

Mass Effects of the active and sterile neutrino on nuclear beta  
spectra

Efectos de la masa de neutrinos activos y estériles en espectros  
beta nucleares

Trabajo de Máster en Física Nuclear realizado por:

Juan Manuel Boillos Betete

[juanmanuelboillos@gmail.com]

Bajo la supervisión de:

Elvira Moya de Guerra

[emoyaval@fis.ucm.es]

Óscar Moreno Díaz

[osmoreno@fis.ucm.es]



KEYWORDS: active and sterile neutrino, beta decay, dark matter, MARE & KATRIN experiments, mass mixing, seesaw mechanism,

PALABRAS CLAVE: neutrinos activos y estériles, masa de neutrinos, desintegración beta nuclear, experimentos MARE y KATRIN, materia oscura templada

# Índice

<b>I</b>	<b>Fundamento teórico</b>	<b>1</b>
<b>1.</b>	<b>Desintegración beta nuclear y espectro de leptones emitidos.</b>	<b>1</b>
1.1.	Desintegración $\beta^-$ . . . . .	4
1.2.	Captura electrónica (E.C.) . . . . .	5
1.3.	Captura de neutrino (N.C.) . . . . .	6
1.4.	Reglas de selección y tipos de transiciones beta. . . . .	7
1.5.	Interacción coulombiana entre leptón cargado y núcleo residual. . . . .	9
<b>2.</b>	<b>Física de neutrinos.</b>	<b>10</b>
2.1.	Relación entre autoestados de masa y autoestados de sabor de neutrinos. . . . .	11
2.1.1.	Términos de masa. . . . .	12
2.1.2.	Mecanismos seesaw. Mezcla de neutrinos ligeros y pesados. . . . .	13
2.1.3.	Ruptura de la simetría $L_e - L_\mu - L_\tau$ . . . . .	14
2.2.	Oscilaciones. . . . .	15
2.3.	Naturaleza de los neutrinos y su posible contribución a la materia oscura. . . . .	17
<b>3.</b>	<b>Experimentos con neutrinos.</b>	<b>20</b>
3.1.	Experimento MARE . . . . .	20
3.2.	Experimento KATRIN . . . . .	21
<b>4.</b>	<b>Núcleos de estudio</b>	<b>24</b>
4.1.	Desintegraciones $\beta^-$ . . . . .	24
4.1.1.	Renio. . . . .	24
4.1.2.	Paladio. . . . .	25
4.1.3.	Tritio. . . . .	26
4.2.	Captura electrónica . . . . .	27
4.2.1.	Holmio . . . . .	27
4.2.2.	Terbio . . . . .	27
4.2.3.	Mercurio y Plomo . . . . .	27
<b>II</b>	<b>Resultados</b>	<b>28</b>
<b>5.</b>	<b>Efecto de las masas de los neutrinos ligeros en los espectros beta.</b>	<b>28</b>
<b>6.</b>	<b>Efectos de neutrinos estériles (WDM) en espectros beta</b>	<b>32</b>
<b>7.</b>	<b>Efectos de la masa de neutrinos en capturas electrónicas</b>	<b>41</b>
<b>8.</b>	<b>Efectos de la masa de neutrinos en captura de neutrinos</b>	<b>50</b>
<b>9.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>53</b>
<b>III</b>	<b>Apéndice</b>	<b>55</b>

## Resumen

En este trabajo se analizan detalladamente los espectros de partículas emitidas en desintegraciones nucleares que involucran leptones, con el objetivo de identificar el efecto de la masa de los neutrinos en estos espectros. Se estudian los habituales neutrinos activos, con masas del orden del eV, y también neutrinos estériles con masas de unos pocos keV, que son candidatos a materia oscura templada y se producen o capturan, hipotéticamente, en forma de pequeñas mezclas con los neutrinos activos. En primer lugar se obtiene el espectro del electrón emitido en desintegraciones beta menos de  $^{187}\text{Re}$ ,  $^{107}\text{Pd}$  y  $^3\text{H}$ , que se están midiendo actualmente en los experimentos MARE y KATRIN. A estos espectros se les añade la contribución de captura de neutrinos tanto ligeros como pesados, provenientes del fondo cósmico primordial y/o de la materia oscura presente en el Universo. En segundo lugar se obtiene el espectro de rayos X de desexcitación atómica proveniente de capturas electrónicas corticales en los átomos de  $^{163}\text{Ho}$  de  $^{157}\text{Tb}$  de  $^{194}\text{Hg}$  de  $^{202}\text{Pb}$ . En todas las desintegraciones y capturas anteriores se introducen diversas masas de neutrinos ligeros y estériles, por separado y también como mezcla de autoestados de masa, para calcular ritmos de desintegración diferenciales (espectros), gráficos de Kurie y gráficos de cocientes entre contribuciones ligeras y pesadas a las mezclas de neutrinos.

In this work we analyze in detail the spectra of emitted particles in nuclear decays involving leptons, with the aim of identifying the effect of neutrino masses on these spectra. Usual active neutrinos are studied here, with masses of the order of eV, as well as sterile neutrinos with masses of a few keV, which are candidates to warm dark matter and are hypothetically produced or captured as small mixtures with the active neutrinos. Firstly, we obtain the electron spectrum in beta minus decays of  $^{187}\text{Re}$ ,  $^{107}\text{Pd}$  and  $^3\text{H}$ , which are currently being measured in the MARE and KATRIN experiments. To these spectra we add the contribution of neutrino capture, both light and heavy, from the relic cosmic neutrino background and/or from the dark matter content of the Universe. Secondly, we obtain the atomic de-excitation X-ray spectrum coming from shell-electron captures in the atoms  $^{163}\text{Ho}$ ,  $^{157}\text{Tb}$ ,  $^{194}\text{Hg}$  and  $^{202}\text{Pb}$ . In the above mentioned decays and captures we use different masses for light and sterile neutrinos, separately and also as mass eigenstates mixings, to compute differential decay rates (spectra), Kurie plots and plots of ratios between light and heavy contributions to the neutrino mixings.

## Índice de figuras

1.1.	Espectro electrónico para núcleos de Radio. . . . .	1
1.2.	Efecto de la corrección coulombiana (función de Fermi) en los espectros $\beta^\pm$ . . . . .	9
2.1.	Ruptura de la simetría $L_e - L_\mu - L_\tau$ y mecanismo de Froggat-Nielsen. . . . .	15
2.2.	Probabilidades de supervivencia (en rojo) y de oscilación (azul) en función de la distancia. . . . .	17
2.3.	Contenido en materia y energía del universo actual y hace 13.7 miles de millones de años . . . . .	17
3.1.	Esquema básico del detector MARE. . . . .	20
3.2.	Esquema del espectrómetro utilizado en el experimento KATRIN. . . . .	22
3.3.	Vista general del experimento KATRIN. . . . .	22
4.1.	Transición $\beta^-$ de núcleos de Renio 187 . . . . .	24
4.2.	Transición $\beta^-$ de núcleos de Paladio 107. . . . .	25
4.3.	Transición $\beta^-$ de núcleos de Tritio. . . . .	26
5.1.	Ritmo diferencial. de desintegración para núcleos de Renio 187 con distintos valores de masa de neutrino ligero. . . . .	29
5.2.	Kurie-plot para núcleos de Renio 187 con distintos valores de masa de neutrino ligero. . . . .	29
5.3.	Ritmo diferencial. de desintegración para núcleos de Paladio 107 con distintos valores de masa de neutrino ligero. . . . .	30
5.4.	Kurie-plot para núcleos de Paladio 107 con distintos valores de masa de neutrino ligero. . . . .	30
5.5.	Ritmo diferencial. de desintegración para núcleos de Tritio con distintos valores de masa de neutrino ligero. . . . .	31
5.6.	Kurie-plot para núcleos de Tritio con distintos valores de masa de neutrino ligero. . . . .	31
6.1.	Ritmo diferencial. de desintegración para núcleos de Renio 187 con distintos valores de masa de neutrino estéril WDM. . . . .	32
6.2.	Kurie-plot para núcleos de Renio 187 con distintos valores de masa de neutrino estéril WDM. . . . .	33
6.3.	Ritmo diferencial. de desintegración para núcleos de Renio 187, mezcla de neutrino ligero con neutrino estéril WDM. . . . .	33
6.4.	Cociente de contribuciones a la mezcla, $\mathcal{R}$ , para núcleos de Renio 187 con distintos ángulos de mezcla. . . . .	34
6.5.	Cociente de contribuciones a la mezcla, $\mathcal{R}$ , para núcleos de Renio 187 con distintas masas de neutrino estéril WDM. . . . .	34
6.6.	Ritmo diferencial. de desintegración para núcleos de Paladio 107 con distintas masas de neutrino estéril WDM. . . . .	35
6.7.	Kurie-plot para núcleos de Paladio 107 con distintas masas de neutrino estéril WDM. . . . .	35
6.8.	Ritmo diferencial. de desintegración para núcleos de Paladio 107, mezcla de neutrino ligero con neutrino estéril WDM. . . . .	36
6.9.	Ritmo diferencial. de desintegración para núcleos de Paladio 107, ondas s y p. . . . .	37
6.10.	Cociente de contribuciones a la mezcla, $\mathcal{R}$ , para núcleos de Paladio 107 con distintos ángulos. . . . .	37
6.11.	Cociente de contribuciones a la mezcla, $\mathcal{R}$ , para núcleos de Paladio 107 con distintas masas de neutrino estéril WDM. . . . .	38
6.12.	Ritmo diferencial. de desintegración para núcleos de Tritio con distintas masas de neutrino estéril WDM. . . . .	38
6.13.	Kurie-plot para núcleos de Tritio con distintas masas de neutrino estéril WDM. . . . .	39
6.14.	Ritmo diferencial. de desintegración para núcleos de Tritio, mezcla de neutrino ligero con neutrino estéril WDM. . . . .	39

