# Dependencia de la vida media del $^{221}Fr$ del medio en el que se implanta

Bruno Olaizola Mampaso

19 de septiembre de 2008

Director: Luis Mario Fraile Prieto

Universidad Complutense de Madrid

Departamento de Física Atómica, Molecular y Nuclear

## Índice

1.	Introducción	<b>2</b>
2.	Teoría de la desintegración alfa2.1. Aproximación WKB2.2. Apantallamiento electrónico y aproximación de Debye-Hückel2.3. Desintegración alfa en la aproximación WKB2.4. Cálculo de la vida media del <sup>221</sup> Fr en un medio metálico	<b>2</b> 2 5 7 9
3.	Elementos del experimento 3.1. ISOLDE	<b>12</b> 12
4.	3.2. Descripción del experimento         Isótopos relevantes $4.1. \ ^{221}Fr$ $4.2. \ ^{221}Ra$ $4.3. \ ^{223}Fr$	14 15 15 16 17
5.	Análisis de datos5.1. Calibración de los detectores5.2. Selección de la ventana de energías5.3. Tiempo muerto5.4. Verificaciones	<b>17</b> 17 20 22 24
6.	Selección de muestras	30
7.	Resultados $7.1.$ $^{221}Fr$ $7.2.$ $^{217}At$	<b>31</b> 33 33
8.	Conclusiones	38

## 1. Introducción

En diversos artículos publicados a lo largo de esta década, se ha sugerido la posibilidad de que la vida media de emisores alfa podría acortarse sensiblemente al introducir los isótopos en un medio metálico y enfriarlos hasta temperaturas cercanas al cero absoluto. Por otro lado, diversos estudios teóricos apuntan a que esta es una posibilidad muy remota, y que en caso de existir, el apantallamiento de los electrones apenas disminuirían la barrera potencial, haciendo este efecto muy pequeño, o si se considera que apantalla la energía de la partícula alfa también, puede incluso contrarestarlo y aumentar su vida media en vez de acortarla.

Este trabajo pretende esclarecer si dicha vida media depende o no del medio que la rodea. Para ello se midió el semiperiodo del <sup>221</sup>Fr en un medio aislante (Si) y otro metálico (Au) a temperatura ambiente en las instalaciones ISOLDE, del CERN, Suiza.

Tras un análisis minucioso, apenas se ha detectado una diferencia de  $0,012 \pm 0,003 min$ . entre ambos medios. Gracias a que la vida media del producto de la desintegración del <sup>221</sup> Fr, el <sup>217</sup> At, es despreciable respecto a la de este, se pudo contrastar independientemente, obteniendo una diferencia de  $0,008 \pm 0,003 min$ .

## 2. Teoría de la desintegración alfa

## 2.1. Aproximación WKB

La aproximación WKB (en honor a los primeros en desarrollarla, Wentzel – Kramers – Brillouin [2, 3, 4]), es el ejemplo más famoso de un cálculo semiclásico en mecánica cuántica en la cual la función de onda se toma como una exponencial, se expande semiclásicamente y se permite variar muy lentamente bien a la fase bien a la amplitud.

De manera general, la teoría WKB es un método para aproximar las soluciones de ecuaciones diferenciales cuyas derivadas de mayor orden están multiplicadas por un pequeño parámetro  $\varepsilon$ . El método de aproximación se describe a continuación:

Para una ecuación diferencial genérica como:

$$\varepsilon \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} = 0$$
(1)

suponemos una solución de la forma de una expansión en serie asintótica:

$$y(x) = e^{\frac{1}{\delta} \sum_{n=0}^{\infty} \delta^n S_n(x)} \tag{2}$$

en el límite en el que  $\delta \longrightarrow 0$ . Introduciendo la función prueba en la ecuación diferencial (1) y cancelando los términos exponenciales, se puede resolver un número arbitrario de términos  $S_n(x)$  de la expansión.

Esta aproximación puede emplearse para resolver la ecuación de Schrodinger, que es el caso que nos interesa.

Tomando la ecuación en una sola dimensión e independiente del tiempo:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\Psi(x) + V(x)\Psi(x) = E\Psi(x)$$
(3)

que puede reescribirse sin más que multiplicar por la constante de la segunda derivada y pasando el término del potencial junto a la energía, con lo que queda:

$$\frac{d^2}{dx^2}\Psi(x) = \frac{2m}{\hbar^2} \left(V(x) - E\right)\Psi(x) \tag{4}$$

Ahora debemos escribir una función prueba, con la misma estructura que empleamos 2. Probando con una exponencial que dependa de  $\Phi$ , relacionada con la acción, tenemos:

$$\Psi(x) = e^{\Phi(x)} \tag{5}$$

que sustituyendo en (4) nos deja la expresión:

$$\frac{d^2}{dx^2}\Phi(x) + \left(\frac{d}{dx}\Phi(x)\right)^2 = \frac{2m}{\hbar^2}\left(V(x) - E\right) \tag{6}$$

En mecánica cuántica es habitual la derivada de  $\Phi(x)$  en parte real y parte imaginaria:

$$\frac{d}{dx}\Phi(x) = A(x) + iB(x) \tag{7}$$

Por tanto queda que la amplitud de la función de onda es  $e^{A(x)}$ mientras que la fase queda expresada por B(x). Introduciendo en la ecuación de Schrodinger (4) y separando en parte real y parte imaginaría, para la real queda la relación entre las funciones A y B:

$$A'(x) + A^{2}(x) - B^{2}(x) = \frac{2m}{\hbar^{2}} \left( V(x) - E \right)$$
(8)

Puesto que todos los términos de la parte derecha de la ecuación (6) son reales por definición, la parte imaginaría podemos igualarla a cero:

$$B'(x) + 2A(x)B(x) = 0$$
(9)

Es ahora cuando aplicamos la aproximación semiclásica. E expandimos cada una de las funciones A y B en una serie de potencias de  $\hbar$ . De la ecuación (8) puede verse que la serie de potencias de be ser, como mínimo, de orden  $\hbar^{-1}$  para satisfacerla. A demás, para alcanzar el límite clásico, es necesario comenzar con la potencia de  $\hbar$  tan alta como sea posible:

$$A(x) = \frac{1}{\hbar} \sum_{n=0}^{\infty} \hbar^n A_n(x) \tag{10}$$

$$B(x) = \frac{1}{\hbar} \sum_{n=0}^{\infty} \hbar^n B_n(x) \tag{11}$$

Quedándonos con el primer orden de la expansión, las ecuaciones (8)y(9)quedan:

$$A_0^2(x) - B_0^2(x) = 2m(V(x) - E)$$
(12)

$$A_0(x)B_0(x) = 0 (13)$$

Y ahora es cuando puede aplicarse que la amplitud varía lo suficientemente lenta comparada con la fase como para aproximar  $A_0(x) \sim 0$ , lo que satisface la ecuación (13) y deja la ecuación como:

$$B_0(x) = \pm \sqrt{2m \left(E - V(x)\right)}$$
(14)

Esta expresión tan solo es válida cuando E es mayor que V, lo que siempre ocurre en una descripción clásica del movimiento.

Realizando el mismo procedimiento para el siguiente orden de la expansión (11), y resolviendo la ecuación diferencial (7), podemos sustituir en (5), quedando finalmente la función de onda como:

$$\Psi(x) \approx C_0 \frac{e^{i \int dx \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V(x))} + \theta}}{\sqrt[4]{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V(x))}}$$
(15)

Como ya se mencionó al principio del desarrollo, en la aproximación WKB, también puede considerarse que es la fase la que varía lentamente en comparación a la amplitud (al contrario que antes) aproximando ahora que  $B_0(x) \sim 0$ , obteniendo la expresión:

$$A_0(x) = \pm \sqrt{2m \left( V(x) - E \right)}$$
(16)

Lo que tan solo es válido cuando el potencial es mayor que la energía total, que es el régimen en el que el efecto túnel cuántico ocurre, que dice que una partícula puede atravesar una barrera de potencial mayor que su propia energía cinética, algo que la mecánica clásica prohibe. Tomando un término superior de la expansión (10) y siguiendo un procedimiento totalmente análogo al anterior, tenemos la aproximación para la función de onda:

$$\Psi(x) \approx \frac{C_{+}e^{+i\int dx \sqrt{\frac{2m}{\hbar^{2}}(V(x)-E)}} + C_{-}e^{-i\int dx \sqrt{\frac{2m}{\hbar^{2}}(V(x)-E)}}}{\sqrt[4]{\frac{2m}{\hbar^{2}}(V(x)-E)}}$$
(17)

Puede verse en el denominador que ambas soluciones divergen en el punto de retorno clásico, donde E=V(x) y no son válidas. Estas son las soluciones aproximadas lejos de la barrera de potencial y por debajo de la barrera de potencial. Lejos de la barrera del potencial, la partícula se comporta de manera similar a una onda libre, la fase oscila. Bajo la barrera de potencial, la partícula decae exponencialmente en amplitud.

Para que la aproximación sea global, la solución debe estar definida en todos los puntos. En particular, esto significa que los coeficientes deben igualarse en el punto de retorno  $x_1$ .

