

ESTUDIO DE LOS ESPECTRO BETA DEL ^{137}Cs Y ^{204}Tl

GUIÓN DEL LABORATORIO

CURSO 2006-2007

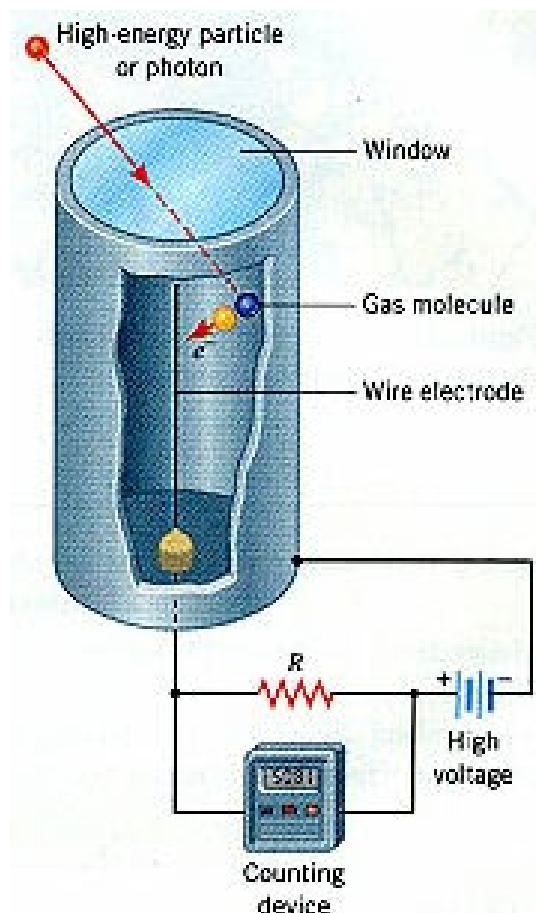
INTRODUCCIÓN

Las desintegraciones beta tienen en general un espectro de energías continuo para el electrón o positrón emitido. La energía disponible en la desintegración (valor Q) es compartida entre el electrón y el antineutrino (beta-) o positrón y neutrino (beta+). Para repasar o ampliar la teoría vista en clase, puedes visitar la sección de links.

El objetivo principal de esta práctica es la determinación experimental del espectro beta de dos fuentes disponibles en el laboratorio: el ^{137}Cs y el ^{204}Tl . Tal como se explica en la introducción a este laboratorio, a la hora de medir espectros de emisión de fuentes radiactivas, debemos conocer bien las características del detector empleado. Esto es debido a que el espectro observado no será independiente de las características del detector que utilicemos.

Descripción del detector

Los electrones y positrones serán detectados mediante un contador Geiger-Müller. Se trata de un dispositivo que permite detectar radiaciones ionizantes. Los iones producidos por dichas radiaciones al atravesar el volumen activo del detector son acelerados por un campo eléctrico, produciendo un pulso de corriente que señala el paso de radiación.