6.15. Cociente de contribuciones a la mezcla, $\mathcal{R}$ , para núcleos de Tritio con distintos ángulos de mezcla. . . . .	40
6.16. Cociente de contribuciones a la mezcla, $\mathcal{R}$ , para núcleos de Tritio con distintas masas de neutrino estéril WDM. . . . .	40
7.1. Ritmo diferencial. de captura electrónica, espectro de desexcitación y espacio de fases del neutrino para núcleos de Holmio 163. . . . .	41
7.2. Ritmo diferencial. de captura electrónica par núcleos de Holmio 163 con distintas masas de neutrino ligero. . . . .	42
7.3. Ritmo diferencial. de captura electrónica para núcleos de Holmio 163 con distintas masas de neutrino estéril WDM. . . . .	43
7.4. Ritmo diferencial. de captura electrónica para núcleos de Holmio 163 con mezcla de neutrino ligero con neutrino estéril WDM. . . . .	43
7.5. Cociente de contribuciones a la mezcla, $\mathcal{R}$ , para núcleos de Holmio 163 con distintos ángulos de mezcla. . . . .	44
7.6. Cociente de contribuciones a la mezcla, $\mathcal{R}$ , para núcleos de Holmio 163 con distintas masas de neutrino estéril WDM. . . . .	44
7.7. Ritmo diferencial. de captura electrónica para núcleos de Terbio 157 con distintas masas de neutrino estéril WDM. . . . .	45
7.8. Ritmo diferencial. de captura electrónica para núcleos de Terbio 157 con distintas masas de neutrino estéril WDM (zoom). . . . .	46
7.9. Ritmo diferencial. de captura electrónica para núcleos de Terbio 157 con distintas masas de neutrino ligero. . . . .	46
7.10. Ritmo diferencial. de captura electrónica para núcleos de Mercurio 194 con distintas masas de neutrino estéril WDM. . . . .	47
7.11. Ritmo diferencial. de captura electrónica para núcleos de Mercurio 194 con distintas masas de neutrino estéril WDM. . . . .	47
7.12. Ritmo diferencial. de captura electrónica para núcleos de Mercurio 194 con distintos valores de $Q_{E.C.}$ . . . . .	48
7.13. Ritmo diferencial. de captura electrónica para núcleos de Plomo 202 con distintas masas de neutrino estéril WDM. . . . .	48
7.14. Ritmos diferencial. de capturas electrónicas para núcleos de Mercurio 194 y Plomo 202 con distintas masas de neutrino ligero. . . . .	49
8.1. Captura de neutrino ligero y estéril WDM para Renio 187. . . . .	50
8.2. Captura de neutrino ligero y estéril WDM para Paladio 107. . . . .	51
8.3. Captura de neutrino ligero para Paladio 107. . . . .	51
8.4. Captura de neutrino ligero y estéril WDM para Tritio 187. . . . .	52

## Parte I

# Fundamento teórico

El descubrimiento de la radiactividad a finales del siglo XIX inició numerosas investigaciones en la estructura atómica y nuclear. Pronto, se distinguieron tres tipos de radiación, que dependiendo de su poder de penetración se clasificaron como : alpha, beta y rayos gamma.

El presente trabajo se centra en las desintegraciones beta (desintegraciones beta menos captura de electrones y captura de neutrinos), donde un núcleo atómico (padre) se convierte en otro diferente (hijo) emitiendo o absorbiendo leptones.

## 1. Emisión de leptones por núcleos. Desintegraciones y capturas

Una de las primeras teorías propuestas para describir las desintegraciones beta fue la transformación de un neutrón nuclear en un protón y un electrón. El espectro de energías de los electrones emitidos sería monoenergético, como ocurre en los sistemas que producen dos partículas, por ejemplo desintegraciones  $\alpha$ .

Experimentos de 1911 realizados por Lise Meitner y Otto Hahn, y por James Chadwick en 1914 [Cha14] mostraron que el espectro beta es continuo y no discreto, contradiciendo el espectro teórico.

Durante varios años se estudiaron posibles explicaciones, como modificaciones en las energías de las partículas  $\beta$  resultantes de la reacción .

A finales de 1920, C.D.Ellis y W.A.Wooster [Ell27] obtuvieron un espectro beta utilizando núcleos de Radio (ver figura 1.1). Posteriormente, medidas realizadas por L . Meitner y W. Orthmann [Mei30] confirmaron los experimentos de 1911.

Wolfgang Pauli [Pau30] en 1930, postuló una nueva partícula sin carga eléctrica, con espín  $1/2$ , y con una masa del mismo orden que la del electrón y no mayor que 0.01 veces la masa del protón.

Años más tarde, en 1934, Enrico Fermi desarrolló una descripción teórica para la desintegración  $\beta$ . En ella, y por analogía con el neutrón (descubierto en 1932 por Chadwick), llamó "neutrino" a la partícula postulada por Pauli. El fundamento físico que sustenta la incorporación de esta nueva partícula a la reacción es el paso de un sistema de dos a uno de tres cuerpos.

En un sistema de dos cuerpos, debido a la conservación de energía y de momento, el espectro de la partícula  $\beta$  resultante sería monoenergético y la forma del espectro sería un gran pico a una cierta energía (tipo delta).

Pero, en un sistema de tres partículas, la energía de la reacción se distribuye entre las dos restantes, el electrón y el neutrino (hemos elegido un cierto sistema de referencia donde el núcleo esté inmóvil despreciando su retroceso<sup>1</sup>).

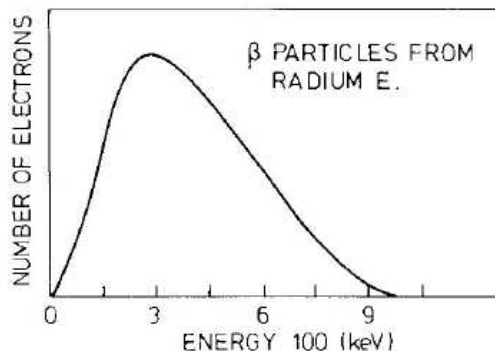


Figura 1.1: Espectro continuo para el  $Ra$  , medido con un detector de ionización usando campos magnéticos para la separación del momento de los electrones ([Ell27]).

<sup>1</sup>El núcleo residual (o en el caso más simple, un protón) es muy masivo frente al electrón lo que nos lleva a escoger un sistema de referencia donde el núcleo estuviera inmóvil, toda la energía extra de la reacción se la llevan las partículas

Con la incorporación de neutrinos o antineutrinos en las desintegraciones  $\beta$  y capturas electrónicas, el espectro teórico coincide con los resultados experimentales.

Se tuvo que esperar más de veinticinco años para la detección de los neutrinos. Fred Reines y Clyde Cowan Jr. [2] en 1955 observaron la desintegración de un protón en un neutrón y un positrón al absorber antineutrinos. Actualmente, conocemos esta transformación como una captura de antineutrinos:



Podemos tener una reacción muy parecida a la anterior, donde un protón dentro del núcleo se desintegra en un neutrón, positrón y neutrino electrónico, denominada desintegración  $\beta^+$ :



Si en la reacción  $\beta^+$  el protón nuclear absorbe un electrón, se obtiene un neutrón y un neutrino. A esta reacción se llama captura electrónica (E.C., siglas en inglés):



Puede ocurrir un proceso donde un neutrón se desintegre en un protón, un electrón y un antineutrino. Esta desintegración se la conoce como  $\beta^-$ :



Además de estas desintegraciones y capturas de leptones ( $e^-$  ó  $\bar{\nu}_e$ ), pueden ocurrir desintegraciones dobles, que implican el aumento o disminución en dos unidades del número atómico y la emisión de dos antineutrinos (neutrinos) y dos electrones (positrones). En estas reacciones la interacción débil es de segundo orden en teoría de perturbaciones, lo que da lugar a vidas medias muy largas (del orden de  $10^{20}$  años o mayores); por tanto, son procesos menos probables que los simples. Para una visualización de una desintegración doble, se recurre a núcleos y sistemas donde las desintegraciones simples sean muy poco probables o energéticamente imposibles.