Para un punto de retorno clásico  $x_1$  cercano a E=V(x), podemos desarrollar  $\frac{2m}{\hbar^2}(V(x)-E)$  en serie de potencias:

$$\frac{2m}{\hbar^2} \left( V(x) - E \right) = U_1(x - x_1) + U_2(x - x_1)^2 + \dots$$
(18)

Quedándonos con el término de primer orden:

$$\frac{d^2}{dx^2}\Psi(x) = U_1(x - x_1)\Psi(x)$$
(19)



Figura 1: Esquema de una partícula atravesando una barrera de potencial de energía  $U_0$ mayor que la propia energía cinética E. En la parte inferior de la imagen puede verse como la amplitud de la función de onda es menor al atravesar la barrera, lo que indica que su probabilidad de encontrase en ese punto es menor, pero no implica un cambio de energía. Imagen extraida del curso interactivo HyperPhysics, por C. R. Nave, 2005, Georgia State University (http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hph.html).

Esta ecuación diferencial se conoce como la ecuación de Airy, cuyas soluciones son las funciones de Airy [5]:

$$\Psi(x) = C_A Ai \left(\sqrt[3]{U_1} (x - x_1)\right) + C_B Bi \left(\sqrt[3]{U_1} (x - x_1)\right)$$
(20)

La solución debe ser continua, y por tanto unir la solución lejos de la barrera y la que está debajo de ella. Dados los coeficientes a un lado del punto de retorno clásico, los otros dos coeficientes en el otro lado del punto pueden determinarse usando la solución local y la continuidad de la función de onda. Por lo tanto se tiene una relación entre  $C_0$ ,  $\theta$ ,  $C_+$  y  $C_-$ .

Las funciones de Airy se aproximan asintóticamente a un seno, coseno y una exponencial en los límites apropiados. Estas relaciones suelen denominarse "formulas de conexión":

$$C_{+} = +\frac{1}{2}C_0 \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \tag{21}$$

$$C_{-} = -\frac{1}{2}C_0 \cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) \tag{22}$$

## 2.2. Apantallamiento electrónico y aproximación de Debye-Hückel

En una primera aproximación, pueden tratarse los medios metálicos como un gas de electrones con un fondo de iones positivos. Por simplicidad se supone que los electrones ven a los iones positivos como cargas estáticas, ya que debido a la enorme masa del núcleo comparada con la del electron, se pueden despreciar sus desplazamientos. Si además se tiene en cuenta que se están considerando distancias mucho mayores que las distancias ínter-iónicas, podemos suponer que hay un fondo estático y homogéneo de carga positiva. Sea  $\rho$  la densidad electrónica y  $\varphi$  el potencial eléctrico. En un principio, los electrones están igualmente distribuidos por el metal, por lo tanto tenemos un carga total nula en cada punto. Por lo tanto  $\varphi$  es inicialmente un pozo constante.

Se introduce una carga puntual fija, en el origen por simplicidad. Puesto que se tenía una carga neta nula en un principio, ahora la densidad de carga será  $Q\delta(r)$ , donde  $\delta(r)$  es la delta de Dirac. Si se permite que el sistema vuelva al equilibrio, se habrá producido una variación en la densidad de carga y en el potencial, por ejemplo  $\Delta\rho(r)$  o  $\Delta\varphi(r)$ . La primera Ley de Maxwell relaciona la densidad de carga y el potencial eléctrico:

$$-\nabla^{2}\left(\bigtriangleup\varphi\left(r\right)\right) = \frac{1}{\varepsilon_{0}}\left(Q\delta\left(r\right) - e\bigtriangleup\rho(r)\right)$$
(23)

Para hallar otra ecuación que relaciona la variación en la densidad de carga y en el potencial eléctrico, existen dos aproximaciones: la aproximación de Debye-Hückel, válida para altas temperaturas y la aproximación Fermi-Thomas para bajas temperaturas. A pesar de que en numeroso trabajos se ha sugerido que el efecto del apantallamiento en las desintegraciones alfa sería más relevante a bajas temperaturas, se emplea habitualmente la aproximación de Debye-Hückel (por ejemplo [9, 8]). Esta aproximación está fuera de su rango de validez, como ya se apunta en algunas publicaciones [11] pero ya que es la empleada, es la que describiré a continuación.

En la aproximación de Debye-Hückel, se supone que se mantiene el sistema en equilibrio termodinámico, a una temperatura T lo suficientemente alta como para que las partículas obedezcan la estadística de Maxwell-Boltzmann. En cada punto del espacio, la densidad de electrones con energía j será:

$$\rho_j\left(r\right) = \rho_j^0\left(r\right) e^{\frac{e\varphi(r)}{k_B T}} \tag{24}$$

Si ahora perturbamos  $\varphi(r)$  y expandimos la exponencial quedándonos con el término de primer orden, la aproximación queda:

$$e \triangle \rho \simeq \varepsilon^2 {}_0 k^2 {}_0 \triangle \varphi \left( r \right) \tag{25}$$

donde se define:

$$k_0 = \sqrt{\frac{\rho e^2}{\varepsilon_0 k_B T}} \tag{26}$$

La longitud  $\lambda_B \equiv 1/k_0$  es la Longitud de Debye y es la distancia para la cual los portadores de carga (electrones en este caso) apantallan por completo el campo eléctrico en plasmas y metales.

Si se introduce ahora la ecuación (25), en la Primera Ley de Maxwell (23), se obtiene la ecuación de Poisson apantallada:

$$\left(\nabla^2 - k_0^2\right)\varphi(r) = -\frac{Q}{\varepsilon_0}\delta(r) \tag{27}$$

Cuya solución es:

$$\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} e^{-k_0 r} \tag{28}$$

Se conoce como el potencial de Coulomb apantallado. Es similar al potencial de Coulomb habitual pero está multiplicado por un término exponencial decreciente. Mediante la aproximación de Fermi-Thomas se llega al mismo potencial, pero  $k_0$  queda definido mediante otros parámetros, como la energía de Fermi.

Ambas aproximaciones del apantallamiento han sido criticadas cuando se le ha aplicado la mecánica cuántica. Por ejemplo, en la teoría de Fermi-Thomas se supone que los portadores de carga pueden responder a cualquier vector de onda. Sin embargo, esto no es energéticamente posible para un electrón que se encuentre en la superficie o en el interior de la esfera de Fermi, donde hay una discontinuidad grande (gap) de energía entre la superficie de la esfera de Fermi y el siguiente nivel disponible. Esto se relaciona con el fenómeno de Gibbs, donde una serie de Fourier para funciones que varía rápidamente en el espacio no son una buena aproximación a menos que se tome un gran número de términos de la serie. Esto se conoce como la oscilación de Friedel, en la que el potencial eléctrico no cae exponencialmente con la distancia, si no que decae como inversa de la potencia multiplicado por un término oscilatorio, quedando proporcional a [5]:

$$\Delta\varphi(r) \propto \frac{\cos\left(2k_F r + \eta r\right)}{r^{\delta}} \tag{29}$$

## 2.3. Desintegración alfa en la aproximación WKB

Uno de los mayores éxitos de la aproximación WKB ha sido la predicción de la vida media de las desintegraciones alfa de los distintos isótopos, cálculo que realizó por primera vez Gamow en 1928.

Se considera que las partículas alfa están moviéndose aleatoriamente y golpeando las "paredes" del interior del núcleo atraídas por un potencial coulombiano. Si la partícula puede superar la barrera de potencial que la mantiene en el núcleo, el átomo se desintegrará. Hay que asignarle una energía cinética a la partícula alfa, digamos la energía Q con la que sale de un proceso de desintegración (hay que recordar que en el efecto túnel la partícula no pierde energía al atravesar la barrera de potencial, por lo que esto es una buena aproximación). Las energía Q típicas de una desintegración alfa son del rango de los 4-10 MeV [1]. Sin embargo, se sabe que la energía de enlace de una partícula alfa con el núcleo son varias decenas de MeV, por lo que, desde un punto de vista clásico, la partícula no tendría energía suficiente para escapar del núcleo. En física cuántica y según la aproximación WKB (y como confirman los experimentos) hay una pequeña probabilidad de que una partícula escape de una barrera de potencial mayor que la energía cinética de la misma, como ya se vio en la ecuación (17). Así pues, las desintegraciones  $\alpha$  pueden explicarse mediante el efecto túnel, y la teoría WKB puede predecir con cierto éxito la vida media de dichas desintegraciones. El cálculo se detalla a continuación, realizados específicamente para el  $^{221}Fr$ por ser el isótopo estudiado en este trabajo.

