Resultados de la simulación. Detector 1

Los resultados obtenidos por la simulación se resumen a continuación.

- Fuente situada a 2 cm del detector:

Tabla 10-7: Detector 1. Resumen de los resultados de la simulación. d=2 cm

$E_{\gamma}(\text{keV})$	ϵ_{geo}	ϵ_{tot}	$\epsilon_{\text{fotopico}}$	Frac. fot	$\#_{\gamma \text{ simulados}}$	$\#_{\gamma \text{ absorbidos}}$	$\#_{\gamma \text{ trans.}}$	$\#_{\gamma \text{ backscatt.}}$
510.999	$3.88 \cdot 10^{-2}$	$9.28 \cdot 10^{-3}$	$7.58 \cdot 10^{-2}$	0.317	10^6	$2.95 \cdot 10^3$	$4.52 \cdot 10^3$	$1.82 \cdot 10^3$
1274.532	$3.88 \cdot 10^{-2}$	$5.89 \cdot 10^{-3}$	$1.82 \cdot 10^{-2}$	0.120	10^6	$7.05 \cdot 10^2$	$3.95 \cdot 10^3$	$1.24 \cdot 10^3$

- Fuente situada a 10 cm del detector:

Tabla 10-8: Detector 1. Resumen de los resultados de la simulación. d=10 cm

$E_{\gamma}(\text{keV})$	ϵ_{geo}	ϵ_{tot}	$\epsilon_{\text{fotopico}}$	Frac. fot	$\#_{\gamma \text{ simulados}}$	$\#_{\gamma \text{ absorbidos}}$	$\#_{\gamma \text{ trans.}}$	$\#_{\gamma \text{ backscatt.}}$
510.999	$1.79 \cdot 10^{-3}$	$5.03 \cdot 10^{-4}$	$9.01 \cdot 10^{-2}$	0.320	$5 \cdot 10^6$	$8.04 \cdot 10^2$	$1.23 \cdot 10^3$	$4.77 \cdot 10^2$
1274.532	$1.79 \cdot 10^{-3}$	$3.20 \cdot 10^{-4}$	$2.29 \cdot 10^{-2}$	0.128	$5 \cdot 10^6$	$2.04 \cdot 10^2$	$1.08 \cdot 10^3$	$3.19 \cdot 10^2$

Experimentalmente, hemos calculado la eficiencia intrínseca en el fotopico. La simulación calcula la eficiencia intrínseca en el fotopico como:

$$\epsilon_{\text{fot}} = \frac{\#_{\gamma, \text{abs}}}{\#_{\gamma, \text{sim}} \times \epsilon_{\text{geo}}} \quad (10-6)$$

10.3.2. Resultados de la simulación. Detector 2

Los resultados obtenidos por la simulación se resumen a continuación.

- Fuente situada a 2 cm del detector:

Tabla 10-8: Detector 2. Resumen de los resultados de la simulación. d=2 cm

$E_{\gamma}(\text{keV})$	ϵ_{geo}	ϵ_{tot}	$\epsilon_{\text{fotopico}}$	Frac.Fot	$\#_{\gamma} \text{ simulados}$	$\#_{\gamma} \text{ absorbidos}$	$\#_{\gamma} \text{ trans.}$	$\#_{\gamma} \text{ backscatt.}$
510.999	$1.88 \cdot 10^{-2}$	$3.24 \cdot 10^{-3}$	$4.48 \cdot 10^{-2}$	0.260	10^6	$8.40 \cdot 10^2$	$1.75 \cdot 10^3$	$6.47 \cdot 10^2$
1274.532	$1.88 \cdot 10^{-2}$	$2.10 \cdot 10^{-3}$	$1.02 \cdot 10^{-2}$	$9.11 \cdot 10^{-2}$	10^6	$1.91 \cdot 10^2$	$1.44 \cdot 10^3$	$4.69 \cdot 10^2$

- Fuente situada a 10 cm del detector:

Tabla 10-9: Detector 2. Resumen de los resultados de la simulación. d=10 cm

$E_{\gamma}(\text{keV})$	ϵ_{geo}	ϵ_{tot}	$\epsilon_{\text{fotopico}}$	Frac. fot	$\#_{\gamma} \text{ simulados}$	$\#_{\gamma} \text{ absorbidos}$	$\#_{\gamma} \text{ trans.}$	$\#_{\gamma} \text{ backscatt.}$
510.999	$7.95 \cdot 10^{-4}$	$1.53 \cdot 10^{-4}$	$5.54 \cdot 10^{-2}$	0.259	$5 \cdot 10^6$	$2.20 \cdot 10^2$	$3.97 \cdot 10^2$	$1.50 \cdot 10^2$
1274.532	$7.95 \cdot 10^{-4}$	$9.88 \cdot 10^{-5}$	1.3810^{-2}	$9.09 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^6$	$5.50 \cdot 10^1$	$3.36 \cdot 10^2$	$1.03 \cdot 10^2$

10.4. Comparación de resultados

Vamos a analizar los resultados de los apartados 10.1, 10.2 y 10.3. Existen numerosos parámetros que se pueden analizar y comparar; en este apartado se compararán las eficiencias en el fotopico y las eficiencias intrínsecas obtenidas experimentalmente y mediante la simulación.