Las reacciones nucleares se organizan según la naturaleza leptónica, hadrónica o ambas de las partículas que intervienen en ellas. En las desintegraciones y capturas  $\beta$  simples y dobles tenemos leptones y hadrones como productos de la reacción, y se denominan reacciones *semi-leptónicas*. En estos casos hay un cambio en el sabor de los quarks <sup>II</sup> debido a la interacción débil.

A partir de la regla de Oro de Fermi expresamos el ritmo de desintegración o (probabilidad de transición por unidad de tiempo) en función del cuadrado del elemento de matriz del operador de transición,  $|V_{fi}|^2$  y de la densidad de estados finales,  $\rho(E_f)$ , tal y como se muestra:

$$\Gamma \equiv \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho(E_f) \quad (1.5)$$

Derivando la expresión anterior respecto a la energía de estados finales,  $E_f$ , obtenemos la tasa diferencial de desintegración:

$$\frac{d\Gamma}{dE_f} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \frac{d\rho(E_f)}{dE_f} \quad (1.6)$$

---

leptones.

<sup>II</sup>El contenido en quarks del protón es  $\{u, u, d\}$  y del neutrón es  $\{u, d, d\}$ . Los bosones gauge  $W^\pm$  cambian el sabor de  $u \rightleftharpoons d$ .

Analicemos cada término de la tasa diferencial de desintegración por separado, la densidad de estados finales y el elemento de matriz de la transición. Además por simplificar notación, se utilizará durante todo el trabajo en unidades naturales,  $\hbar = c = 1$ .

1. Densidad de estados finales.

La densidad de estados finales,  $\rho(E_f)$ , se define como el número de estados en cada intervalo de energía final  $E_f$ . Si hubiera un único estado final con energía  $E_f$ , la probabilidad de transición sería mucho más pequeña que en el caso de varios estados dentro de un estrecho intervalo con energía media  $E_f$ . Por tanto, para obtener  $\rho(E_f)$  necesitamos saber el número de estados finales accesibles.

Consideramos una partícula libre en una caja cúbica de lado  $L$  ( $V = L^3$ ). La ecuación de Schrödinger para la partícula es:  $-\frac{1}{2m}\nabla^2\Psi = E\Psi$ , cuyas soluciones han de cumplir las condiciones de contorno, esto es, deben anularse en  $x = y = z = 0$  y  $x = y = z = L$ . La solución es:  $\Psi(x, y, z) = \sin(p_x x)\sin(p_y y)\sin(p_z z)$ , donde  $p_k = n_k\pi/L$  con  $n_k \in \mathbb{N}$  y  $k = x, y, z$ . El número de estados con módulo del momento menor que un cierto valor  $p_0$ , sabiendo que equidistan  $\pi/L$  y para  $\mathbb{R}^3 > 0$  (octante positivo), viene dado por la expresión:

$$N(p_0) = \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3}\pi p_0^3 \left(\frac{L}{\pi}\right)^3 = \frac{V}{(2\pi)^3} \cdot \frac{4}{3}\pi p_0^3 \quad (1.7)$$

En función de la energía (formalismo relativista),  $E_0^2 = p_0^2 + m^2$ , se tiene:

$$N(E_0) = \frac{V}{(2\pi)^3} \cdot \frac{4}{3}\pi (E_0^2 - m^2)^{3/2} \quad (1.8)$$

La densidad de estados se obtiene al diferenciar respecto a  $E_0$  la expresión anterior:

$$\rho(E_0) = \frac{dN(E_0)}{dE_0} = \frac{V}{2\pi^2} p_0 E_0 \quad (1.9)$$

2. Elemento de matriz de la transición.

Las funciones de onda leptónicas,  $\phi_e$  y  $\phi_\nu$ , para partículas libres se escriben como un desarrollo en ondas planas normalizado para el volumen nuclear  $V$ :

$$\begin{aligned} \phi_e &= \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p}_e \cdot \vec{r}} = \frac{1}{\sqrt{V}} \left( 1 + \frac{i\vec{p}_e \cdot \vec{r}}{\hbar} + \dots \right) \\ \phi_\nu &= \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p}_\nu \cdot \vec{r}} = \frac{1}{\sqrt{V}} \left( 1 + \frac{i\vec{p}_\nu \cdot \vec{r}}{\hbar} + \dots \right) \end{aligned} \quad (1.10)$$

donde  $r_l$  y  $p_l$  son la posición y el momento de los leptones emitidos.

La hipótesis de Fermi es que se trata de una interacción de contacto. Esto supone sustituir, en una primera aproximación, las exponenciales por el primer término de su desarrollo en serie. Dependiendo del tipo de transición contribuirán términos de mayor orden del desarrollo de las funciones de onda.

Por ejemplo,

- para transiciones permitidas, aquellas con momento angular orbital total leptónico  $L_\beta = l_e + l_\nu = 0$ , sólo contribuye al factor de forma ( $S$ ) el primer término de ambos desarrollos (ecuación 1.10). Las funciones de onda leptónicas ( $e^-/e^+$  y neutrinos) se conoce como ondas s.
- para transiciones primeras prohibidas el momento angular orbital total vale uno,  $L_\beta = 1$ . Ahora las funciones leptónicas contienen a los términos hasta primer orden en el momento, que representan ondas p.



El elemento de matriz del operador de transición,  $V_{fi}$ , entre los estados final total e inicial puede escribirse como:

$$V_{fi} = \int \psi_f^* V \psi_i dv \quad (1.11)$$

Este elemento de matriz contiene las funciones de onda de los estados iniciales,  $\psi_i$ , y de los estados finales,  $\psi_f$ , tanto de los núcleos como de los leptones. Los estados cambian según sea el tipo de desintegración, y toman diferentes formas para desintegraciones  $\beta^-$ , captura electrónica o captura de neutrinos.

### 1.1. Desintegración $\beta^-$

La reacción que tiene lugar es:



donde  ${}^A_Z X$  es el núcleo padre,  ${}^A_{Z+1} Y$  es el núcleo hijo.

El balance energético de la anterior reacción es:

$$K = \mathcal{M}({}^A_Z X) - \mathcal{M}({}^A_{Z+1} Y) - m_\nu = Q_\beta - m_\nu \quad (1.13)$$

donde  $\mathcal{M}$  son masas atómicas y  $Q_\beta \equiv \Delta_X - \Delta_Y$ , en función de los excesos de masa del núcleo padre,  $\Delta_X$ , y del hijo  $\Delta_Y$ .

El estado inicial se compone únicamente por el estado del núcleo padre,  $\psi_{N_i}$ . Mientras, los estados finales son los de los leptones emitidos en la desintegración  $\beta^-$  (electrón y antineutrino) y el estado nuclear final (puede ser excitado o no).

$$\psi_f^* = [\psi_{N_f} \phi_e \phi_\nu]^* \quad (1.14)$$

Sustituimos los estados en el elemento de matriz (ecuación 1.11), separamos las contribuciones de los leptones emitidos de los estados nucleares y agrupamos estos últimos en un elemento de matriz nuclear,  $M_{fi}$ . Se obtiene:

$$V_{fi} = G_\beta \int [\psi_{N_f} \phi_e \phi_\nu]^* \hat{\Theta} \psi_{N_i} dv = G_\beta \cdot M_{fi} \cdot S(p_e, p_\nu) \quad (1.15)$$

donde  $G_\beta$  es la constante de acoplamiento de la desintegración  $\beta$  y  $S(p_e, p_\nu)$  es el factor de forma (*shape factor*), que contiene una dependencia en los momentos leptónicos,  $p_e$ ,  $p_\nu$ .