Con la relación del radio nuclear con el número másico podemos estimar a partir de qué distancia el núcleo y la partícula alfa se pueden considerar independientes (aunque no libres de interacción coulombiana):

$$a = a_0 \left( A_{\alpha}^{\frac{1}{3}} + (A-4)^{\frac{1}{3}} \right) = 1,2 \left( 4^{\frac{1}{3}} + 217^{\frac{1}{3}} \right) = 9,116 \, fm \tag{30}$$

La altura de la barrera puede calcularse como si los protones que quedan en el núcleo fuesen cargas puntuales que creasen un potencial coulombiano a una



Figura 2: La desintegración  $\alpha$  en la teoría WKB se explica como una partícula  $\alpha$  atravesando la barrera de potencial Coulombiano del núcleo por efecto túnel. Imagen extraida del curso interactivo HyperPhysics, por C. R. Nave, 2005, Georgia State University ( http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hph.html).

distancia l:

$$\varphi(a) = \frac{2(z-2)ke^2}{r} = 26,85\,MeV$$
(31)

Dicho potencial coulombiano decae al nivel Q de la desintegración alfa del $^{221}Fr$ a una distancia b igual a:

$$6,341 \, MeV = \frac{2 \, (z-2) \, ke^2}{b}; \ b = 38,606 \, fm \tag{32}$$

Por lo tanto la anchura que tendrá que atravesar la partícula alfa para escapar del potencial del núcleo será b - a:

$$b - a = 38,606 - 9,116 = 29,49 \, fm \tag{33}$$

Para calcular la vida media también habrá que tener en cuenta el número de veces que golpea la partícula la pared coulombiana. Para ello debemos calcular su velocidad. Como se ha mencionado antes, la energía cinética de la partícula es la energía Q con la que se desintegra el núcleo. Con una masa en reposo de 3.727 GeV y una energía cinética de unos pocos MeV, puede considerarse que la partícula es no-relativista, con lo que tenemos:

$$Q = \frac{mv^2}{2}; \ 6,341 = \frac{3727v^2}{2c^2}; \ v = 1,748 \cdot 10^7 m/s \tag{34}$$

Suponiendo una esfera de radio a, la partícula alfa golpeará la pared con una frecuencia:

$$f = \frac{v}{2a} = \frac{1,748 \cdot 10^7}{2 \cdot 9,116 \cdot 10^{-15}} = 9,598 \cdot 10^{20}s \tag{35}$$

La probabilidad de que ocurra el efecto túnel a través de una barrera infinitesimal desde r hasta r+dr viene dada por:

$$dP = \exp\left(-2dr\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}\left(\varphi\left(r\right) - Q\right)}\right)$$
(36)

Integrando a toda la barrera de potencial, tenemos:

$$P = \exp\left(-2\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}}\int_a^b \sqrt{\varphi(r) - Q}dr\right)$$
(37)

La integral de la exponencial, que viene en cualquier tabla de integrales directas [7], queda como:

$$-2\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}}\int_{a}^{b}\sqrt{\varphi\left(r\right)-Q}dr = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2 Q}}2zke^2\left(\arccos\sqrt{m}-\sqrt{m\left(1-m\right)}\right) \quad (38)$$

con  $m = \frac{a}{b} = \frac{\varphi(b)}{\varphi(a)} = \frac{Q}{\varphi(a)}$ . Si ahora evaluamos la integral con los valores del francio, tenemos que la posibilidad de que la partícula alfa atraviese la barrera por efecto túnel es de:

$$P = 2.54 \cdot 10^{-24} \tag{39}$$

si multiplicamos esta probabilidad por la frecuencia de choque con la barrera, tenemos la probabilidad por segundo de que el núcleo se desintegre, lo que se conoce como constante de desintegración:

$$\lambda = P \cdot f = 2,44 \cdot 10^{-3} s^{-1} \tag{40}$$

Se sigue inmediatamente que el semiperiodo del  $^{221}Fr$  es:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 3,27 \cdot 10^2 \, s = 4,73 \, min \tag{41}$$

El valor tabulado del  $^{221}Fr$  es de 4.9 min [1], con lo que, tratándose de una aproximación, puede decirse que es un muy buen resultado. La mayor fuente de error en este cálculo viene de suponer que el núcleo es perfectamente esférico, lo cual es cierto para átomos ligeros, pero este isótopo del francio, con A = 221, que presenta deformación cuadrupolar [12], la aproximación no es muy precisa, y de ahí la diferencia entre el valor obtenido y el tabulado.

## 2.4. Cálculo de la vida media del ${}^{221}Fr$ en un medio metálico

El objetivo de todo este cálculo es el introducir ahora un apantallamiento en el potencial, ya sea mediante una constante o bien introduciendo el potencial apantallado de la ecuación (28).

En general, los autores de artículos sobre este tema aplican la aproximación de Debye-Hückner para el cálculo del apantallamiento de los electrones metálicos descrito en (26). Tenemos que para un metal como el oro,  $k_0$ , tomando una densidad electrónica típica como  $\rho = 10^{23} cm^{-3}$  y temperatura ambiente T = 300 K, toma un valor aproximado de:

$$k_0 = \sqrt{\frac{\rho e^2}{\varepsilon_0 k_B T}} \approx 2.65 \cdot 10^{11} \, m^{-1} \tag{42}$$

con lo que la longitud de Debye es

$$R_D \approx 3,77\,pm\tag{43}$$

Autores como Kettner [12] o Raiola [13] aplican el cambio del potencial de Coulomb por el potencial apantallado. Con este nuevo potencial, la distancia b que la partícula debe atravesar en la barrera variará, así como su altura, con lo que la probabilidad de que ocurra un efecto túnel cambiará.

Así pues, tendremos que la barrerá de potencial en el punto a (donde la "esfera" del núcleo y la "esfera" de la partícula alfa se separan) tendrá una altura de:

$$\varphi(a) = \frac{2(z-2)ke^2}{r}e^{-k_0r} = 26,79\,MeV \tag{44}$$

Comparando este resultado con el obtenido en (31), vemos que la barrera ha disminuido en 64.86 keV, o un 0.24 %. Este resultado está de acuerdo con un posible acortamiento de la vida media de las desintegraciones.

Pero esto también causará un variación en la anchura de la barrera. El punto b, aquel en la que el potencial alcanzaba el valor de la energía de la partícula alfa y esta podía considerarse libre será ahora:

$$6,341 \, MeV = \frac{2 \cdot 85 \cdot 1,44 \, MeV}{r} e^{-k_0 r}; \ b = 38,59 \, fm \tag{45}$$

Si comparamos este resultado con el obtenido en (32), puede apreciarse una disminución de 0.01 fm en el grosor de la barrera. Si la barrera que debe atravesar la partícula alfa es menor, es más probable que la atraviese por efecto túnel.

Si tan solo tenemos estos dos efectos en cuenta, la vida media del  $^{221}Fr$  en un medio metálico variará, pues la probabilidad de que ocurra un efecto túnel habrá cambiado. Puesto que el potencial ya no toma una forma tan sencilla, la integral que aparecía en la exponencial de (37) tendrá una forma mucho más compleja y ya no será directa. Para resolverla se puede emplear software matemático como Maple [10], obteniendo un nuevo valor de:

$$T'_{1/2} = 3,49 \min$$
 (46)

Este resultado apoya las teoría defendidas en artículos como [12] o [13], ya que se ha producido un sensible acortamiento de la vida media, del orden del 30%.

Sin embargo, un estudio teórico de N. T. Zinner [11], sugiere que un factor importante se ha pasado por alto en la aproximación anterior. Si suponemos que el apantallamiento toma un valor constante y negativo para r<a, entonces no solo el potencial eléctrico se ve apantallado, si no también la energía Q que posee la partícula alfa. Si se denota por  $\Delta U < 0$ , el apantallamiento constante que hay en esa región, entonces la energía de la partícula alfa pasa a ser Q' = $Q + \Delta U$ , cumpliéndose que Q'<Q. Como puede verse en la gráfica presentada en el artículo de Zinner [11] (Figura 3), si la partícula alfa tiene una energía menor, debe atravesar una barrera de potencial más ancha, lo que disminuye su probabilidades de atravesarla.

Si, como sugiere Zinner, tomamos un típico valor de  $\Delta U = -300$  keV, Q'=6.041 MeV. El punto b variará, encontrándose ahora en:



Figura 3: Gráfica presentada en el artículo de Zinner [11] donde se muestra el potencial coulombiano sin apantallar en una línea negra, el apantallamiento en una línea verde y el potencial apantallado en un línea azul. La energía Q de la partícula alfa viene en una línea roja continua, mientras que la energía Q' de la partícula alfa apantallada viene en una línea roja discontinua. Aunque las proporciones se han modificada para resaltar el resultado, puede apreciarse que la anchura de la barrera es mayor para la partícula apantallada.

$$6,041 \, MeV = \frac{2 \cdot 85 \cdot 1,44 \, MeV}{r} e^{-k_0 r}; \ b = 40,512 \, fm \tag{47}$$

El cambio ahora ha sido considerable, de casi 2 fm con respecto a (45), una variación mucho mayor que la encontrada tan solo teniendo en cuenta el apantallamiento.

Si aplicamos el cambio en b y en Q al cálculo de la probabilidad, obtenemos un nuevo valor:

$$T_{1/2}'' = 51,83\,min\tag{48}$$

Vemos que teniendo en cuenta el apantallamiento para la energia Q, la vida media no solo no decrece, si no que incluso aumenta considerablemente.

Otro de los factores de peso en la vida media sería la temperatura del metal, puesto que tiene una dependencia directa con la raíz longitud de Debye (26). Así pues, si repetimos los cálculos anteriores a una temperatura de T = 12 K, vemos que ahora si se produce un cambio considerable en las vidas medias, obteniendo un nuevo valor de:

$$T'_{1/2}(12\,K) = 0.31\,min\tag{49}$$

Pero ni tan siquiera a esta temperatura la vida media se acorta en la aproximación de Zienner (se ha empleado el mismo valor para el apantallamiento de Q que ha temperatura ambiente):

$$T_{1/2}''(12\,K) = 5,71\,min\tag{50}$$

Los cálculos anteriores no tiene por objeto obtener valores precisos ni ser empleados como una predicción teórica, si no más bien dar una idea aproximada del posible efecto que un entorno metálico tiene sobre los isótopos. Como veremos en los resultados experimentales, si bien se produce un ligero acortamiento de la vida media, este es prácticamente nulo, por lo que probablemente la aproximación seguida por Zinner sea más correcta y el apantallamiento de la partícula alfa anule el apantallamiento de la barrera de potencial a temperatura ambiente.