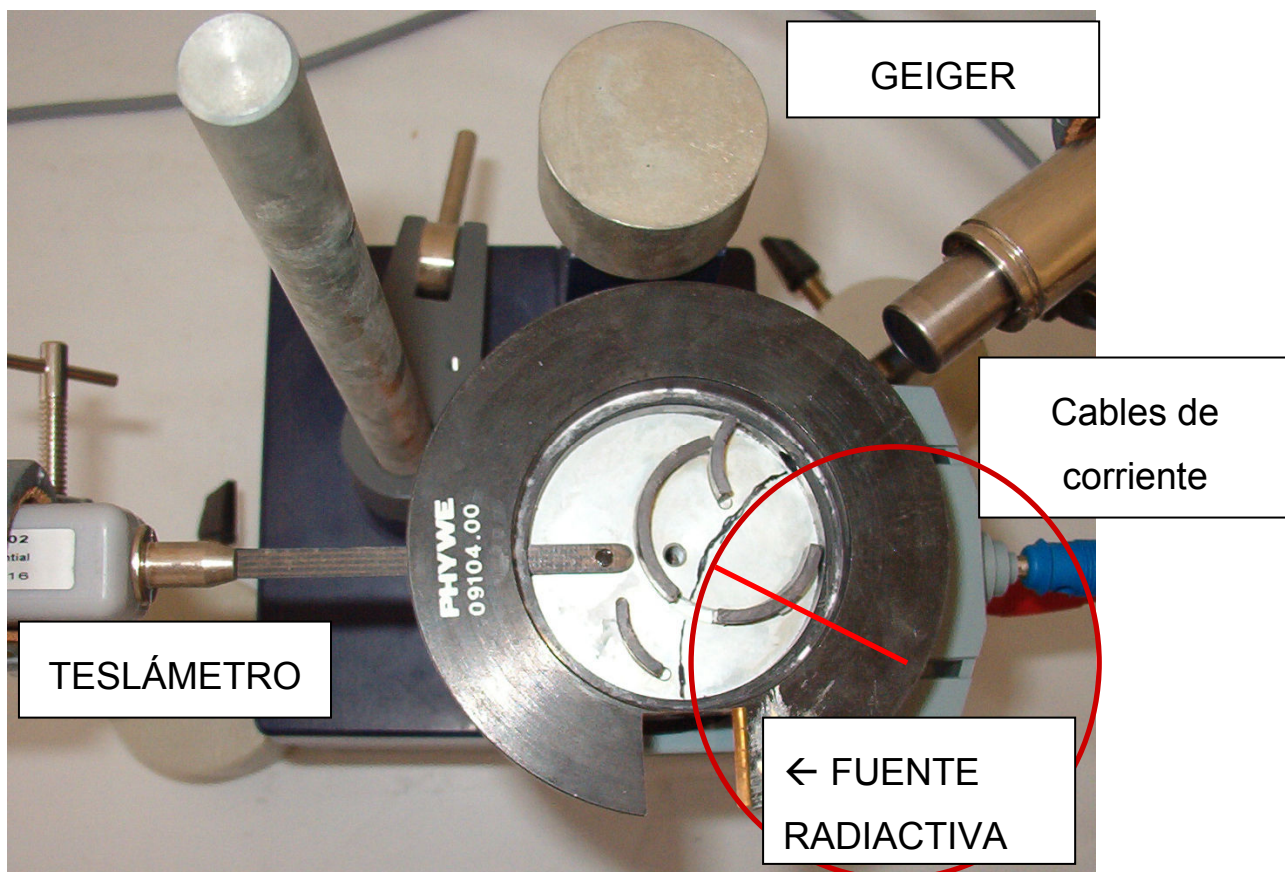
Espectroscopio β

La energía de electrones emitidos por el ^{137}Cs o el ^{204}Tl , se determina mediante un espectroscopio. Dicho dispositivo consiste en un diafragma que selecciona a las partículas que han sufrido una desviación de un determinado radio (en este caso 5 cm). Dicha deflexión se produce por la acción sobre las partículas cargadas de un campo magnético perpendicular a la trayectoria. La magnitud y sentido del campo magnético pueden fijarse, lo que determina la energía del electrón o positrón a la salida del espectrómetro, donde son detectados con un contador Geiger-Müller. El valor del campo magnético se mide con un teslámetro. La relación que se obtiene entre B , r (radio de curvatura de la trayectoria) y p (momento de la partícula (mv en mecánica clásica y $\gamma m^* v$, $\gamma = 1/\sqrt{1-(v/c)^2}$, en mecánica relativista)) suponiendo las líneas de B

perpendiculares al plano de las trayectorias de las partículas es la siguiente: $r = \frac{p}{qB}$,

siendo la misma tanto en el caso no relativista como en el relativista ($r=5\text{cm}$ en nuestro montaje y la aceptación es $\Delta r=0.5\text{cm}$).

NOTA: **Sobre las unidades:** $q=1e$; $[B]=\text{Tesla}=\text{Voltios}\cdot\text{s}/\text{m}^2 \rightarrow [q\cdot B] = \text{eV}\cdot\text{s}/\text{m}^2$
 p generalmente se expresa en $\text{keV}/c \rightarrow 10^3\text{eV}/3\cdot 10^8\text{m/s}$



Fotografía del montaje experimental (abierto). A la izquierda se puede observar el Teslámetro que nos indicará el campo magnético en el interior del montaje. A la derecha se puede ver el tubo del contador Geiger. La fuente se situará en el hueco de la parte inferior. La trayectoria circular está mostrada en rojo, siendo su radio $r=5\pm 0.5\text{cm}$ (existe cierto rango de radios para la trayectoria –apertura).