El factor de forma se define a partir de las funciones de onda de los estados leptónicos,  $\phi_e$  y  $\phi_\nu$ :

$$S(p_e, p_\nu) = \int \phi_e \phi_\nu dv \quad (1.16)$$

Cuyo valor para transiciones permitidas, como el caso del tritio, vale la unidad  $S^{(per)} = 1$ . En cambio, si la transición es primera prohibida, el factor de forma se puede descomponer en dos contribuciones, dependientes de los momentos leptónicos,  $S_0$  y  $S_1$ :

$$S_0(p_e, p_\nu) = \frac{1}{3} p_\nu^2 \quad \text{para } l_e = 0 \text{ y } l_\nu = 1 \quad (1.17)$$

$$S_1(p_e, p_\nu) = \frac{1}{3} p_e^2 \frac{F_1(Z, E_e)}{F_0(Z, E_e)} \quad \text{para } l_e = 1 \text{ y } l_\nu = 0 \quad (1.18)$$

Busquemos la forma de escribir la densidad de estados finales como producto de los estados de los leptones emitidos,  $d^2N = dN_e dN_\nu$ .

La ecuación 1.9 daba densidad de estados con energía,  $E_0$  como la derivada del estado entre  $E_0$ .

Por tanto, obtenemos nuestra densidad diferencial total multiplicándolas densidades de cada estado leptónico,  $\rho_e$  y  $\rho_\nu$ :

$$\frac{d\rho}{dE_e} = \kappa p_e p_\nu E_e (E_0 - E_e) \quad (1.19)$$

donde  $E_0$  es la energía total máxima que puede llevar la partícula beta  $E_0 = Q_\beta + m_e - m_\nu = K - m_\nu$  y  $\kappa$  es una constante. Sustituimos los momentos leptónicos por su energía y su masa,  $p = (E^2 - m^2)^{1/2}$ .

Entonces, la tasa diferencial de desintegración  $\beta^-$  depende del cuadrado del elemento de matriz nuclear de la transición,  $B_N$  (ver ecuación 4.6); del factor de forma,  $S$ , de la energía del electrón total  $E_e = T_e + m_e$  y de la función de Fermi,  $F$ :

$$\frac{d\Gamma}{dE_e} = C_N [(Q_\beta - T_e)^2 - m_\nu^2]^{1/2} (Q_\beta - T_e) (E_e^2 - m_e^2)^{1/2} E_e \cdot F(Z, E) \cdot S(p_e, p_\nu) \quad (1.20)$$

donde  $C_N$  toma el  $CB_N$  para transiciones permitidas, o  $CB_N R_N^2$  para primeras prohibidas con  $R_N^2$  es el radio nuclear (en realidad la tasa diferencial no depende del radio cuadrático puesto que el elemento de matriz nuclear,  $B_N$ , también lleva una dependencia en  $R_N^2$ ) y  $C$  es una constante cuyo valor es el mismo para transiciones permitidas y prohibidas,

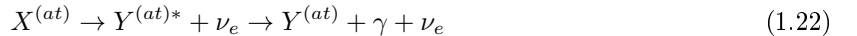
$$C \equiv \frac{G_F^2 V_{ud}^2 c_V}{2\pi^3} \simeq 2.08 \times 10^{-36} \text{ keV}^{-4} \quad (1.21)$$

$G_F$  es la constante de Fermi;  $V_{ud}$  es el elemento de matriz Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, cuyo valor es:  $|V_{ud}| = 0.97$  y  $c_V$  es la constante de la corriente débil cargada que vale:  $c_V \simeq 1$ .

La función de Fermi,  $F(Z, E)$ , incluye la influencia del campo coulombiano nuclear del núcleo hijo ( $Z$ ) en la función de onda del leptón cargado (ver apartado "1.5") y donde  $Q_\beta$  es la energía resultante de la reacción que no incluye a la masa del neutrino.

## 1.2. Captura electrónica (E.C.)

La captura electrónica consiste en la transformación de un átomo padre,  $X$ , de un cierto elemento en un átomo distinto,  $Y$ , de otro elemento con un protón menos, con emisión de un neutrino. El núcleo padre captura un electrón de las capas atómicas y se desintegra  $\beta^+$ . El átomo hijo neutro queda en un estado excitado ya que tiene un hueco en una capa electrónica correspondiente al electrón capturado por el núcleo padre. Este hueco es ocupado por electrones de capas más externas, que emiten rayos X ( $\gamma$ ) al reducir su energía. Los rayos X son medidos por un detector, generalmente un calorímetro. La reacción es,



El balance energético de la reacción para la captura de un electrón de la capa atómica  $i$  es el siguiente:

$$K_i = \mathcal{M}(X) - [\mathcal{M}(Y) + |B_i|] - m_\nu = Q_{E.C.} - |B_i| - m_\nu \quad (1.23)$$

donde  $Q_{E.C.} = \Delta_X - \Delta_Y$  dada por los excesos de masas de los núcleos padre e hijo,  $m_e$  es la masa del electrón y  $B_e$  es la energía de ligadura de la capa atómica y  $m_\nu$  es la masa del neutrino. No todos los electrones atómicos susceptibles de ser capturados por el núcleo. Por ejemplo, para el Holmio 163 no existe las transiciones K o L puesto que  $Q_{E.C.}({}^{163}\text{Ho}) < B_K, B_L$ , es decir, existe una energía umbral,

energía de captura electrónica,  $Q_{E.C.}$ , por debajo de la cual se puede dar la captura de electrones.

El estado inicial en la captura de electrones es el estado del núcleo padre ( $\psi_{N_i}$ ) y el del electrón atómico que se captura ( $\phi_e$ ). El estado final contiene el estado nuclear del núcleo hijo y el estado del neutrino emitido. La densidad de estados finales es, por tanto<sup>III</sup>:

$$\rho_\nu(E_\nu) = \frac{V}{2\pi^2} p_\nu E_\nu = \frac{V}{2\pi^2} (E_\nu^2 - m_\nu^2)^{1/2} E_\nu \quad (1.24)$$

Por conservación de la energía,  $E_\nu = Q_{E.C.} - B_i$  donde  $B_i$  son la energías de ligadura de los electrones atómicos capturados. Estas energías siguen una distribución de probabilidad de tipo Breit-Wigner con anchuras  $\Gamma_i$ :

$$P(E) = \frac{\Gamma_i/2\pi}{[E_\nu - (Q_{E.C.} - B_i)]^2 + \Gamma_i^2/4} \quad (1.25)$$

Además, la probabilidad de captura electrónica (para cada uno de los electrones atómicos) es proporcional al solapamiento de las funciones de onda electrónicas con la del núcleo,  $|\langle\psi_i|\Psi_{N_i}\rangle|^2$  (ver [Bam77]):

$$\frac{d\Gamma}{dE_\nu} = C_N (E_\nu^2 - m_\nu^2)^{1/2} E_\nu \sum_{i=capas} |\langle\psi_i|\Psi_{N_i}\rangle|^2 \cdot \frac{\Gamma_i/2\pi}{[E_\nu - (Q_{E.C.} - B_i)]^2 + \Gamma_i^2/4} \quad (1.26)$$

donde  $C_N$  toma el  $CB_N(2\pi^2)$  para transiciones permitidas, o  $CB_N R_N^2(2\pi^2)$  para primeras prohibidas donde  $C$  es una constante descrita en la ecuación 1.21 y  $B_N$  es el elemento de matriz nuclear.

Pero la energía recogida de la reacción por un calorímetro sería  $E_C = Q - E_\nu$ , es decir, un calorímetro absorbe toda la energía que no se lleva el neutrino y que proviene de la desexcitaciones del átomo hijo en forma de rayos X. El espectro obtenido en el calorímetro sería:

$$\frac{d\Gamma}{dE_C} = C_N ((Q_{E.C.} - E_C)^2 - m_\nu^2)^{1/2} (Q_{E.C.} - E_C) \sum_{i=capas} |\langle\psi_i|\Psi_{N_i}\rangle|^2 \cdot \frac{\Gamma_i/2\pi}{(E_C - B_i)^2 + \Gamma_i^2/4} \quad (1.27)$$

### 1.3. Captura de neutrino (N.C.)

La reacción que tiene lugar es:



donde  ${}^A_Z X$  es el núcleo padre,  ${}^A_{Z+1} Y$  es el núcleo hijo.

El balance energético de la anterior reacción es:

$$K = \mathcal{M}({}^A_Z X) - \mathcal{M}({}^A_{Z+1} Y) + m_\nu = Q_\beta + m_\nu \quad (1.29)$$

donde  $\mathcal{M}$  son masas atómicas y  $Q_\beta \equiv \Delta_X - \Delta_Y$ , en función de los excesos de masa del núcleo padre,  $\Delta_X$ , y del hijo  $\Delta_Y$ . El espectro de captura de neutrino es discreto. Por conservación de la energía, la energía cinética del electrón emitido es:  $T_e = E_e - m_e = Q_\beta + m_\nu$ .