Tabla 10-10: Eficiencia intrínseca en el fotopico. Detector 1. Comparación de resultados.

ϵ_{fot}	511 keV		1246 keV	
	Experimental	Simulación	Experimental	Simulación
2 cm	$9.02 \cdot 10^{-2}$	$7.58 \cdot 10^{-2}$	$1.55 \cdot 10^{-2}$	$1.82 \cdot 10^{-2}$
10 cm	$10.1 \cdot 10^{-2}$	$9.01 \cdot 10^{-2}$	$1.92 \cdot 10^{-2}$	$2.29 \cdot 10^{-2}$

Tabla 10-11: Eficiencia intrínseca en el fotopico. Detector 2. Comparación de resultados.

ϵ_{fot}	511 keV		1246 keV	
	Experimental	Simulación	Experimental	Simulación
2 cm	$4.17 \cdot 10^{-2}$	$4.48 \cdot 10^{-2}$	$6.29 \cdot 10^{-3}$	$1.02 \cdot 10^{-2}$
10 cm	$5.27 \cdot 10^{-2}$	$5.37 \cdot 10^{-2}$	$7.95 \cdot 10^{-3}$	$1.38 \cdot 10^{-2}$

Podemos estudiar la relación que existe entre la eficiencia intrínseca de un mismo detector con la fuente situada a distancia fija entre sus dos fotopicos. La relación debe ser la aproximadamente la misma experimentalmente y empleando los datos de la simulación.

Tabla 10-12: Detector 1. Estudio de la relación $\frac{\epsilon_{\text{fot},511\text{keV}}}{\epsilon_{\text{fot},1276\text{keV}}}$ ($d = 2,10\text{cm}$)

$\frac{\epsilon_{\text{int},511\text{keV}}}{\epsilon_{\text{int},1276\text{keV}}}$	Experimental	Simulación
2cm	5.8	4.2
10cm	5.3	3.9

Tabla 10-13: Detector 2. Estudio de la relación $\frac{\mathcal{E}_{\text{int},511\text{keV}}}{\mathcal{E}_{\text{int},1276\text{keV}}}$ ($d = 2,10\text{cm}$)

$\frac{\mathcal{E}_{\text{int},511\text{keV}}}{\mathcal{E}_{\text{int},1276\text{keV}}}$	Experimental	Simulación
2cm	6.6	4.4
10cm	6.6	3.9

En promedio, podemos decir que la eficiencia en el fotopico de 511 keV es 5 veces mayor que en el fotopico de 1276 keV. Las oscilaciones de los resultados entre la simulación y lo experimental pueden deberse principalmente a errores en la determinación de la distancia fuente detector. Una variación de 1 mm en esta medida cuando la fuente está situada a 2 cm del detector supone una variación del resultado de más del 10%.

Del mismo modo, podemos estudiar la relación entre la eficiencia intrínseca para el mismo fotopico y la fuente situada a distinta distancia.

Tabla 10-14: Detector 1. Estudio de la relación $\frac{\mathcal{E}_{\text{int},2\text{cm}}}{\mathcal{E}_{\text{int},10\text{cm}}}$ ($E = 511\text{keV}, 1276\text{keV}$)

$\frac{\mathcal{E}_{\text{int},2\text{cm}}}{\mathcal{E}_{\text{int},10\text{cm}}}$	Experimental	Simulación
511 keV	0.89	0.84
1245 keV	0.81	0.79

Tabla 10-15: Detector 2. Estudio de la relación $\frac{\mathcal{E}_{\text{int},2\text{cm}}}{\mathcal{E}_{\text{int},10\text{cm}}}$ ($E = 511\text{keV}, 1276\text{keV}$)

$\frac{\mathcal{E}_{\text{int},2\text{cm}}}{\mathcal{E}_{\text{int},10\text{cm}}}$	Experimental	Simulación
511 keV	0.79	0.83
1245 keV	0.79	0.74

Estos cocientes son próximos a la unidad, como era de esperar. La eficiencia intrínseca no depende excesivamente de la distancia fuente detector.