Procedimiento experimental:

1. **Medida del fondo:** Una vez encendidos todos los aparatos, y sin fuente radioactiva, se miden el número de cuentas en el detector durante 10 minutos. Anotar el número de cuentas por minuto y el total (se utilizará posteriormente). El número de cuentas por minuto debe ser alrededor de 25. Si este número fuera significativamente mayor, es posible que haya contaminación en el espectrómetro y se debe consultar con el profesor.
2. Se inserta a continuación la fuente de ^{137}Cs o ^{204}Tl en la ranura correspondiente del espectrómetro.
3. Se realiza una medición del espectro, anotando el número de cuentas en 60 segundos para unos 10 valores del campo magnético de entre 0 y 130 mT, aproximadamente. Primero con la corriente eléctrica en un sentido, y después en el contrario (cambia el signo del campo magnético). **NOTA:** Para variar el campo magnético, hay que ir variando gradualmente la intensidad de corriente que circula por las espiras mediante los dos mandos de la fuente de alimentación. Para variar el sentido del campo, una vez apagada la corriente aplicada a la bobina, intercambiamos la conexión de los cables (cambiando por tanto, la polaridad). En este caso, el espectro observado será prácticamente plano (es fondo + algunas partículas de la fuente que atraviesan las barreras de plomo del montaje y llegan al Geiger).
4. Dado que el contador registra además de los electrones, la radiación gamma emitida por el ^{137}Cs , el número **neto** de electrones que atraviesan el espectrómetro para un valor de la intensidad dada se obtiene como **diferencia** entre el número de cuentas con la corriente eléctrica en un sentido y en el sentido contrario.
5. Añadir 4 ó 5 medidas alrededor del máximo.
6. Añadir 4 ó 5 medidas más hacia el final del espectro (entre 100 y 130 mT).

Nota Importante:

Durante los periodos de acumulación de cuentas es importante no tocar ni mover la mesa ni ninguno de los aparatos, con el fin de introducir error en las medidas.

Incertidumbres en el Espectro β

Debido a las características de nuestro detector existen 2 fuentes de incertidumbre, que afectan de distinto modo al espectro:

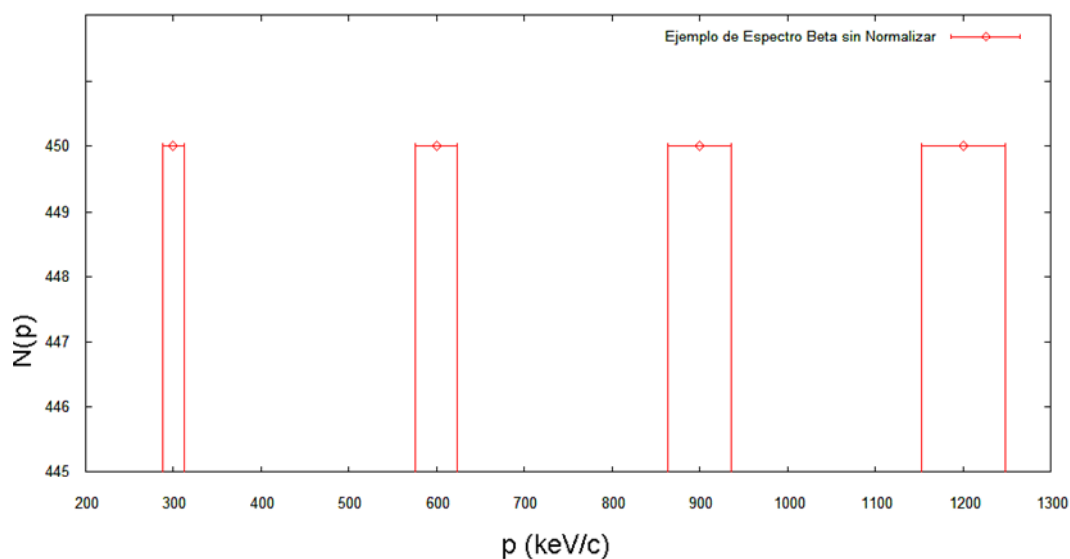
(a) Por un lado no se conoce exactamente el valor que toma B (existe un ΔB), lo cual implica que la medida correspondiente a un valor $p = rqB$ tiene una incertidumbre asociada $\Delta p = rq\Delta B$ (contribuirá a la barra de error horizontal al representar $N(p)$ vs p).