Para la captura de neutrino sólo hay un estado final posible,  $\phi_e$ , con densidad:

$$\rho_e(E_e) = \frac{V}{2\pi^2} p_e E_e = \frac{V}{2\pi^2} (E_e^2 - m_e^2)^{1/2} E_e \quad (1.30)$$

<sup>III</sup>Sólo hay dos partículas emitidas, el núcleo hijo y el neutrino

La probabilidad de captura de un neutrino es proporcional a la densidad local de neutrinos,  $\eta$ , susceptibles de ser capturados. Esta probabilidad se puede normalizar respecto a la densidad de neutrinos promedio en el universo,  $\langle \eta \rangle$ , de la forma  $\frac{\eta}{\langle \eta \rangle}$ . Entonces, la tasa diferencial de captura resulta:

$$\frac{d\Gamma}{dE_e} = C_N (E_e^2 - m_e^2)^{1/2} E_e \delta(E_e - (Q_\beta + m_e + E_\nu)) S_1 \frac{\eta}{\langle \eta \rangle} \langle \eta \rangle \quad (1.31)$$

donde  $C_N$  es la constante descrita en el apartado de desintegración  $\beta^-$  (ecuación 1.21) y  $S_1$  es el factor de forma de los electrones emitidos (ecuación 1.18).

Además, la delta de Dirac se puede sustituir por una función Breit-Wigner con una anchura  $w$  correspondiente a la precisión del detector,

$$\frac{d\Gamma}{dE_e} = C_N (E_e^2 - m_e^2)^{1/2} E_e \frac{w/2\pi}{[E_e - (Q_\beta + m_e)]^2 + w^2/4} \frac{\eta}{\langle \eta \rangle} \langle \eta \rangle \quad (1.32)$$

Integrando se obtiene:

$$\Gamma = C_N [(Q_\beta + m_e + E_\nu)^2 - m_e^2]^{1/2} (Q_\beta + m_e + E_\nu) \frac{\eta}{\langle \eta \rangle} \langle \eta \rangle \quad (1.33)$$

donde la energía de los neutrinos,  $E_\nu$  se aproxima por su masa,  $m_\nu$  porque los neutrinos primordiales (desacoplados del resto de partículas en los primeros instantes posteriores al Big Bang) tienen una energía cinética muy pequeña.

#### 1.4. Reglas de selección y tipos de transiciones beta.

En un principio y, a partir de la regla de Oro de Fermi (ecuación (1.5)), observamos que todas las transiciones son posibles. La diferencia radica en la probabilidad con la que tienen lugar. Por ello, se clasifican según sea esta probabilidad en: permitidas, primeras prohibidas, segundas prohibidas, etc. Una transición permitida será más favorable que ocurra frente a una primera prohibida; a su vez, una primera prohibida tendrá preferencia sobre una segunda prohibida y así sucesivamente.

Sabiendo que el momento angular total puede expresarse del momento orbital y de espín,  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ ; escribimos el momento angular nuclear inicial,  $\vec{J}_i$ , como suma del momento angular nuclear final y de los momentos de los leptones emitidos (se designan por el subíndice  $\beta$ ):

$$\vec{J}_i = \vec{J}_f + \vec{L}_\beta + \vec{S}_\beta \Rightarrow \Delta J_N = L_\beta + S_\beta \quad (1.34)$$

Las transiciones más probables, las permitidas, conllevan un momento angular orbital del sistema leptónico nulo ( $L_\beta = 0$ ). Las transiciones prohibidas, menos probables que las anteriores, cambian el valor del momento angular leptónico,  $L_\beta$ . Si la transición es primera prohibida, el cambio del momento angular total puede ser,  $\Delta J = 0, 1, 2$  lo que provoca que el momento angular leptónico sea,  $L_\beta = 1, 2$ . Además, un cambio en los espines de los leptones sí está permitido; estos se pueden acoplar antiparalelamente,  $S_\beta = 0$ , y la transición se denomina *Fermi* (F) o por el contrario los espines se acoplan en un sentido en concreto,  $S_\beta \neq 0$  y la transición es *Gamow-Teller* (GT).

El elemento de matriz nuclear,  $M_{if}$ , conecta el estado nuclear inicial y final. Este elemento de matriz contiene los operadores que transforman los neutrones en protones y viceversa.

- Las transiciones tipo Fermi son aquellas donde la variación del espín y del isospín entre los estados nucleares inicial y final son cero. Definimos la intensidad de transición para desintegraciones Fermi permitidas como:

$$B_F^\pm = \frac{|\langle N_f \| \sum_i \tau_i^\pm \| N_i \rangle|^2}{2J_i + 1} = \frac{|\langle N_f \| T^\pm \| N_i \rangle|^2}{2J_i + 1} \quad (1.35)$$

donde  $J_i$  es el momento angular total nuclear inicial,  $T^\pm$  es el operador de escalera de isospín nuclear total y  $\tau^\pm$  operador de escalera de isospín de estados de una partícula:

$$\tau^\pm = \frac{1}{2}(\tau_1 \pm \tau_2) \quad (1.36)$$

Para transiciones  $\beta^-$  ( $\beta^+$ ) los operadores de escalera  $\tau^-$  ( $\tau^+$ ) transforman un neutrón (protón) nuclear en un protón (neutrón). Transición  $\beta^-$  del  ${}^3H \rightarrow {}^3He + e^- + \bar{\nu}_e$

- Las transiciones Gamow-Teller permitidas ocurren entre estados con diferente o igual espín. Para transiciones con igual espín no están permitidas aquellas que conectan los estados  $0^+ \rightarrow 0^+$ . Además, la variación de isospín puede ser 0 ó  $\pm 1$ .

La intensidad de transición Gamow-Teller es:

$$B_{GT}^\pm = \frac{c_A^2 |\langle N_f \| \sum_i \sigma_i \tau_i^\pm \| N_i \rangle|^2}{2J_i + 1} \quad (1.37)$$

donde  $c_A$  es una constante de la interacción débil para transiciones Gamow-Teller ( $c_A \simeq 1.25$ ) y  $\sigma$  son las matrices de Pauli 2x2. Podemos cambiar  $c_A \rightarrow g_A$ , ya que  $g_A = \frac{c_A}{c_V}$  con  $c_V \simeq 1$ .

Ambas intensidades,  $B_F$ ,  $B_{GT}$ , van multiplicadas por la constante de acoplo de la desintegración beta,  $G_\beta^2$ .

Transición	L	Fermi ( $S_\beta = 0$ )		Gamow-Teller ( $S_\beta = 1$ )	
		$\Delta J$	$\Delta\pi$	$\Delta J$	$\Delta\pi$
Permitida	0	0	no	1	no
1 <sup>era</sup> prohibida	1	1	sí	0,1,2	sí
2 <sup>da</sup> prohibida	2	2	no	2,3	no

Cuadro 1.1: Transiciones permitidas y prohibidas.

Los valores que puede tomar los momentos angulares y de espín del sistema leptónico son:

$$L_\beta = l_e + l_{\nu_e} = 0, 1, 2 \dots \quad (1.38)$$

$$S_\beta = S_e + S_{\nu_e} = \{0, 1\} \quad (1.39)$$

En el presente trabajo, hay transiciones permitidas (Tritio y Holmio) y primeras prohibidas (Renio, Paladio, Terbio, Mercurio y Plomo).

### 1.5. Interacción coulombiana entre leptón cargado y núcleo residual.

El efecto de la interacción coulombiana entre el leptón cargado, resultante de una desintegración beta, y el núcleo residual puede aumentar o disminuir el momento según sea atractiva o repulsiva la fuerza coulombiana. Para desintegraciones  $\beta^-$ , la interacción atractiva de los electrones con el núcleo hijo modifica el espectro  $\beta^-$  y aumenta el número de eventos. Para desintegraciones  $\beta^+$ , al ser interacciones de partículas con la misma carga (positrones y núcleo hijo) la forma del espectro cambia, disminuyendo (ver fig. (1.2) tomada de [Kra88]).