## 3. Elementos del experimento

#### 3.1. ISOLDE

El experimento en el que se obtuvieron los datos con los que se realizó este trabajo fue realizado en las instalaciones ISOLDE [ www.cern.ch/isolde ], que son parte del CERN, Suiza. El nombre ISOLDE es un acrónimo de las siglas en inglés *isotope separation on-line* (ISOL). Este método hace uso de reacciones de espalación, fisión y fragmentación en blancos gruesos que son bombardeados con partículas de alta energía de aceleradores o reactores nucleares. Los productos de reacción se paran en el interior del blanco, se difunden térmicamene al exterior, se ionizan y se aceleran para formar un haz de iones. De este modo es posible crear unos 1000 isótopos de entre más de 70 elementos distintos, con vidas medias de hasta unos poco milisegundos.

Lo descrito a continuación está extraído en su mayor parte del artículo "The ISOLDE Facility" por Erich Kugler [19].

### **PS** Booster

El "Proton Synchroton Booster" (PSB por sus siglas en inglés) está formado por cuatro pequeños sincrotrones donde los protones provenientes de un Linac son acelerados a energías de un máximo de 1.4 GeV antes de ser inyectados al Sincrotrón de Protones (PS) del CERN de 27 GeV. El PSB emite pulsos cortos de alta intensidad , habitulamente 310<sup>13</sup> protones por pulso, separados entre sí un múltiplo de 1.2 segundos. Los pulsos del PSB se agrupaban en superciclos típicamente de 12 o 14 pulsos, aunque en la actualidad debido al denso programa de fisica del CERN incluyendo el incipiente LHC, los superciclos son mucho más largos, de unos 30 ciclos. Entre el 40 % y el 50 % de los ciclos están disponibles para la producción de isótopos en ISOLDE. Esto es equivalente a una corriente media de protones de unos 2  $\mu A$ . Estos pulsos cortos ayudan a la difusión de la radiación producida en el blanco hacia el exterior lo que incrementa la producción de isótopos de vidas cortas. La contrapartida es que esa enorme potencia casi instantánea hace que el blanco sufra unas tensiones mecánicas tremendas.

#### Diseño de la instalación

Los protones del PSB son enviados a dos blancos distintos a través de una línea subterránea de transmisión de unos 100 metros de largo. Una estación está situada en una línea recta, mientras que la otra tiene una ligera curvatura de 400 miliradianes.



Figura 4: Los protones bombardean uno de los blancos (GPS o HRS). Ambos separadores de isótopos se encuentran apantallados tras los muros de protección, y mandan los haces, una vez separados en masa, a través de una linea central a los diferentes experimentos [19].

Existen multitud de combinaciones de blancos y fuentes de iones que pueden acoplarse a los separadores para la producción de los aproximadamente 1000 isótopos. Tras la ionización, extracción del blanco y aceleración a 60 keV, los iones son enviados al separador magnético de masas. Aquí se emplean dos sistemas distintos. El *General Purpose Separator* (GPS) y el *High Resolution Separator* (HRS). Los dos separadores están diseñados de forma que un haz de cualquiera de los dos puede llegar a un distribuidor común de iones, al que están conectados la práctica totalidad de los dispositivos experimentales del hall.

#### Protección y manejo de la radiación

El área donde se encuentra el blanco para la creación de iones presenta alta radiación durante su funcionamiento, y en ella se almacenan también los blancos usados. Por ello, la instalación ISOLDE está construida a ocho metros bajo tierra y dispone de grandes medidas de seguridad, como aislamiento de acero y hormigón. Toda la actividad en el interior de la cámara del blanco la llevan a cabo robots industriales, que son los encargados de mover, cambiar y almacenar los blancos. Los robots se mueven entre las dos cámaras para los blancos a través de raíles, y han sido construidos sin que contengan ninguna pieza sensible a la radiación, como podrían ser superconductores.

#### El separador de uso general (GPS)

El más pequeño de los dos separadores está concebido para ser sencillo de manejar, una máquina flexible. Su elemento principal es una imán focalizador doble de 70° con un radio medio de curvatura de 1.5 m que le permiten seleccionar tres haces de iones en un rango de masa de  $\pm 15$ % desde la masa central y dirigir estos tres haces simultáneamente a tres puntos experimentales distintos. Parejas de placas electrostáticas cilíndricas son las encargadas de seleccionar la masa mediante el movimiento de una placa deflectora paralela al plano focal.

#### El separador de alta resolución (HRS)

El separador comprende un análisis magnético en dos pasos, lentes cuadrupolares electrostáticas y un cierto número de elementos magnéticos y electrostáticos para la corrección de aberraciones de imagen de orden superior. Está diseñado para alcanzar una resolución de dM/M = 15,000, aunque en la actualidad la resolución máxima es de 5000.

## 3.2. Descripción del experimento

La preparación, el montaje experimental y la toma de datos del experimento IS455 fue realizado por el equipo formado por H.B. Jeppesen, J. Byskov-Nielsen, P. Wright, J.G. Correia, L.M. Fraile, H.O.U. Fynbo, K. Johnston y K. Riisager en las instalaciones ISOLDE en abril del 2007.

El experimento consistió en la creación de isótopos de  $^{221}Fr$  mediante un haz de protones que impactaba contra un blanco de carburo de uranio  $(UC_x)$ , mediante el método descrito en la sección 3.1. En concreto se empleó para su ionización una fuente de superficie, por lo que también se ionizó el Ra, lo que explica la presencia de este contaminante en el experimento. Estos isótopos se implantaban en una lámina de oro (metal conductor). Tras unos instantes, la lámina se giraba y exponía la otra cara de silicio (aislante) al haz de iones, donde se implantaba una cantidad similar de isótopos. Luego se colocaba para que cada cara de la lámina estuviese orientada a cada uno de los detectores de Si de barrera de superficie, cuyas características son las siguientes:

- Detector 1: 39-057D, área 300  $mm^2$ , espesor 500  $\mu m$ , bias +100 V.
- Detector 2: 15-350H, área 150  $mm^2$ , espesor 300  $\mu m$ , bias +100 V.

Los datos de las desintegraciones  $\alpha$  de ambos detectores eran recogidos por un mismo sistema de adquisición de datos (DAQ) (con un reloj común de frecuencia 1 KHz) durante unas dos horas (aproximadamente unas veinte vidas medias del  $^{221}Fr$ ). Tras esto se repetía la implantación de isótopos en las láminas, pero esta vez se colocaba de forma que la cara de oro y la de silicio estuviesen orientadas a los detectores opuestos de la muestra anterior. De esta forma se pretendía minimizar los posibles errores sistemáticos propios de cada detector, pues la comparación final compete el comportamiento en los materiales oro y silicio y no entre detectores. En total, se tomaron 28 muestras, pero no todas resultaron aptas para su análisis debido a distintos problemas o fallos en la toma de datos.

Cada evento de la adquisición, dado por un trigger en uno u otro detector de Si, estaba compuesto por los los siguientes datos: energía en el detector 1, energía en el detector 2, tiempo, número total de sucesos (triggers), número total de sucesos aceptados, número de sucesos aceptados del detector 1, número de sucesos aceptados del detector 2 y número de eventos acumulado. Puesto que el tiempo muerto de los detectores era despreciable frente al tiempo muerto del sistema de adquisición de datos, era posible tomar el número total de desintegraciones y el número total aceptado, lo que mas adelante permitió corregir el tiempo muerto, que en algunos casos alcanzó hasta un 20%, por lo que era un efecto importante. Este efecto fue corregido, debido a que provenía del sistema de adquisición de datos, es común a ambos detectores y puede ser corregido.

Los datos fueron tomados en formato *list mode data* (lmd) para después transformarlos mediante un programa basado en FORTRAN en ficheros *n*-tuples (ntp) para su análisis con el software *Physical Analysis Workstation* (PAW) [20]. En el proceso de transformación, se paso de unos datos tomados en milisegundos (la frecuencia del reloj era de KHz) a unas n-tuplas de décimas de segundo. Más adelante, cuando se proyectaron las n-tuplas sobre histogramas, se hizo en canales de 0,8 segundos, lo que equivale a un binning de 8 (8 canales de la n-tupla corresponden a un canal en el histograma).

## 4. Isótopos relevantes

## **4.1.** $^{221}Fr$

El isótopo escogido para el análisis del efecto de un medio metálico en las desintegraciones alfa fue el  $^{221}Fr$ . El francio (Z=87) es un metal alcalino con un electrón de valencia y el elemento con menor electronegatividad de la tabla periódica. No presenta isótopos estables en la naturaleza y todos decaen al astato, radio o radon [8]. En concreto, el  $^{221}Fr$  tiene una vida media tabulada de 4.9 (2) min [1] y posee tres picos principales de desintegración alfa (decae al  $^{217}At$ ) con energías de 6341.0 keV (83.4%), 6243.0 keV (1.34%) y 6126.3 keV (15.4%) [15].