(b) Por otro lado, el espectrómetro tiene una **resolución geométrica finita**, es decir, debido a que tiene una pequeña apertura con un cierto tamaño no despreciable, existe un rango de radios ($r, r + \Delta r$) permitidos para los electrones que atraviesan el espectrómetro. Este efecto es mucho más importante sobre el espectro medido que el de (a).

Para un valor fijo de B, al tener un rango de radios posibles, serán detectadas todas las partículas que tengan su momento dentro del intervalo $(p, p + \Delta p)$, siendo $\Delta p = qB\Delta r$. Es decir, en cada medida, no estamos midiendo electrones con un p fijo, sino con un momento p dentro de un cierto intervalo. Por tanto, a la hora de representar $N(p)$ frente a p , deberemos hacer un histograma (diagrama de barras) más que una representación de puntos.

Supongamos que $\Delta r = 2$ mm, y que hemos obtenido los siguientes resultados:

B (mT)	p correspondiente (KeV/c)	Δp correspondiente (KeV/c)	Número de cuentas N(p) en 5 minutos
20	300	12	450
40	600	24	450
60	900	36	450
80	1200	48	450



Tal como se ve en la gráfica, cada medida de $N(p)$ no es un punto, sino que es el promedio del espectro en un cierto entorno de p .

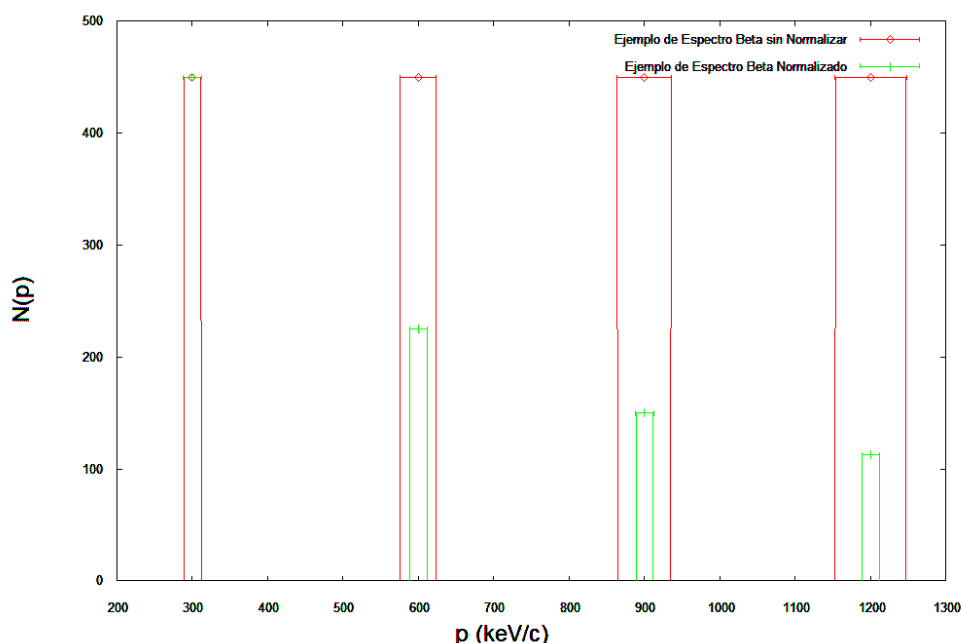
Normalización del espectro β :

En la tabla y gráfica anteriores se puede apreciar que al variar el valor de B, el valor de Δp cambia (q y Δr son fijos), de modo que estamos detectando partículas cuyos momentos pertenecen a intervalos de momento p de distinto ancho. Esto provoca un histograma distorsionado del espectro $N(p)$, distinto al que observaríamos si fuesen iguales.