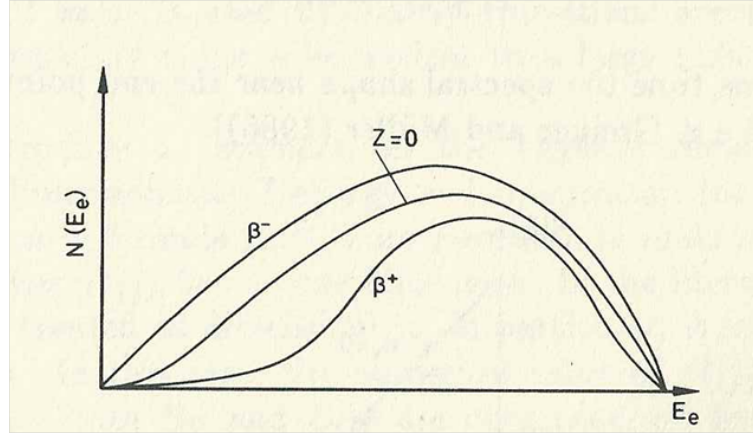


Figura 1.2: Efecto de la corrección coulombiana (función de Fermi) en los espectros  $\beta^\pm$

El factor de corrección que introducimos a la tasa diferencial de desintegración se denomina *función de Fermi*. Para electrones no relativistas la función de Fermi tiene la siguiente forma:

$$F_{NR}(Z, E) = \frac{2\pi\kappa}{1 - e^{-2\pi\kappa}} \quad (1.40)$$

donde  $Z$  es el número atómico del núcleo hijo,  $E$  es la energía de las partículas beta resultantes de la desintegración, y  $\kappa$  es:

$$\kappa = \pm \frac{Ze^2}{v_e} \quad \text{para } \beta^\mp \quad (1.41)$$

Para núcleos pesados, la anterior expresión de la función de Fermi no es una buena aproximación, y debe calcularse resolviendo la ecuación relativista de Dirac con un potencial coulombiano.

En nuestros cálculos, utilizaremos:

$$F_{k-1} = \left[ \frac{\Gamma(2k+1)}{\Gamma(k)\Gamma(1+2\gamma_k)} \right]^2 (2p_e R)^{2(\gamma_k-k)} |\Gamma(\gamma_k + iz)|^2 e^{\pi z} \quad (1.42)$$

donde  $k = 1, 2$ ,  $R$  es el radio nuclear, dado por:  $R = r_0 A^{1/3} fm$  ( $r_0$  es el radio nuclear medio)

La función de Fermi depende de la interacción de Coulomb, dada por la constante de estructura fina  $\alpha \simeq 1/137.03$  a través de:

$$\gamma_k = \sqrt{k^2 - (\alpha Z)^2} \quad y \quad z = \alpha Z \frac{E_e}{p_e} \quad (1.43)$$

Además, satisface  $F_{k-1}(Z \rightarrow 0, E_e) \rightarrow 1$  para  $\alpha Z \rightarrow 0$  y para cualquier valor de  $k \geq 1$ .

## 2. Física de neutrinos.

Los neutrinos son fermiones, con espín  $1/2$ , sin carga eléctrica, y que interactúan con la materia mediante la fuerza débil y la gravitatoria (la interacción gravitatoria es  $10^{-34}$  veces menor que la débil y comienza a ser relevante para concentraciones muy altas de neutrinos). Aun así, son unas de las partículas más abundantes en el universo. Cada día nos atraviesan millones de estas partículas, pero apenas interactúan.

Existen neutrinos procedentes del *Big Bang* con una energía muy baja ( $T_\nu \sim 2K$ ) y que forman parte del *CνB* (de sus siglas en inglés Cosmic Neutrino Background), de reacciones nucleares de estrellas y supernovas, incluso la Tierra emite “geoneutrinos” debido a su contenido en elementos radiactivos que se desintegran beta como Potasio o Uranio.

Los neutrinos, han vuelto a ser foco de intensa atención. Actualmente muchos experimentos que trabajan o esperan medir neutrinos o alguna de sus propiedades, como SuperKamiokande y KamLAND experimentos de oscilaciones como MARE y KATRIN medidas de la masa de neutrinos electrónicos hasta medidas recientes de su velocidad (Gran Sasso y CERN).

La física de neutrinos está íntimamente asociada a la interacción débil y a la violación de la simetría de paridad. Los neutrinos poseen una cualidad intrínseca denominada "sabor" (*flavour*) ya que ciertos neutrinos, denominados activos, aparecen junto a leptones cargados ( $e^\pm$ ,  $\mu^\pm$ ,  $\tau^\pm$ ). Existen también neutrinos que no están asociados a ningún leptón, llamados “estériles” (*sterile*). Estos neutrinos estériles son candidatos a formar parte de la “Materia Oscura Templada” (Warm Dark Matter, WDM; ver apartado 2.3) en el caso de que sus masas sean del mismo orden que la escala de masas de la WDM, es decir del orden de decenas de  $keV$ .

Dentro del formalismo del modelo estándar (SM) existen 6 sabores para los quarks que agrupamos en dobletes y otros 6 sabores para leptones cargados y para neutrinos activos agrupados también en dobletes, ( $l$ ,  $\nu_l$ ):

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

$$\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_{e^-} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Para cada neutrino existe su correspondiente antipartícula. Por tanto tenemos los siguientes neutrinos y antineutrinos activos:

$$\begin{array}{c} \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau \\ \bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau \end{array}$$

Para extensiones del SM podemos considerar también el neutrino estéril  $\nu_s$ , al que se asociará una masa relativamente grande ( $m_{\nu_s} \sim keV$ ) en comparación con el resto de neutrinos. Esto motiva a considerar el neutrino estéril como un neutrino pesado dentro del mecanismo seesaw (ecuación (2.19)). Además recientes estudios y observaciones del fondo cósmico de neutrinos (ver apartado astrofísica de neutrinos) barajan la hipótesis de uno o dos neutrinos ligeros estériles.

## 2.1. Relación entre autoestados de masa y autoestados de sabor de neutrinos.

Todos los leptones cargados y quarks, por ejemplo todos los fermiones elementales distintos a los neutrinos, son partículas de Dirac como consecuencia de la conservación de carga. En otras palabras, obedecen la ecuación de Dirac y están descritos por bi-espinores complejos. Si los neutrinos fueran partículas sin masa, podrían ser descritos por bi-espinores complejos, los llamados espinores de Weyl<sup>IV</sup>. Pero los neutrinos son partículas masivas y pueden ser tratados como cualquier otro fermión. Sin embargo, existe una diferencia importante entre los neutrinos y los otros fermiones fundamentales, el hecho de que los neutrinos no llevan carga eléctrica. Esto trae una nueva posibilidad teórica, que los neutrinos puedan ser partículas de Majorana (aquellas partículas que coinciden con su propia antipartícula, por ejemplo los piones cero,  $\pi^0$ ).

Comencemos nuestro estudio dentro del modelo estándar. Sabemos que para los neutrinos de quiralidad a izquierdas (*left-handed* ó L) podemos expresar sus autoestados de sabor,  $\nu_{lL}$  como una combinación de autoestados de masa ( $m_j$ ) bien definida,  $\nu_{jL}$ :

$$\nu_{lL}(x) = \sum_j^{2n} U_{lj} \nu_{jL}(x) \quad , \quad l = e, \mu, \tau \quad (2.3)$$

donde  $U_{lj}$  es la matriz de mezcla para neutrinos con quiralidad izquierda y  $n$  es el número de generaciones de estados masivos de neutrinos que no tienen por qué coincidir en número con los estados de sabor.

Es posible extender el formalismo anterior sin romper la simetría gauge con la incorporación de un término masivo a derechas. Obtenemos así otra ecuación similar a (2.3) para la componente de neutrinos a derecha (*right-handed*) donde se ha sustituido la matriz de mezcla  $U$  por  $V$  :

$$\nu_{lR}(x) = \sum_j^{2n} V_{lj} \nu_{jR}(x) \quad , \quad l = e, \mu, \tau \quad (2.4)$$

Notar que para partículas de Dirac desaparece la matriz de mezcla para  $j > n$  puesto que el neutrino y el antineutrino son diferentes partículas.

Para  $n$  generaciones de sabor de neutrinos y si coincide el número de generaciones con el de neutrinos,  $l = n$ ; la matriz de mezcla será unitaria de dimensión:  $n \times n$ . Esta matriz se parametriza con  $n(n-1)/2$  ángulos de Euler y  $n(n+1)/2$  fases.

Si tenemos neutrinos de Dirac, sólo  $(n-1)(n-2)/2$  serán fases físicas que provoquen la violación CP.

Sin embargo, para neutrinos de Majorana la matriz unitaria contiene  $n(n-1)/2$  fases que conllevan la violación CP.

Para el caso  $n = 3$ , tres neutrinos, hay 3 violaciones CP, una dada por neutrinos de Dirac (fase  $\delta$ ) y las otras dos por neutrinos de Majorana (fases:  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ ).

La matriz de mezcla de neutrinos, para el caso  $n = 3$  tres sabores, se denomina matriz de Pontecorvo-Maki-Nagakawa-Sakata (PMNS).