Vamos a comparar la eficiencia de los detectores de CZT con otros detectores que se utilizan actualmente en medicina nuclear: NaI(Tl), BGO, GSO, LSO. Se han simulado fotones de energías próximas a los 100 keV y 511 keV suponiendo que la fuente está situada a 2cm del detector y se han calculado las eficiencias intrínsecas en el fotopico.

Tabla 10-16: Eficiencias intrínsecas en el fotopico para distintos centelleadores y CZT. Detector 1

E (keV)	NaI(Tl)	CsI	BGO	GSO	LSO	CZT
121.7	0.765	0.854	0.948	0.912	0.941	0.823
140	0.664	0.776	0.955	0.874	0.914	0.791
511	$5.27 \cdot 10^{-2}$	$8.16 \cdot 10^{-2}$	0.279	0.161	0.227	$7.58 \cdot 10^{-2}$

Tabla 10-17: Eficiencias intrínsecas en el fotopico para distintos centelleadores y CZT. Detector 2

E (keV)	NaI(Tl)	CsI	BGO	GSO	LSO	CZT
121.7	0.678	0.805	0.942	0.905	0.928	0.757
140	0.564	0.696	0.924	0.841	0.900	0.639
511	$3.38 \cdot 10^{-2}$	$5.25 \cdot 10^{-2}$	0.199	0.107	0.159	$4.48 \cdot 10^{-2}$

En imagen PET los radionucleidos empleados se desintegran por emisión β^+ con la consiguiente emisión de fotones de aniquilación de 511 keV. Por su parte, en SPECT, las energías de los fotones implicados son menores; el ^{99m}Tc emite fotones de 140 keV y el ^{123}I emite fotones de 159 keV.

Para fotones de 511 keV, la eficiencia de detección del CZT es un factor 2-4 peor que la eficiencia de otros centelleadores que se emplean actualmente en tomógrafos PET. Sin embargo, su eficiencia es ~ 1.4 veces mayor que la del NaI(Tl), que se empleó en los primeros tomógrafos.

La eficiencia de detección relativamente baja del CZT (\sim factor 3) supone uno de los principales inconvenientes para su aplicación en PET. Sin embargo, este hecho podría compensarse teniendo en cuenta que el CZT posee un poder de frenado mayor que el NaI (ver tabla 11-1) y además es muy compacto, lo que permite la utilización de múltiples capas de material en el detector [12].

Por otro lado, en el caso de SPECT, la eficiencia de detección del CZT es ligeramente superior a la del NaI(Tl), que es el centelleador más utilizado en gamma cámaras. Por tanto, el uso de este material como centelleador mejoraría la eficiencia de detección en SPECT.

11. CONCLUSIONES

Se ha realizado un estudio sobre las características de dos detectores de CdZnTe de diferentes dimensiones. Se resumen y discuten los resultados a continuación:

11. 1. Resolución en energía

La excelente resolución en energía es uno de los principales reclamos de los detectores semiconductores. Dado que la energía necesaria para formar un par electrón-hueco es del orden de unos pocos eV, el número de pares que se crean por cuanto de radiación es mucho más elevado, que por ejemplo, en los detectores de ionización gaseosos, donde la energía para formar un par de iones es 10 veces superior. Así, se mejora la resolución en energía, disminuyendo las fluctuaciones estadísticas y mejorando la relación señal-ruido.

Para el detector 1 hemos obtenido una resolución en energía media de 3.41 % @662 keV. Aplicando voltajes de bias superiores a 1400 V (hasta 1490V) se mejora la resolución energía (~3.31%@662 keV). En el caso del detector 2, la resolución media es de 2.35% @662 keV y la mejor resolución, 2.30%, se alcanza a partir de 780 V. Estos datos concuerdan con los dados por el fabricante (ver apartado 6.1. Materiales y Métodos). Si tenemos en cuenta que la resolución en energía del GSO para es del 9% y la del LSO 7.5% para fotones de 662 keV [4], la resolución en energía de los detectores CZT es mucho mejor. A energías de alrededor de 130 keV, la resolución del detector 1 es 10.5% y la del detector 2, 9.2% mejores a las del NaI (14%@140 keV), Es decir, la resolución en energía de los detectores CZT es mucho mejor que la de los materiales detectores que se están empleando actualmente en los tomógrafos PET y SPECT. Esto permitiría emplear ventanas de energía más estrechas y rechazar así más eventos que han sufrido dispersión Compton en el sujeto, lo que es una importante fuente de ruido en las imágenes PET o interacción en el colimador, una de las principales fuentes de deterioro de la imagen en SPECT.