Para corregir este efecto, debemos normalizar las medidas, teniendo en cuenta en cada una el ancho de la barra Δp . Así lograremos tener $N(p)$ como el número de partículas detectadas para un mismo intervalo Δp en todo el espectro.

Veamos con nuestro ejemplo la diferencia que hay entre el “espectro” antes de tener en cuenta todo esto y el espectro que se obtiene al tenerlo en cuenta. Queremos saber cuántas cuentas habríamos detectado en esta última medida ($B = 80$ mT) de haber correspondido a un intervalo del mismo tamaño que la primera (que tomaremos como intervalo Δp de referencia). La respuesta se obtiene multiplicando la medida $N(p_{80\text{mT}})$ por el factor $\Delta p_{20\text{ mT}} / \Delta p_{80\text{ mT}} = (20\text{ mT})/(80\text{ mT}) = 1/4$. Por tanto, la tabla anterior normalizada reflejaría los siguientes valores:

B (mT)	p (KeV/c)	Δp (KeV/c)	Número de cuentas N(p) en 5 minutos	Número de cuentas normalizado a un valor fijo de $\Delta p = 12$ KeV
20	300	12	450	450
40	600	24	450	225
60	900	36	450	150
80	1200	48	450	112.5



En resumen, es necesario tener en cuenta el efecto que tiene sobre el espectro la existencia de un Δr para poder obtener la forma del perfil $N(p)$ de emisión. **NOTA: Lo que nos importa es la forma del perfil $N(p)$, y no tanto su valor.** Por tanto da igual el valor concreto de Δp al que normalicemos, mientras normalicemos a un valor Δp fijo todas las medidas.

Incertidumbre en el número de cuentas:

Hasta ahora hemos visto en la representación $N(p)$ frente a p , las fuentes de incertidumbre en p . Sin embargo, debido a que la desintegración beta de una fuente, es un proceso aleatorio (no determinista), la medida de un determinado número de cuentas a lo largo de un cierto período de tiempo, tiene asociado un cierto error estadístico.

El número de desintegraciones nucleares por unidad de tiempo de una fuente de radiación sigue en general una distribución de Poisson. Esto es debido a que la desintegración en un período de tiempo de un núcleo en concreto es un suceso poco probable, pero a su vez, existe un gran número de núcleos candidatos a desintegrarse en una muestra.

El error estadístico según la distribución de Poisson para una medida $N(p)$ es igual a la raíz cuadrada de $N(p)$. Por tanto, esa será nuestra barra de error vertical.

ESPECTRO DE ENERGÍA:

Hemos realizado medidas de $N(p)$, el espectro de momentos, pero si lo que queremos es hallar el perfil $N(T)$, es decir, el espectro de energía, tenemos que ver la relación entre T y p y cómo varía el rango dT en nuestro detector, según variamos B :

$$T(p) = E - mc^2 = \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2} - mc^2 \rightarrow \frac{\Delta T}{\Delta p} = \frac{c^2 p}{E} \rightarrow \Delta T = \frac{c^2 p}{E} \Delta p ;$$

$$\begin{cases} p = qBr \\ \Delta p = qB\Delta r \end{cases} \rightarrow \Delta T = \frac{c^2 (qB)^2}{E} r \Delta r = (qc)^2 r \Delta r \frac{B^2}{E} ;$$

$$E = \sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2} = \sqrt{(qBrc)^2 + (mc^2)^2} = E(B) \rightarrow \Delta T(B) = (qc)^2 r \Delta r \frac{B^2}{\sqrt{(qBrc)^2 + (mc^2)^2}}$$

$$B(E) = \frac{1}{qrc} \sqrt{E^2 - (mc^2)^2} \rightarrow \Delta T(E) = \frac{\Delta r}{r} \frac{E^2 - (mc^2)^2}{E} \rightarrow \rightarrow \Delta T(T) = \frac{\Delta r}{r} \frac{T^2 + 2Tmc^2}{T + mc^2}$$

Resumiendo, tras tomar los datos para los distintos valores de p (de T), primero hay que dividir por el mencionado factor las medidas para obtener el perfil $N(p)$ ($N(T)$), correspondiente a un valor fijo de dp (dT), y luego hay que asignar a las medidas unas barras de error horizontales debido a la incertidumbre en B y una incertidumbre en N debido a la estadística de Poisson.