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{1e} & V_{1\mu} & V_{1\tau} \\ V_{2e} & V_{2\mu} & V_{2\tau} \\ V_{3e} & V_{3\mu} & V_{3\tau} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

<sup>IV</sup>Los espinores de Weyl son bi-espinores complejos con quiralidad bien definida (a izquierdas o a derechas) Toman la forma:  $\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \chi \cdot \exp[-i(\vec{k}\vec{r} - wt)] = \chi \cdot \exp[-i(\vec{p}\vec{r} - Et)/\hbar]$  donde  $\chi = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix}$



En general, la matriz MNS se parametriza con tres ángulos  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{13}$ ,  $\theta_{23}$  y una fase  $\delta$ ; al igual que la matriz Cabibbo-Kobayashi-Maskawa <sup>V</sup>.

Para experimentos donde la violación CP es importante, como desintegraciones doble beta sin neutrinos,  $0\nu\beta\beta$ , aparecen dos fases más,  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ , llamadas *fases de Majorana*.

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{13} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13}e^{i\delta} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13}e^{i\delta} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{i\alpha_1/2}\nu_1 \\ e^{i\alpha_2/2}\nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

En general, nosotros podremos prescindir de las fases de Majorana y de la fase de “Dirac”, donde las tomaremos como 1 ó  $i$  ya que consideramos invarianza CP.

### 2.1.1. Términos de masa.

El término de masa “a la Dirac”, conecta componentes L y R del mismo campo (sea partícula, o sea antipartícula):<sup>VI</sup>

$$-\mathcal{L}_D = m_D \bar{\psi}_R \psi_L + h.c. \quad (2.7)$$

Se conserva el número fermiónico,  $\Delta F = 0$ .

Los términos de masa “a la Majorana” conectan las componentes L y R de campos conjugados,

$$-\mathcal{L}_M = \frac{1}{2} m_L \bar{\psi}_L^c \psi_L + \frac{1}{2} m_R \bar{\psi}_R^c \psi_R + h.c. \quad (2.8)$$

En cambio, estos términos sí violan el número fermiónico,  $|\Delta F| = 2$ .

Además, podemos incluir ambos términos en el lagrangiano,

$$-\mathcal{L}_{DM} = \frac{1}{2} \chi_L^{0c} M \chi_L^0 + h.c. = \frac{1}{2} \chi_L^{0T} C M \chi_L^0 + h.c. = \frac{1}{2} \bar{\chi}_R^0 M \chi_L^0 + h.c. \quad (2.9)$$

donde utilizamos dobletes de campos de Majorana <sup>VII</sup> y  $M = \begin{bmatrix} m_L & m_D \\ m_D & m_R \end{bmatrix}$  matriz cuadrada, simétrica (y real si se conserva CP).

Demostremos que un fermión de Dirac se puede expresar como dos de Majorana en el caso de que la anterior matriz  $M$  sea real. Tomamos,  $m_L = 0$  y  $m_R = 0$  y procedemos a diagonalizar con una matriz  $\mathcal{O}$  unitaria y ortogonal, puesto que  $m_i \in \mathbb{R}$ :

$$\mathcal{O} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Lo autoestados son:

$$\begin{aligned} \chi_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\chi_1^0 - \chi_2^0) \Rightarrow \chi_{1L} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\chi_L - \chi_R^c) \quad , \quad \chi_{1R} = \chi_{1L}^c \\ \chi_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\chi_1^0 + \chi_2^0) \Rightarrow \chi_{2L} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\chi_L + \chi_R^c) \quad , \quad \chi_{2R} = \chi_{2L}^c \end{aligned} \quad (2.11)$$

<sup>V</sup>La matriz Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) de mezcla de quarks incluye tres ángulos y una fase de violación CP leptónica.

<sup>VI</sup>h.c. significa hermitico conjugado.

<sup>VII</sup> $\chi^0 = \chi_L^0 + \chi_R^0$   $\chi_L^0 = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R^c \end{pmatrix}$  y  $\chi_R^0 = \begin{pmatrix} \psi_L^c \\ \psi_R \end{pmatrix}$

que deben ser reemplazados por los estados físicos, mezcla de estados de quiralidad a izquierdas y derechas anteriores

En conclusión, vemos que dos fermiones de Majorana de igual masa y CP-paridades opuestas forman un fermión de Dirac. Por tanto, concluimos que si el neutrino no tiene masa y solamente la componente izquierda (“left handed”) del campo participa en la interacción débil, no es posible distinguir entre las descripciones de Dirac y/o Majorana.

Una manera de discernir entre las dos descripciones es considerar que los neutrinos coinciden con su antipartícula, estaríamos en el caso de fermiones de Majorana. Un experimento donde se demuestra, además de la masa no nula de los neutrinos, que ellos mismos son su propia antipartícula es en una desintegración doble beta sin neutrinos.

### 2.1.2. Mecanismos seesaw. Mezcla de neutrinos ligeros y pesados.

Dentro del Modelo Estándar no es posible construir un término de masas a izquierdas (“left handed”) invariante gauge. Por tanto el doblete  $\overline{\nu}_L^c \nu_L$  no tiene masa asociada,  $m_L = 0$ . En cambio, un término a derechas (“right handed”) del tipo  $\overline{\nu}_R^c \nu_R$  (singlete) puede introducirse en el lagrangiano del Modelo Estándar (un “shift”) sin romper la simetría (Ver Mecanismo de Higgs).

La matriz de masas,  $M$ , se diagonaliza mediante  $\mathcal{O}$ :

$$M = \begin{bmatrix} 0 & m_D \\ m_D & m_R \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$\mathcal{O} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

cuyos autovalores son:

$$m_{1,2} = \frac{1}{2} \left[ m_R \pm \sqrt{m_R^2 + 4m_D^2} \right] \quad (2.14)$$

En el caso de que una de las dos masas fuera mucho mayor que la otra,  $m_D \ll m_R$ , se obtendría un neutrino ligero ( $\nu^{(l)}$  o “light”) y otro muy pesado ( $\nu^{(h)}$  o “heavy”) con paridades opuestas y un pequeñísimo ángulo de mezcla,  $\zeta$  (mecanismo Seesaw)

$$\begin{aligned} m^{(l)} &\approx \frac{m_D^2}{m_R} & , & & m^{(h)} &\gg m^{(l)} \\ m^{(h)} &\approx m_R \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\zeta \approx \sqrt{\frac{m^{(l)}}{m^{(h)}}} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \nu^{(l)} &\approx \nu_L - \nu_L^c \\ \nu^{(h)} &\approx \nu_R^c + \nu_R \end{aligned} \quad (2.17)$$

Para las tres generaciones o familias de neutrinos de quiralidad a izquierdas (“left handed”) del Modelo Estándar,  $\nu_L^{(i)} \forall i = 1, 2, 3$ ; pero puede haber un número arbitrario de neutrinos a derechas (“right handed”). En el presente trabajo consideramos una única familia o generación de estos campos a derechas. Entonces, las dimensiones de la matriz de masas son:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & m_D \\ m_D & m_R \end{bmatrix} \quad \text{con } m_D : 1 \times 3 \quad \text{y} \quad m_R : 1 \times 1 \quad (2.18)$$

La mezcla de las familias de tres neutrinos a izquierdas con masa bien definida y pequeña (superíndice  $(l)$  del inglés “light”) con otra única familia de neutrino a derechas más masivo ( $(h)$  del inglés “heavy”) se puede expresar como:

$$\nu_l = \sum_j^3 U_{lj} \nu_j^{(l)} \cos\zeta + \nu_R^{(h)} \sin\zeta \quad \text{donde } l = e, \mu, \tau \quad \text{y } j = 1, 2, 3 \quad (2.19)$$

donde el ángulo de mezcla de neutrinos ligeros y pesados,  $\zeta$ , varía dependiendo del valor de la masa componente  $R$  (parte pesada o “heavy”), es decir a mayor masa del neutrino  $\nu_R$  menor valor tiene  $\zeta$  y por tanto  $\zeta$ .

Es posible simplificar la ecuación 2.19. Consideremos un único autoestado de sabor, el electrónico, ya que se trabaja reacciones débiles con emisión o captura de partículas  $\beta$ . Este estado de sabor electrónico puede escribir como mezcla de “un neutrino ligero” y “un neutrino pesado”. El neutrino ligero, con masas del orden de las décimas de electronvoltio se asocia con la componente “left-handed” siendo la dimensión de la matriz de mezcla “ligera”  $U_{lj}$   $1 \times 1$ . Además, asociamos el neutrino estéril pesado (notación  $(s)$ ) con la componente “right-handed”. La masa de este neutrino estéril<sup>VIII</sup> se sitúa en el rango de  $keV$  y es un buen candidato a ser constituyente de la materia oscura templada o WDM (ver 2.3). En resumen, la expresión (2.19) se simplifica a:

$$\nu_e = \nu^{(l)} \cos\zeta + \nu^{(s)} \sin\zeta \quad (2.20)$$

donde se ha omitido los subíndice  $L$  y  $R$ .