11.2. Eficiencia de detección

Se ha obtenido una eficiencia de detección para fotones de 511 keV un factor 2-4 peor que la eficiencia de otros centelleadores que se emplean actualmente en tomógrafos PET. Sin embargo, su eficiencia es ~1.4 veces mayor que la del NaI(Tl), que se empleó en los primeros tomógrafos.

La eficiencia de detección más baja de los detectores CdZnTe ha sido uno de los principales inconvenientes para su implementación práctica. Sin embargo, este hecho

podría compensarse teniendo en cuenta que el CZT posee un poder de frenado mayor que el NaI (ver tabla 11-1) y además es muy compacto, lo que permite la utilización de múltiples capas de material en el detector. [12].

En el caso de SPECT, la eficiencia de detección del CZT es superior a la del NaI(Tl), que es el centelleador más utilizado en gamma cámaras. Por tanto, el uso de este material como centelleador mejoraría la eficiencia de detección en SPECT y su mejor resolución en energía mejoraría ampliamente la calidad de imagen.

Tabla11-1: Parámetros más significativos de materiales centelleadores.[4], [27], [28]Comparación con CZT

Material centelleador	NaI	BGO	LSO	GSO	CZT
Densidad (g/cm ³)	3.67	7.13	7.40	6.71	5.8 ¹⁵
Numero atómico efectivo (Z_{eff})	51	75	66	59	49.6 ¹⁵
Coefficiente de atenuación lineal (cm ⁻¹)	0.34	0.95	0.88	0.70	0.57
Resolución en energía @662keV (%)	7	10	7.5-10	9	2.5-4
Eficiencia de detección (2cm,511KeV)	5.27 ·10 ⁻²	0.279	0.227	0.161	7.58 ·10 ⁻²
Radiactividad natural/Higroscopía	No/Sí	No/No	Sí/No	No/No	No/No

11.3. Otras características

Además los detectores de CZT presentan otras características:

- *Estabilidad de los detectores de CZT frente a cambios de temperatura y humedad.* Existen estudios donde se ha medido la resolución en energía y la posición del fotopico de los CZT durante variaciones prolongadas de la temperatura (15° C-40°C) y humedad (10%-70%) y concluido que los detectores son estables dentro de ese rango [13]. De esta forma, el CZT supera uno de los grandes inconvenientes del uso del Si y Ge como detectores: operar a temperatura ambiente sin introducir excesivo ruido en la señal [1]. Además hemos comprobado en la sección 7.4 que tienen muy buena estabilidad temporal.

- *Tamaño compacto:* el hecho de que los detectores de CZT no necesitan acoplar el fotomultiplicador requerido por los centelleadores permite desarrollar detectores de tamaño mucho más compacto.

- *Resolución temporal:* las características temporales son peores que para los detectores de centelleo cuando se usan centelleadores rápidos (LSO). La principal causa reside en la baja movilidad de los portadores de carga. Esto conllevaría una ventana de coincidencia temporal más grande, lo que a su vez aumentaría el ruido en la imagen debido a las coincidencias aleatorias. También el tiempo muerto sería mayor. Sin embargo, la resolución temporal podría mejorarse mediante el análisis digital de la forma de los pulsos y con la

lectura individual de elementos de CZT en lugar de grandes matrices de centelleadores leídos por el mismo fotomultiplicador.

- *Tolerancia a campos magnéticos*: La tolerancia de estos detectores frente a campos magnéticos, abre la posibilidad de diseñar un tomógrafo PET combinado con una MR.

En resumen, podemos concluir que los detectores de CdZnTe podrían ser utilizados como detectores de un equipo PET y sobre todo en SPECT, pues presentan propiedades ventajosas como mejor resolución en energía, su capacidad de operar a temperatura ambiente y ser estable a cambios de humedad y temperatura, su tamaño compacto...No obstante, su respuesta temporal es algo más lenta.

12. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Simon R.Cherry, James A. Sorenson, Michael E. Phelps. *Physics in Nuclear Medicine*. Third Edition. Saunders.
- [2] http://depts.washington.edu/nucmed/IRL/pet_intro/toc.html
- [3] W.R. Leo. *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments. A How-to-Approach*. Second Revised Edition. Springer-Verlag.
- [4] Glenn F. Knoll. *Radiation Detection and Measurement*. Second Edition. Wiley.
- [5] Dale L. Bailey, David W. Townsend, Peter E. Valt, Michael N. Maisey. *Positron Emission Tomography*. Springer
- [6] Kenneth S. Krane. *Introductory Nuclear Physics*. Wiley
- [7] J. L. Carreras, L. Lapeña, C. Asensio. *PET en Oncología*.
- [8] www.nucleardata.nuclear.lu.se/nucleardata/toi
- [9] K. Wienhard. *Positron Emisión Tomography*. MPI für Neurologische Forschung, NUPECC
- [10] <http://www.medicinanuclear.cl/>
- [11] C.S. Levin, E.J. Hoffman. *Calculation of positron range and its effect on the fundamental limit of positron emission tomography system spatial resolution*. Physics in Medicine and Biology. 1999.Vol 44, 781-799.
- [12] P. Vaska, A. Bolotnikov, G. Carini, G. Camarda, J.F. Pratte, F.A. Dilmanian, S.J. Park, R.B. James. *Studies of CZT for PET Applications*. 2005 IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record.
- [13] G.Mählum, K.I. Dietzel, D. Meier, M. Szawlowski, B. Sundal, T. Vandehei, D.Wagenaar, B.E. Patt. *Study of Cadmium Zinc Telluride (CZT) Radiation Detector Modules under Moderate Long-Term Variations of Temperature and Humidity*. 2007 IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record.
- [14] E.W. Izaguirre, M.Sun, T. Vandehei, P. Después, Y. Huang, T. Funk, J. Li, K. Parnham, B.E. Pratt, B.H. Hasegawa. *Evaluation of a Large Pixellated Cadmium Zinc Telluride Detector for Small Animal Radionuclide Imaging*. IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record. 2006
- [15] G. C. Giakos, S. Suryanarayanan, R. Guntupalli, J. Odogba, N. Shah, S. Vedantham, S. Chowdhury, K. Mehta, S. Sumrain, N. Patnekar, A. Moholkar, V. Kumar, and R. E. Endorf. *Detective Quantum Efficiency [DQE(0)] of CZT Semiconductor Detectors for Digital Radiography*. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, volume 53, issue 6, Dec. 2004 Page(s): 1479 - 1484

- [16] C. Scheiber, G.C. Giakos. *Medical applications of CdTe and CdZnTe detectors* Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Section Accelerator, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. Volume 458, Issues 1-2, 1 February 2001, Pages 12-25
- [17] R.S. Khandpur. *Biomedical Instrumentation, Technology and Applications*. McGraw-Hill. 2005
- [18] Dr. Carlos Valencia-Calderón, Dra. Ana Calderón-Valdiviezo, Dr. Amadeo Muntané-Sánchez, Dr. Sirajh Bechich, Dr. Rupero Oliveró-Rigau, Dr. Cristóbal. Segura-Cros. *Descripción y Fundamentos del SPECT y el PET en el Diagnóstico de la Enfermedad Cerebrovascular* Revista Ecuatoriana de Neurología. Volumen 13, número 1-2, 2004
- [19] J. López Herraiz. *Técnicas avanzadas de reconstrucción de imagen nuclear PET, X-CT y SPECT*. Memoria del Trabajo del Máster de Física Biomédica.
- [20] A. Alessio, P. Kinahan. *PET Image Reconstruction*. Department of Radiology. University of Washington.
- [21] Nacional Nuclear Data Center: www.nndc.bnl.gov/nucdat2
- [22] J. Seidel, I. J. Vaquero, S. Siegel, W. R. Gandler, and M.V. Green. *Depth Identification Accuracy of a Three Layer Phoswich PET Detection Module*. IEEE Trans Nucl. Sci., 1999, vol. 40, no. 3, pp.485490
- [23] J. Cal González. *Mejora de la identificación del cristal de interacción en escáneres PET de alta resolución mediante simulaciones*. Trabajo académicamente dirigido.
- [24] E. Vicente Torrico. *Evaluación de las características y rendimiento de escáneres PET de pequeños animales*. Trabajo para la obtención del DEA
- [25] <http://nuclearmedicine.stanford.edu/images/SPECT.jpg>
- [26] <http://nucleardata.nuclear.lu.se/database>
- [27] M. Moszynski, M. Balcerzyk, W. Czarnacki, M. Kapusta, W. Klamra, A. Syntfeld, M. Szawlowski. *Intrinsic Energy Resolution and Light yield non-proportionality of BGO*. Nuclear Science Symposium Conference Record. Volume 1, issue 19-25, oct 2006.
- [28] P. Kozma, P. Kozma Jr. *Radiation Sensitivity of GSO and LSO Scintillation Detectors*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. 2005, section A, pp 132-136.
- [29] www.evproducts.com