Figura 5: Diagrama de niveles de la desintegración alfa del  $^{221}Fr$ . Esquema recogido de [1], compilado por Y. A. Akovali [14]



Figura 6: Esquema de la desintegración del  $^{221}Fr$  hasta el elemento estable  $^{209}Bi$ . Este esquema es del artículo de Jeppesen *et al*, que realiza un estudio muy similar al de este trabajo [18]

Tras desintegrarse en  $^{217}At$ , este tiene una vida media de apenas 32.3 ms y decae mediante desintegración alfa (7066.9 keV, 99.89%) al  $^{213}Bi$ o mediante desintegración  $\beta^-$  al  $^{217}Rn$  [15]. El  $^{217}Rn$  decae por desintegración  $\alpha$  ( $T_{1/2} = 0.54\,ms$ , 7887.3 keV y 100%) al  $^{213}Po$ [15]. En la otra rama, el  $^{213}Bi$  también decae al  $^{213}Po$  por desintegración  $\beta^-$ o al  $^{209}Tl$  por desintegración  $\alpha$  ( $T_{1/2} = 45.59m$  5982.6 keV) [16]. Tanto el  $^{213}Po$  mediante desintegración  $\alpha$  ( $T_{1/2} = 4.2\,\mu s$ 8537.3 keV 100% [16]) como el  $^{209}Tl$  por  $\beta^-$  decaen al  $^{209}Pb$ , que tras una vida media de 3.25 h [16] decae al  $^{209}Bi$ , que ya es estable [17]. En el esquema de la figura 6 se presenta la cadena de desintegración antes descrita.

### 4.2. $^{221}Ra$

Debido al método de producción del núcleo  $^{221}Fr$  es posible producir e ionizar también  $^{221}Ra$ . En el experimento se detectó una fuerte presencia de  $^{221}Ra$  y los isótopos de su cadena de desintegración en las muestras analizadas, por lo que es importante poder localizar sus picos en los espectros obtenidos.

El  $^{221}Ra$  tiene una vida media de 28 segundos y decae al  $^{217}Rn$  principal-

Isótopo	Energía (keV)	Intensidad (%)	Vida Media
$^{221}Fr$	6126.3	15.1	$4.9 \min$
	6243.0	1.34	4.9 min
	6341.0	83.4	4.9 min
$^{217}At$	7066.9	99.98	$32.3 \mathrm{ms}$
$^{213}Bi$	5869	1.94	$45 \min$
	5549	10.15	$45 \min$
$^{213}Po$	8375.9	100	$4.2 \ \mu s$

Cuadro 1: Resumen de las energías e intensidades relativas de la cadena de desintegración del  $^{221}Fr$ .

mente en tres picos de desintegración  $\alpha$ , 6.754 MeV (32 %), 6.662 MeV (23 %) y 6.607 MeV (38 %) [14]. El <sup>217</sup>Rn, con una vida media de 0.54 ms, tan solo decae por desintegración alfa (Q = 7.741 MeV) al <sup>213</sup>Po [15]. Este isótopo ya pertenecía a la cadena descrita en la sección anterior del <sup>221</sup>Fr, por lo que el resto de la cadena coincide.

La presencia de contaminación por parte del  $^{221}Ra$  explica las abundancias del  $^{217}Rn$  y el  $^{213}Po$ , ya que la cadena del  $^{221}Fr$  por si sola no podía explicar las abundancias halladas de estos isótopos, que poseen algunos de los picos más altos en los espectros obtenidos, como puede verse en la figura 7. En esta figura también puede apreciarse que ninguno de los picos estaba lo suficientemente cerca del  $^{221}Fr$  como para afectar a las mediciones, aunque no se descartó que hubiese otros contaminantes en menor abundancia en los rangos de energía estudiados, por lo que se llevó a cabo un estudio sistemático del comportamiento de todas las muestras analizadas.

## **4.3.** <sup>223</sup>*Fr*

Durante la muestra 8 se implantó por error  $^{223}Fr$ , cuyo producto de desintegración tiene una vida media muy larga (11.43 días), comparada con la duración del experimento. Aunque ninguno de los elementos de la cadena se encontraban en cantidad suficiente como para formar un pico apreciable en ninguno de los espectros, su presencia contribuye a la constante de fondo, que ha sido tenida en cuenta al realizar los ajustes.

## 5. Análisis de datos

## 5.1. Calibración de los detectores

Como es habitual, los datos obtenidos de los detectores estaban en función de los canales, no de las energías emitidas, y para una correcta identificación de los picos era necesaria una calibración para relacionar canales con energía.

Para ello se empleó el mismo montaje experimental que el descrito anteriormente (sección 3.2), salvo que en vez de implantar isótopos en láminas de oro y silicio, se insertó una muestra comercial triple alfa, compuesta por isótopos conocidos, orientada hacia un detector y hacia el otro detector se colocaba gadolinio (<sup>148</sup>Gd), que posee un solo pico de desintegración. De forma análoga



Figura 7: Ejemplo del espectro de desintegraciones  $\alpha$  de una muestra implantada en oro. Pueden apreciarse todos los picos de las desintegraciones alfa para las dos cadenas descritas en las secciones 4.1 y 4.2.

Isótopo	Energía (keV)	Intensidad (%)	Vida Media
$^{223}Fr$	Desintegr	$22 \min$	
$^{223}Ra$	5539.8	9	$11.43 \mathrm{~dias}$
	5606.73	25.2	$11.43 \mathrm{~dias}$
	5716.23	51.6	$11.43 \mathrm{~dias}$
	5747.0	9	$11.43 \mathrm{~dias}$
$^{219}Rn$	6425.0	7.5	$3.96  \mathrm{seg}$
	6552.6	12.9	$3.96  \mathrm{seg}$
	6819.1	79.4	$3.96  \mathrm{seg}$
$^{215}Po$	7386.1	99.99	$1.78 \mathrm{\ ms}$
$^{211}Bi$	6278.2	16.19	$2.14 \min$
	6622.9	83.54	$2.14 \min$

Cuadro 2: Resumen de los isótopos de desintegración alfa de la cadena del  $^{223}Fr$  [1].

a como se hizo en el experimento, las las caras se iban alternando para que estubiesen orientadas a un detector cada vez.

Las cantidades de los tres isótopos de la muestra triple alfa se ajustaban para que que la actividad fuese aproximadamente de 1 kilobequelerio. La muestra estaba constituida por los siguientes isótopos:

- <sup>239</sup>Pu, tiene una vida media de unos 24000 años y emite principalmente 3 picos de alfa 5.156 MeV (71 %), 5.144 MeV (17 %) y 5.105 MeV (12 %). El pico medio ponderado se sitúa en 5.139 MeV. Decae al <sup>235</sup>U que pude considerarse estable.
- $^{241}Am$  con una vida media de 432.6 años emite dos picos distintos, 5.485 MeV (85%) y 5.443 (13%), con un pico medio ponderado en 5.48 MeV. Decae al  $^{237}Np$ , que tiene una vida media de tan varios millones de años, por lo que nuevamente se le puede considerar estable y esperar que no aparezca en los espectros.
- $^{244}Cm$  de vida media 18 años también emite en dos picos, 5805 MeV (76%) y 5763 (24%), cuyo pico medio es 5.795 MeV. Decae al  $^{240}Pu$ , que tiene una vida media de 6561 años. Puesto que la vida media del  $^{244}Cm$  es sensiblemente inferior a la de los otros dos isótopos, cabe esperar que su cantidad sea también sensiblemente inferior, ya que se pretendía que los tres tuviesen una actividad similar. Esto, unido a que la vida media del  $^{240}Pu$  es muy superior a la del  $^{244}Cm$ , daría una actividad mucho más baja para el  $^{240}Pu$  que para los otros isótopos de la triple alfa. Si además tenemos en cuenta que su pico medio ponderado está en torno a 5.155 MeV, prácticamente en el pico principal del  $^{239}Pu$ , explicaría por que no se ve a este isótopo en los espectros de calibración.

Como se ve, todos los isótopos presentan varios picos visibles, pero muy próximos entre si. La resolución de los detectores (en especial la del detector 2) no permitió distinguir entre estos picos tan próximos, como puede verse en la figura 8, por lo que el ajuste gaussiano se realizó empleando el pico medio de cada isótopo y no uno a uno.



Figura 8: Ejemplos de los espectros empleados en la calibración. A la izquierda puede verse el espectro de la muestra triple alfa orientada hacia el detector 1 y a la derecha puede verse el pico del <sup>148</sup>Gd orientado hacia el detector 2. Nótese que las cuentas están representadas en escala logarítimica.

El <sup>148</sup>Gd, sin embargo, tan solo presenta un pico en 3.182 MeV, con una vida media de 74.6 años. El producto de su desintegración, el <sup>144</sup>Sm, es estable.