En el Apéndice I se muestra la relación entre intensidad de corriente del electroimán, campo magnético (con su incertidumbre ΔB) y energía cinética de la partícula (con su incertidumbre ΔT debida a la existencia de ΔB).

El procedimiento de normalización del espectro $N(T)$ es similar al empleado con $N(P)$. En este caso se tendrá que tomar un cierto ΔT de referencia.

Tareas relacionadas con el espectro β

[1] - Hacer una tabla con todos los datos experimentales y sus incertidumbres. Posteriormente representar $N(p)$ y $N(T)$

- Mostrar p , Δp debido a Δr (usado para normalizar), Δp total (barra de error horizontal), $N(p)$ (obtenido tras normalizar) y $\Delta N(p)$ (error estadístico).
- Mostrar el cociente $N(p)/F(Z,p)$. $F(Z,p)$ es el factor de corrección coulombiana de Fermi (Apéndice al final de la práctica) y tiene en cuenta los efectos de interacción del electrón emitido cargado negativamente con el núcleo emisor. Interpolarse entre los valores de la tabla si es necesario.
- Mostrar T , ΔT , $N(T)$ (obtenido tras normalizar) y $\Delta N(T)$. Añadir nuevamente dos columnas a esta tabla con $N(T)$ corregido por el factor de corrección coulombiana de Fermi (Apéndice II). Representar $N(T)$ respecto a T , con barras de error horizontales y verticales.
- Representar $N(p)/F(Z,p)$ respecto a T , con barras de error horizontales y verticales.

[2] - Representar el espectro normalizado $N(p)$ frente a p y $N(T)$ frente a T para el caso del ^{137}Cs . Determinar el valor de la energía correspondiente al máximo del espectro (T correspondiente al máximo valor de $N(T)$) para cada núcleo.

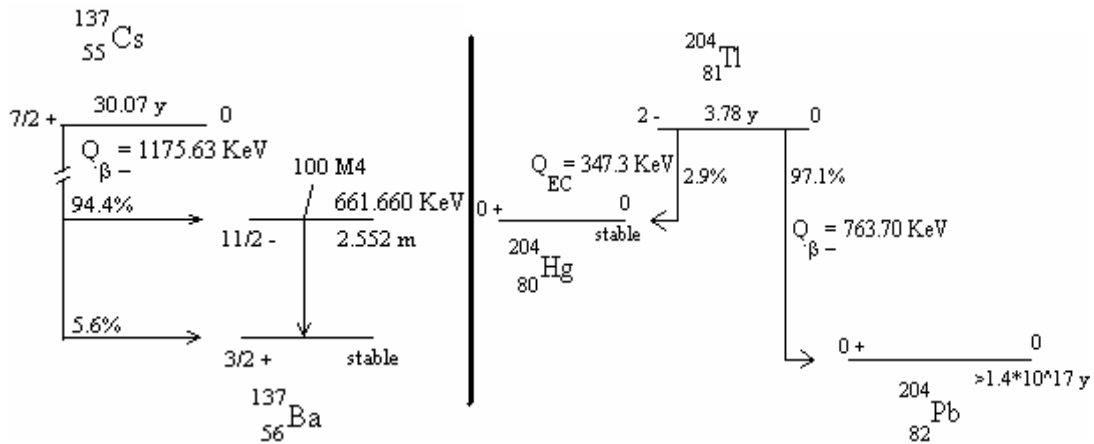
[3] - Representar para el caso del ^{204}Tl , el diagrama de Fermi-Kurie, que viene

dado por: $(Q - T) \propto \sqrt{\frac{N(p)}{p^2 F(Z, p)}}$, (se supone que es una transición permitida), es

decir, representar $[N(p)/p^2 F(Z, p)]^{1/2}$ frente a T . Realizar un ajuste lineal de los datos obtenidos. El punto de corte de la recta con el eje x de energías, nos dará $T=Q$, es decir el valor experimental de Q . Comparar con el teórico. Incluir las barras de error x e y de los datos experimentales en el diagrama.