Con el propio software PAW se analizaron las posiciones de los picos en función de los canales. Se supuso una dependencia lineal de la relación y se ajustó a un polinomio de primer orden, obteniéndose los siguientes resultados:

$$Detector1 \ Energia \ (KeV) = 2,41 \cdot \# \ de \ canal - 76,56 \tag{51}$$

 $Detector2 \ Energia \ (KeV) = 3,18 \cdot \# \ de \ canal - 256,34 \tag{52}$ 

### 5.2. Selección de la ventana de energías

Una vez calibrados los detectores, se procedió al análisis de los espectros obtenidos. Conociendo las cadenas de desintegración, las energías de los picos y la posible presencia de contaminantes (descritas en las secciones 4.1 y 4.2) se pudo identificar los picos. En los casos en los que pudiese haber alguna duda, se analizó la vida media del isótopo para facilitar su identificación., obteniéndose el espectro ya mostrado en la figura 7.

PAW permite colocar condiciones para el tratamiento de datos, por lo que se pudo delimitar ventanas de energía en función de los picos o isótopos que se quisieran analizar. Puesto que había ruido de fondo y distinta resolución, se realizó un análisis muestra a muestra. Como era de esperar, la anchura pico a pico era práticamente la misma para todo el detector 1 y para el detector 2, por lo que, por sencillez, se decidió promediar el ancho de las ventanas de cada isótopo analizado para cada detector, obteniéndose:

- $\bullet$   $^{221}Fr$ ventana estrecha. Detector 1 6.170-6.394 MeV, detector 2 6.223-6.469 MeV.
- =  ${}^{221}Fr$  ventana ancha. Detector 1 6.007-6.394 MeV, detector 2 6.041-6.469 MeV.



Figura 9: En esta otra calibración las muestras están orientadas a los detectores opuesto a los del ejemplo anterior. Se aprecía claramente en el caso de la triple alfa que la resolución del detector 1 es muy superior a la del detector 2, ya que presenta picos más definidos. Nótese que las cuentas están representadas en escala logarítimica.



Figura 10: Calibración de los detectores. Puede verse que, sin ser perfecta, se ajustan razonadamente bien a una línea recta.



Figura 11: En este espectro obtenido por el detector 2 puede apreciarse claramente la peor resolución obtenida, siendo así que no resuelve los picos 6.341 MeV y 6.243 MeV del francio que el detector 1 si era capaz de resolver como se aprecia en la figura 7. La línea roja continua representa la ventana ancha para el  $^{221}Fr$ , mientras que la discontinua para la ventana estrecha. Las líneas verdes corresponden al  $^{217}At$  y las azules al  $^{213}Po$ .

- ${}^{217}At$ . Detector 1 6.859-7.172 MeV, detector 2 6.878-7.212 MeV.
- ${}^{213}Po$ . Detector 1 8.077-8.500 MeV, detector 2 8.092-8.588 MeV.

Se decidió estudiar con dos ventanas distintas el  $^{221}Fr$  puesto que tenía tres picos distintos (aunque el detector 2 no era capaz de resolver dos de ellos) y se deseaba saber si existía algún contaminante en esa zona. Los otros dos isótopos estudiados tan solo presentaban un pico y no fue necesario más que analizarlos a una anchura.

## 5.3. Tiempo muerto

Como ya se ha mencionado anteriormente, el tiempo muerto del dispositivo de medida superaba normalmente el 10%, por lo que para una medida de precisión como esta es necesario tenerlo en cuenta y corregirlo. Puesto que el tiempo muerto de los detectores era despreciable frente al del DAQ, podemos suponer que corrigiendo el tiempo muerto medido por el DAQ tenemos una muy buena aproximación. Para corregirlo usamos el número total de triggers que provienen de los detectores de Si, que el DAQ es capaz de grabar, y el número de triggers



Figura 12: Ejemplo de la evolución del tiempo muerto a través de la toma de datos de una muestra. Al principio, cuando la actividad es mayor, el sistema se encuentra totalmente saturado y prácticamente no acepta ningún suceso. Cuando las cuentas han bajado lo suficiente, el sistema comienza a aceptar más sucesos hasta que aproximadamente el tiempo muerto se ha reducido a un 10 %, donde ya se hace más o menos estable a lo largo de toda la toma de datos. En esta gráfica el tiempo muerto está normalizado a 1, donde ese caso sería en el que se aceptan el 100 % de sucesos detectados, y se ha calculado dividiendo el número total de sucesos entre el número de sucesos aceptados.

aceptados. Como se ve en la figura 12, se comprobó que el comportamiento del tiempo muerto no es lineal con el número de total de triggers, como se supuso en el artículo de *Jeppsen et al* [18]. Se ha preferido realizar una corrección dada por el cociente entre el número de sucesos aceptados y el número total. Como además los datos se tomaban en función del tiempo, esta corrección puede hacerse a lo largo de todo el tiempo experimental, punto a punto, por lo que puede considerarse una muy buena corrección.

Puesto que el tiempo muerto se producía en el DAQ es común para ambos detectores, por lo tanto en cada muestra se corregían por el mismo factor independientemente de su procedencia. También es importante resaltar que el  $^{221}Fr$  no era el único isótopo presente, ya que estaban los descendientes en la cadena de desintegración, por lo que la actividad no se anulaba cuando este isótopo se agotaba. El tiempo muerto era nulo en ningún momento, ni siquiera al final de la toma de datos.

Todos los histogramas que muestran las desintegración de un isótopo, han



Figura 13: Ejemplo de desintegración antes y después de corregirlo con el tiempo muerto. Puede apreciarse claramente como la zona saturada del principio ahora es una línea recta en consonancia con el resto del histograma, que por estar en escala logarítmica debería aproximarse a una recta.

sido corregidos por el tiempo muerto del sistema antes de su análisis.

No se halló una explicación satisfactoria para estas regiones de los histogramas, aunque se especuló que para una alta tasa de contaje el sistema de adquisición se bloqueaba para un cierto número total de sucesos adquiridos, lo que le da una estructura con aspecto periódico. Esto se debía a un problema en el sistema VME. Puesto que la corrección del tiempo muerto antes descrita no evitaba estos efectos, se decidió que el ajuste se realizaría a partir de la región del histograma donde ya no se presentasen esa saturación, lo cual dejaba de suceder aproximadamente a partir de unas 5000-5500 cuentas por segundo.

#### 5.4. Verificaciones

Para comprobar que no se había producido ningún error en la toma de datos ni se había incluido ningún pico contaminante en la ventana de energía del  $^{221}Fr$ , se realizaron varias verificaciones. Por un lado, el producto de la desintegración del  $^{221}Fr$  es el  $^{217}At$ , un isótopo de vida media extremadamente corta, tanto que puede aproximarse a instantánea en los rangos de tiempo de minutos que se están midiendo. Por lo tanto, al medir la vida del  $^{217}At$  en realidad estaríamos midiendo las vida media del  $^{221}Fr$ , por lo que puede considerarse una verificación independiente de la vida media del isótopo del francio. Otra verificación es variar la anchura de la ventana de energía del  $^{221}Fr$ , ya que si no existen contaminantes debajo de los picos estudiados, deberían obtenerse siempre los mismos resultados. La última fue realizar el ajuste en intervalos distintos, ya sea variando el punto final del ajuste o comenzando en instantes de tiempo distintos, para ver si había alguna desviación sistemática del modelo de exponencial más fondo constante, lo que podría indicar la presencia de isótopos de vida media larga, prácticamente de actividad constante durante la duración



Figura 14: En este histograma se puede apreciar la saturación habitual de los detectores cuando reciben demasiados sucesos. Puede verse como durante los primeros 25 segundos (la escala del eje temporal está en décimas de segundo) el sistema se satura y no acepta todos los sucesos que le llegan..



Figura 15: Principio del histograma de desintegración del  $^{221}Fr$  en el que se aprecia claramente la estructura periódica de saturación, a pesar de que el tiempo muerto de saturación ya ha sido corregido.

Mínimo (MeV)	Máximo (MeV)	Anchura (keV)	$T_{1/2}(\min)$	Error (min)
6.000	6.400	400	4,734	0,014
6.130	6.400	270	4,732	0,018
6.250	6.370	120	4,724	0,019
6.320	6.330	10	4,746	0,029

Cuadro 3: Este es un ejemplo de como varía la vida media del  $^{221}Fr$  implantando en oro en un promedio de varias muestras según se acorta la ventana de energía. No hay variación dentro del error estadístico.

del experimento.

#### Variación de la ventana de energía

Estrechando la ventana de energía en torno al pico máximo del francio y viendo si la vida media variaba, se observa que este cambio es mínimo, quedando englobado en el error estadístico. Lo que si se observa es que según se acorta la ventana, el error estadístico aumenta considerablemente. Esto era esperable, puesto que al acortar la ventana de energía, se tienen en cuenta menos sucesos y la estadística empeora.

Para todas la muestras se realizaron dos ventanas para los picos del francio, como ya se explicó anteriormente. Para 5 muestras se realizó un estudio pormenorizado en el que se estudió la vida media de dicho isótopo para distintas ventanas de energía y ajustando la desintegración desde instantes de tiempo distintos. En la tabla 3, pueden verse los resultados obtenidos para los isótopos implantados en oro.

#### Variación de la vida media en función del intervalo ajustado

En esta verificación se realizaba varias veces el ajuste de una muestra comenzando desde instantes de tiempo distintos. Comenzando desde el final de la saturación del detector, se ajustaba cada vez desde instantes más tardíos, tomando unos 20 intervalos distintos. Un aumento sistemático de la vida media en función de esta variación del comienzo del ajuste podía indicar la presencia de un isótopo contaminante de vida media más larga, con el <sup>223</sup>Ra (11.43 días), que daría más peso a la cola de la desintegración que al inicio. En esta misma verificación también se estimaba la bondad de cada ajuste mediante el  $\chi^2$ .

Igualmente, los ajustes se realizaban variando el final del intervalo ajustado, quedando cada vez una región más reducida de la parte más "recta" de la desintegración.

#### Constante de fondo

Por último se realizaron los ajustes con y sin una constante de fondo. Como puede apreciarse en la figura 18, los valores obtenidos para la constante de fondo son siempre muy reducidos. Sin embargo, al realizar el ajuste de la función con y sin fondo, se observa que el valor obtenido por la exponencial sola es entre un 1 y 4 % más alto que el obtenido con el fondo. Esto evidencia la existencia de un fondo y la necesidad de corregir las funciones para que sea tenido en cuenta.



Figura 16: Un ejemplo de la verificación basada en variar el inicio del ajuste. Puede verse como se producen fluctuaciones estadísticas así como va incrementándose la barra de error a medida que disminuye el intervalo de tiempo ajustado. En el centro se encuentran las variaciones de  $\chi^2$ , que indican la bondad del ajuste.



Figura 17: Ejemplo de un ajuste en el que se ha ido variando el punto final de ajuste. Puede apreciarse que prácticamente no existe variación hasta que el intervalo ajsutado apenas llega a unas miles de decimas de segundo, donde casi ya no queda estadística que ajustar. Corresponde a la muestra 13, con los resultados del detector 1 (oro) en la parte superior y los del detector 2 (silicio) en la inferior).



Figura 18: Valores obtenidos para las constantes de fondo en cada una de las gráficas empleadas, las del detector 1 en la gráfica superior y las del detector 2 en la gráfica inferior. En general sus valores oscilan entre 0.1 y 0.2.



Figura 19: Profundidad de implantación de los iones de  $^{221}Fr$  en un blanco de oro según los cálculos TRIM realizados con el programa SRIM. Puede apreciarse como prácticamente el 90% de los iones se implantan en el rango de 50-100 Å, muy lejos de la hipotética capa de óxido que pudiese formarse.

#### Profundidad de implantación

Una de las críticas que se ha realizado a este tipo de experimentos es que los metales empleados pueden formar capas de óxido o de hidrógeno, lo cual anularía su caracter metálico, convirtiendolos en aislantes. Esto invalidaría el experimento, puesto que en ese caso ya no se produciría un apantallamiento por parte de los electrones y no se apreciaría ningún cambio en la vida media de los isótopos.

Para evitar que esto ocurra, el metal empleado ha sido oro, un elemento muy noble del que se sabe que dificilmente forma óxidos, pudiendo considerarse que apenas forma una o dos capas atómicas [21]. Mediante simulaciones SRIM se estableció que un haz de iones de  $^{221}Fr$  con una energía de 60 keV se implantaba a una distancia media de 78 Å, lo cual es mucho más profundo que el grosor de la poco probable capa de óxido. En estas circustancias puede considerarse que los isótopos se encuentran en un medio totalmente metálico.

## 6. Selección de muestras

A tenor de las verificaciones descritas en 5.4 y de las notas que se tomaron durante la realización del experimento, se realizó una selección de muestras para ser analizadas.

• Debido a un error en la configuración del DAQ, las muestras de la 1 a la



Figura 20: Espectro de la muestra 11, que debido a una fallo en el HV tuvo que ser descartada.

8 no son utilizables, pues los datos no se recogieron de forma correcta.

- En la muestra 11 hubo un fallo en la toma de datos, en concreto del HV.
- El reloj falló durante la toma de datos de la muestra 12, por lo que no fue posible emplearlos.
- En la muestra 14 no falló en ninguna de las verificaciones descritas, por lo tanto se analizó y empleó en la obtención de los resultados, pero es de remarcar que obtiene una vida media para el  $^{221}Fr$  considerablemente menor que el resto de las muestras.
- En la figura 21 se aprecia un incremento constante en la vida media medida en el detector 1, lo que podría indicar la presencia de contaminantes de vida media larga. Por este motivo, las muestras 16 y 23 fueron apartadas. Aunque no tan obvio, en la muestra 26 también se detectó cierta sistematicidad, por lo que también fue descartada.
- La muestra 17 fue descartada ya que tan solo parecía poseer cuentas de  $^{213}Po$ , como puede verse en la figura 22.
- En las otras 14 muestras no se encontraron motivos para descartarlas, por lo que fueron las empleadas en los análisis y resultados.

## 7. Resultados

De las muestras que se aceptaron para su empleo en los resultados (ver sección 6), se realizó un ajuste de las desintegraciones de los isótopos  $^{221}Fr$  y  $^{217}At$ , ajustándolos a una exponencial más un fondo constante, de la forma:



Figura 21: Ajuste de la muestra 16, en la que claramente se aprecia una sistemática en el detector 1, donde la vida media se incrementa exponencialmente llegando casi a los 6 minutos para los últimos intervalos de ajuste, suponemos que por un contaminante de vida media larga en este detector.



Figura 22: Espectro de la muestra 17, en la que tan solo se ve un gran pico de  $^{213}Po$  y no se aprecia más que ruido o pequeños picos para el resto de los isótopos.

	1		2 <sup>4</sup>	2 <sup>1</sup>	21	21 C
Muestra	Oro (min)	Error oro (min)	Error relativo (%)	Silicio (min)	Error silicio (min)	Error relativo (%)
9	4,763	0,009	0,187	4,761	0,008	0,169
10	4,695	0,008	0,169	4,724	0,010	0,201
13	4,669	0,016	0,344	4,692	0,010	0,203
14	4,643	0,008	0,163	4,621	0,016	0,355
15	4,714	0,008	0,171	4,711	0,010	0,212
18	4,748	0,009	0,195	4,739	0,011	0,234
19	4,706	0,009	0,197	4,725	0,010	0,217
20	4,697	0,010	0,215	4,726	0,008	0,172
21	4,778	0,013	0,270	4,755	0,009	0,197
22	4,730	0,010	0,220	4,747	0,017	0,356
24	4,698	0,010	0,207	4,726	0,010	0,213
25	4,757	0,009	0,189	4,729	0,009	0,192
27	4,658	0,010	0,214	4,693	0,009	0,184
28	4,646	0,010	0,207	4,691	0,008	0,174
Media	4,705	0.003	0.054	4,720	0,003	0.055

Cuadro 4: Resultados finales obtenidos para el  $^{221}Fr$ .

$$A(t) = A_0 e^{-\lambda t} + f \tag{53}$$

Para evitar la fuerte correlación que existe entre  $A_0$  y  $\lambda$ , se ajustaron  $\lambda$  y  $N_0$ , con la conocida relación :

$$A_0 = N_0 \cdot \lambda \tag{54}$$

Como ya se explicó en la sección de verificaciones, se realizó el ajuste comenzando desde varios instantes distintos, para estudiar posibles efectos sistemáticos, pero a la hora de tomar el valor definitivo, se escogió el primer valor del ajuste (el de más estadística) una vez que el sistema no presentase saturación.

### 7.1. $^{221}Fr$

Tras ordenar cada muestra según se hubiesen orientado el oro y el silicio a cada detector, podemos presentar los resultados en la tabla 4. En ella se muestran las vidas medias obtenidas, junto a sus errores estadísticos y su error relativo respecto a la vida media de todas las muestras en silicio.

Como puede observarse en la figura 23, la sistemática muestra a muestra del detector 1 y la del detector 2 es básicamente la misma. Debido a esta relación, se decidió expresar los resultados como una diferencia de vida media en silicio menos vida media en oro, lo cual reducia considerablemente los errores sistemáticos. Por ello el resultado final tan solo incluye el error estadístico. En es figura también puede apreciarse que los valores oscilan entre 4.64 y 4.78, lo que es una desviación de, aproximadamente, el 2 % respecto a la media de las vidas medias en silicio.

De esta manera se obtiene que la diferencia medida entre la vida media del  $^{221}Fr$  en silicio menos la vida media en oro es de tan solo $0,012\pm0,003\,min.$ 

#### **7.2.** $^{217}At$

Gracias a la corta vida media del producto de la desintegración del  $^{221}Fr$ , el  $^{217}At$ , la vida media que se observa en el histograma de desintegración es la del



Figura 23: Gráficas en las que se comparan las vidas medias del  $^{221}Fr$  en oro y silicio (gráfica superior), en el detector 1 y el detector 2 y la diferencia en las vidas medias obtenidas en oro y silicio, donde la línea recta roja es el ajuste a una constante de esa diferencia.



Figura 24: Ejemplo del histograma de desintegración del  $^{217}At$ , con el ajuste en rojo de una exponencial más un ruido de fondo constante. En concreto este histograma es del detector 1 de la muestra 25, que corresponde a una implantación en silicio.



Figura 25: En la gráfica superior pueden verse las vidas medias en función de la muestra del francio (en negro) y el astato (en rojo) para el detector 1. En la gráfica inferior es la misma comparación pero para el detector 2. Puede verse como el comportamiento de ambos isótopos es prácticamente idéntico, con una diferencia mínima muestra a muestra.

padre, y no la del producto. De esta manera, tenemos otra medida independiente de la vida media del $^{221}Fr$  .