[4] - El ^{204}Tl es un emisor beta puro, es decir, sólo emite radiación beta, mientras que el ^{137}Cs emite radiación beta y gamma. Discutir si en los resultados experimentales se aprecia este hecho de alguna manera (por ejemplo en el fondo medido con fuente).

En la tabla de isótopos (ref [4]), se obtiene el esquema de niveles para la desintegración del ^{137}Cs y ^{204}Tl :



Referencias

- [1] K.S. Krane, *Introductory Nuclear Physics*, John Wiley (1988). Páginas 277 a la 283.
- [2] Glenn F. Knoll, *Radiation detection and measurement*, John Wiley (1989).
- [3] W. R. Leo, *Techniques for Nuclei and Particle Phys.* Springer-Verlag (1994).
- [4] E. Lehderer y C. Shirley, *Table of Isotopes*, Firestone.

Enlaces: <http://nuclear.fis.ucm.es/Links>

- Buscar una desintegración radiactiva :

<http://nucleardata.nuclear.lu.se/nucleardata/toi/nucSearch.asp>

También se pueden visitar las página más general:

<http://nucleardata.nuclear.lu.set>

<http://nucleardata.nuclear.lu.se>

Apéndice I: Relación entre I, B y T

Nota: en la siguiente tabla dT corresponde sólo a la contribución de dB , esto es, no se ha tenido en cuenta la aceptación en el radio del espectroscopio. Se puede tomar un valor de +/- 0.5 cm para dicha aceptación.

I(A)	B(mT)	dB(mT)	T (keV)	dT(keV)	r(cm)
0	4.2	0.9	3.9	1.6	5
0.05	7.7	0.9	12.7	3.1	5
0.1	11.1	1	26.4	4.5	5
0.15	14.6	1	44.7	6	5
0.2	18	1.1	67	7.3	5
0.25	21.5	1.1	93	8.7	5
0.3	25	1.1	122.1	9.9	5
0.35	28.4	1.2	154	11.1	5
0.4	31.9	1.2	188.3	12.3	5
0.45	35.4	1.2	224.6	13.3	5
0.5	38.8	1.3	262.7	14.3	5
0.55	42.3	1.3	302.3	15.3	5
0.6	45.7	1.4	343.2	16.2	5
0.65	49.2	1.4	385.2	17.1	5
0.7	52.7	1.4	428.2	17.9	5
0.75	56.1	1.5	472.1	18.7	5
0.8	59.6	1.5	516.6	19.5	5
0.85	63	1.5	561.9	20.2	5
0.9	66.5	1.6	607.7	21	5
0.95	70	1.6	654	21.7	5
1	73.4	1.7	700.7	22.4	5
1.05	76.9	1.7	747.8	23.1	5
1.1	80.3	1.7	795.3	23.7	5
1.15	83.8	1.8	843.1	24.4	5
1.2	87.3	1.8	891.2	25.1	5
1.25	90.7	1.8	939.5	25.7	5
1.3	94.2	1.9	988.1	26.4	5
1.35	97.7	1.9	1036.8	27	5
1.4	101.1	2	1085.8	27.6	5
1.45	104.6	2	1134.9	28.3	5
1.5	108	2	1184.2	28.9	5
1.55	111.5	2.1	1233.6	29.5	5
1.6	115	2.1	1283.2	30.1	5
1.65	118.4	2.1	1332.8	30.7	5
1.7	121.9	2.2	1382.6	31.3	5
1.75	125.3	2.2	1432.5	31.9	5
1.8	128.8	2.3	1482.5	32.5	5
1.85	132.3	2.3	1532.6	33.1	5
1.9	135.7	2.3	1582.7	33.7	5
1.95	139.2	2.4	1633	34.3	5
2	142.7	2.4	1683.3	34.9	5

Apéndice II: Factor de corrección coulombiana $F(Z,p)$ de Fermi → Sección de links de la web