A priori se realizó el análisis de manera independiente para las combinaciones detector1-Si, detector2-Au y detector1-Au, detector2-Si. Después se realizaron dos comparaciones, según estuviese implantando en silicio o en oro, pues se suponía que la vida media podía ser distinta. Con se muestra en la figura 25, el comportamiento de los dos isótopos es prácticamente idéntico, variando de muestra a muestra con la misma sistemática.

Separando las vidas medias según se hubiesen medido en oro o en silicio, se analizó la diferencia entre los valores obtenidos para el <sup>217</sup>At y el <sup>221</sup>Fr. Como se aprecia en las gráficas de la figura 26, la diferencia se mantiene en todo momento por debajo del 0.8% respecto a la vida media del <sup>221</sup>Fr en silicio, siendo el promedio de la diferencia para las vidas medias en oro del  $-0.09 \pm 0.08\%$  y del  $-0.06 \pm 0.07\%$  para el silicio. A la vista de tan escasa diferencia, podemos concluir que la vida media del astato medida en estas condiciones es la misma que la del francio, y por lo tanto puede ser empleado como un confirmación independiente de los resultados obtenidos.

Una vez comprobado que la sistemática de los resultados son equivalentes para ambos, siguiendo el mismo método que para la medida directa del  $^{221}Fr$ ,



Figura 26: En la gráfica superior se puede ver la diferencia en minutos entres las vidas medias obtenidas con el  $^{221}Fr$  menos la del  $^{217}At$ , implantadas en oro. En la inferior es para las implantadas en silicio. La línea roja es la diferencia media para cada caso muestra a muestra. En ningún caso la diferencia entre los dos isótopos llega al 0.8%.

Muestra	Oro (min)	Error oro (min)	Error relativo (%)	Silicio (min)	Error silicio (min)	Error relativo (%)
9	4,755	0,008	0,163	4,775	0,007	0,147
10	4,714	0,007	0,150	4,720	0,008	0,173
13	4,692	0,009	0,200	4,707	0,006	0,120
14	4,637	0,006	0,139	4,648	0,013	0,279
15	4,709	0,007	0,146	4,687	0,008	0,173
18	4,747	0,008	0,167	4,755	0,009	0,197
19	4,708	0,008	0,160	4,720	0,008	0,171
20	4,699	0,008	0,180	4,710	0,007	0,147
21	4,803	0,011	0,225	4,787	0,008	0,164
22	4,739	0,010	0,213	4,736	0,015	0,320
24	4,710	0,008	0,171	4,710	0,008	0,172
25	4,757	0,008	0,159	4,765	0,008	0,160
27	4,664	0,008	0,178	4,689	0,007	0,149
28	4,652	0,008	0,170	4,677	0,007	0,139
Media	4,708	0.002	0.045	4,720	0.002	0.044

Cuadro 5: Resultados finales obtenidos para el  $^{221}Fr$  a través del  $^{217}At.$ 

	Fr-221		At-217	
Muestra	Diferencia (min)	Incertidumbre	Diferencia (min)	Incertidumbre
9	-0,002	0,012	0,020	0,010
10	0,029	0,012	0,006	0,011
13	0,023	0,019	0,015	0,011
14	-0,022	0,018	0,011	0,014
15	-0,003	0,013	-0,022	0,011
18	-0,009	0,014	0,008	0,012
19	0,019	0,014	0,013	0,011
20	0,029	0,013	0,011	0,011
21	-0,023	0,016	-0,016	0,013
22	0,017	0,020		0,018
24	0,028	0,014	0,000	0,011
25	-0,028	0,013	0,008	0,011
27	0,035	0,013	0,025	0,011
28	0,044	0,013	0,025	0,010

Cuadro 6: Resumen de las diferencias, tiempo en silicio menos tiempo en oro, obtenidas en cada muestra. Resaltadas en rojo aquellas en las que se ha obtenido una vida media más larga para los isótopos implantados en oro que los implantados en silicio.

se obtuvieron los siguientes resultados para la vida media del francio a través del astato.

Representando una gráficas similares a las de la figura 23, obtenemos una diferencia media para los isótopos implantados en oro y en silicio de  $0,008 \pm 0,003 \min$ .

## 8. Conclusiones

El objetivo de este trabajo era estudiar si el apantallamiento producido por los electrones libres de un medio metálico podían acortar la vida media de los emisores alfa al disminuir la barrera de potencial que las partículas alfa veían.

Para ello se realizó un estudio sistemático en el que, mediante la medición simultánea en ambos medios y la alternancia de los detectores, se redujo al mínimo posible los errores sistemáticos. Así mismo se realizaron numerosas verificaciones para descartar la presencia de contaminantes y otros errores, por lo que fueron descartadas algunas muestras no aptas para su estudio. Por último, gracias a las características de la cadena de desintegración empleada, se tuvo una confirmación independiente de los resultados obtenidos.



Figura 27: Gráficas en las que se comparan las vidas medias del  $^{221}Fr$  medidas a través del  $^{217}At$  en oro y silicio (gráfica superior), en el detector 1 y el detector 2 (gráfica de en medio) y la diferencia en las vidas medias obtenidas en silicio menos oro, donde la línea recta roja es el ajuste a una constante de esa diferencia.

De esta manera se obtuvieron las siguientes vidas medias para el  $^{221}Fr$ , siendo estos resultados las medias ponderadas obtenidas en las distintas muestras:

- Implantado en oro:  $T_{1/2} = 4,705 \pm 0,003 \min$
- Implantado en silicio:  $T_{1/2} = 4,720 \pm 0,003 \min$

Para eliminar (o al menos minimizar) los errores sistemáticos, se realizó la diferencia en cada muestra de la vida media en silicio menos la vida media en oro, y nuevamente se realizó una media ponderada de los resultados obtenidos:

- Medida directa del  $^{221}Fr:\,0.012\pm0.003\,min$
- Medida del  $^{221}Fr$ a través del  $^{217}At:0,008\pm0,003\,min$

Esto da como promedio que la vida media del  $^{221}Fr$  en oro es  $0,010 \pm 0,003 min$ más corta que en silicio, lo que aproximadamente es una disminución de un  $0,21 \pm 0,07\%$  de la vida media en metal respecto a la vida media en aislante, resultado muy lejano de las predicciones teóricas. Aunque el resultado implica que hay un efecto no nulo de apantallamiento, hay que remarcar que esta variación no se conserva muestra a muestra, donde en algunos casos la vida media en oro es más larga que la vida media en silicio, lo que hace pensar que el efecto del apantallamiento electrónico realmente es tan pequeño como muestra el resultado.

## Referencias

- Evaluated Nuclear Structure Data File (ENSDF) Database version of June 20, 2008
- [2] Brillouin, Léon (1926). "La mécanique ondulatoire de Schrödinger: une méthode générale de resolution par approximations successives". Comptes Rendus de l'Academie des Sciences 183: 24–26.
- Kramers, Hendrik A. (1926). "Wellenmechanik und halbzählige Quantisierung". Zeitschrift der Physik 39: 828–840. doi:10.1007/BF01451751.
- [4] Wentzel, Gregor (1926). "Eine Verallgemeinerung der Quantenbedingungen für die Zwecke der Wellenmechanik". Zeitschrift der Physik 38: 518-529. doi:10.1007/BF01397171.
- [5] Airy (1838). On the intensity of light in the neighbourhood of a caustic. Transactions of the Cambridge Philosophical Society, 6, 379-402
- [6] http://www.physik.uni-augsburg.de/theo2/Publications/Schmitteckert/P96\_1/node3.html Peter Schmitteckert (1996)
- [7] "Fórmulas y tablas de matemática aplicada" Murray R. Spiegel, John Liu, Lorenzo Abellanas Rapún; Madrid : McGraw-Hill, D.L. 2003
- [8] K.U. Kettner, et al., J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 32 (2006) 489.
- [9] F. Raiola, et al. Eur. Phys. J. A 32, 51–53 (2007)

- [10] Maple 11.1 © Maplesoft, a division of Waterloo Maple Inc. 2008.
- [11] N. T. Zinner, Nuclear Physics A 781 (2007) 81-87
- [12] Peker, L.K. "On the equilibrium shape of odd nuclei with A = 213 TO 221 region" OSTI ID: 4182708
- [13] CRC Handbook of Chemistry and Physics, vol. 4, CRC, 2006, pp. 12, 0-8493-0474-1
- [14] Y. A. Akovali Nuclear Data Sheets 100, 141 (2003)
- [15] M. S. Basunia, Nuclear Data Sheets 108, 633 (2007)
- [16] M. J. Martin, Nuclear Data Sheets 63,723 (1991)
- [17] F.G. Kondev, Nuclear Data Sheets 101, 521 (2004)
- [18] H. B. Jeppesen et al, Eur. Phys. J. A 32, 31-34 (2007)
- [19] Erich Kugler, Hyperfine Interactions 129 (2000) 23-42
- [20] PAW 2.13 CERN, Suiza, 2002.
- [21] Greenwood, N. N.; Earnshaw, A. (1997). Chemistry of the Elements, 2nd Edition, Oxford:Butterworth-Heinemann.