En nuestras tasas o ritmos diferenciales de desintegración y/o captura la masa de los neutrinos puede escribirse con mezcla de ligero y pesado según la ecuación anterior 2.20. Para poder analizar la contribución a la mezcla del neutrino estéril con masa del orden del  $keV$  (ver 2.3) sin necesidad de recurrir a ángulos de mezcla grandes ( $> 0.1^\circ$ ) (y sin significado físico) introducimos la siguiente función adimensional:

$$\mathcal{R} = \frac{d\Gamma^s/dE_e}{d\Gamma^l/dE_e} \tan^2\zeta \quad (2.21)$$

La función  $\mathcal{R}$  es grande cuando la energía de los electrones emitidos ( $T_e = E_e - m_e$ ) tiende a cero. Podemos distinguir dos regiones dentro del espectro: la región donde hay energía suficiente para la emisión de neutrinos estériles,  $(E_e - m_e) < (Q - m_\nu^{(s)})$  y la región donde no es posible la creación de estos neutrinos pesados,  $(E_e - m_e) > (Q - m_\nu^{(s)})$ . En nuestros resultados se comentará detalladamente los espectros con y sin la presencia de estos neutrinos.

### 2.1.3. Ruptura de la simetría $L_e - L_\mu - L_\tau$

Este modelo de desdoble de masas fue sugerido por R. N. Mohapatra (ver [Moh01]) y puede ser aplicado al caso de neutrinos estériles pesados (con masas en el rango de  $keV$ ). Últimamente, la idea ha sido generalizada para neutrinos de masa ligeras de la forma  $(0, m, m)$ , donde uno de ellos es un neutrino sin masa mientras que los dos están degenerados en la masa (es la misma para ambos). Un diagrama como el anterior, con dos masas iguales, no es compatible con los resultados experimentales de oscilaciones. De hecho, la simetría debe estar rota. Se puede parametrizar esta ruptura con los llamados “términos suaves de ruptura” (soft breaking terms) como se muestra a continuación:

$$(0, M, M) \rightarrow (\mathcal{O}(S), M - \mathcal{O}(S), M + \mathcal{O}(S)) \quad (2.22)$$

<sup>VIII</sup>Se denomina neutrino estéril pesado o simplemente neutrino estéril. No surge confusión pues el neutrino estéril no tiene compañero leptónico cargado, y por tanto no tiene sabor.

Gracias a este modelo, podemos “dotar” de masa a neutrinos con masa nula debido a la creación de una nueva escala mientras que, simultáneamente se reduce la degeneración en las masas no nulas (ver fig. 2.1).

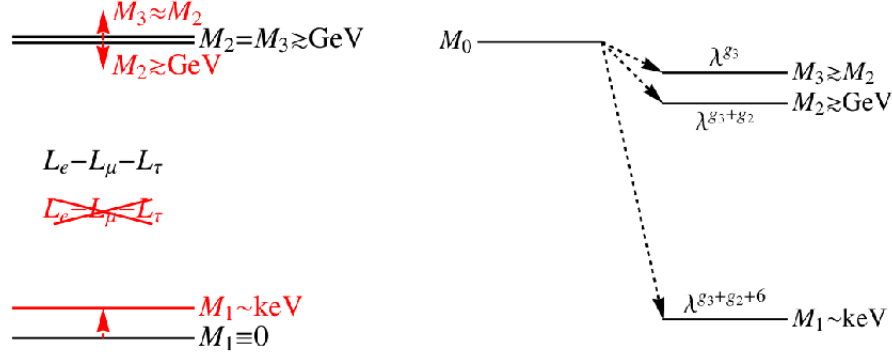


Figura 2.1: Ruptura de la simetría (en color rojo y a la izquierda) y mecanismo de Froggat-Nielsen (derecha)

Existen otros mecanismos, como el de Froggat-Nielsen, más extensos y que no van a ser tratados en el presente trabajo.

## 2.2. Oscilaciones.

Se denomina oscilaciones a las variaciones del sabor de los neutrinos durante su movimiento. Se requiere grandes distancias para que las oscilaciones sean lo suficientemente grandes como para poder ser apreciadas.

Además, para que se produzcan es necesario que exista mezcla entre sabores leptónicos<sup>IX</sup>. Por ejemplo si consideramos neutrinos sin masa, o bien esta estuviera degenerada (todos los neutrinos tuvieran la misma masa) no habría mezcla de sabores leptónicos y se conservaría el número leptónico. Sin embargo, debido a la observación experimental del fenómeno de las oscilaciones (neutrinos electrónicos solares en su viaje hasta la tierra cambian de sabor al muónico) sabemos que los neutrinos no están degenerados en masa, y esta, por pequeña que sea (es del orden de décimas de electronvoltios), es no nula. Entonces, los experimentos de las oscilaciones nos impone condiciones a la masa de los neutrinos: debe ser no nula y no degenerada, sus masas son parecidas en el orden de magnitud pero en distintos valor (ver ecuación (2.29)).

Podemos reducir el problema de la mezcla, sin pérdida de generalidad, a dos estados de masa,  $|\nu_1\rangle$  y  $|\nu_2\rangle$ . El procedimiento es análogo al realizado en el mecanismo Seesaw (apartado 2.1.2) con la salvedad que estos estados másicos tienen masa parecidas de ellos ( $m_1 \simeq m_2$ ); y a dos estados de sabor  $\nu_e$  y  $\nu_\mu$  (los más comunes en mezclarse). La matriz de mezcla (ecuación ...) en este caso de  $n = 2$ , será:

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta e^{i\rho} \\ -\sin\theta e^{-i\rho} & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

donde hemos asumido invariancia CP y la fase  $e^{i\rho}$  toma los valores 1 ó  $i$ .<sup>X</sup>

<sup>IX</sup>Recordar, que el estado de sabor se define entre *estados de interacción o activos*, los cuales no tienen bien definida la masa. En el caso de neutrinos estériles estos no tienen su correspondiente leptón cargado, y no poseen sabor.

<sup>X</sup>Destacar que la fase juega un papel importante en la doble beta sin neutrinos, es una de los dos fases de Majorana (ver apartado...)

Los estados de sabor electrónico y muónico pueden expresarse en términos de los estados de masa  $|\nu_1\rangle$  y  $|\nu_2\rangle$  :

$$\begin{aligned} |\nu_e\rangle &= \cos\theta |\nu_1\rangle + e^{i\rho} \sin\theta |\nu_2\rangle \\ |\nu_\mu\rangle &= e^{-i\rho} \sin\theta |\nu_1\rangle + \cos\theta |\nu_2\rangle \end{aligned} \quad (2.24)$$

La probabilidad de encontrar un neutrino con un sabor determinado,  $\nu_e$  ó  $\nu_\mu$ , que ha sido emitido en un sabor concreto, por ejemplo  $\nu_e$ , es:

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(r) = |\langle \nu_e | \nu(t, r) \rangle|^2 \quad (2.25)$$

Al viajar, el neutrino que ha sido emitido por una fuente situado en  $\vec{x}$  a una energía bien definida  $E$  ; es una superposición de ondas planas de los estados de masa  $|\nu_1\rangle$  y  $|\nu_2\rangle$ :

$$|\nu(t, \vec{x})\rangle = e^{-iEt} \sum_{i=1}^2 U |\nu_i\rangle e^{i\vec{p}_i \vec{x}} \quad (2.26)$$

Consideramos una fuente radial, el momento tendrá la misma dirección que  $\vec{x}$ , y aún siendo masivos los neutrinos, son partículas relativistas cuyo  $p_i \approx E - m_i^2/(2E)$

$$|\nu(t, r)\rangle = e^{-iE(t-r)} \sum_{i=1}^2 U |\nu_i\rangle e^{-im_i^2 r/(2E)} \quad (2.27)$$

Entonces, si sustituimos la expresión anterior (2.27) en la probabilidad (2.25) obtenemos:

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(r) = 1 - \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\pi r}{L}\right) \quad (2.28)$$

donde  $L$  es la longitud de oscilación:

$$L = \frac{4\pi E}{|m_1^2 - m_2^2|} \quad (2.29)$$

Lógicamente, la probabilidad de que el neutrino electrónico cambia de sabor será:

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu}(r) = \sin^2(2\theta) \sin^2\left(\frac{\pi r}{L}\right) \quad (2.30)$$

La amplitud de oscilación depende del ángulo de mezcla,  $\theta$  y es máxima para  $\theta = 45^\circ$ .

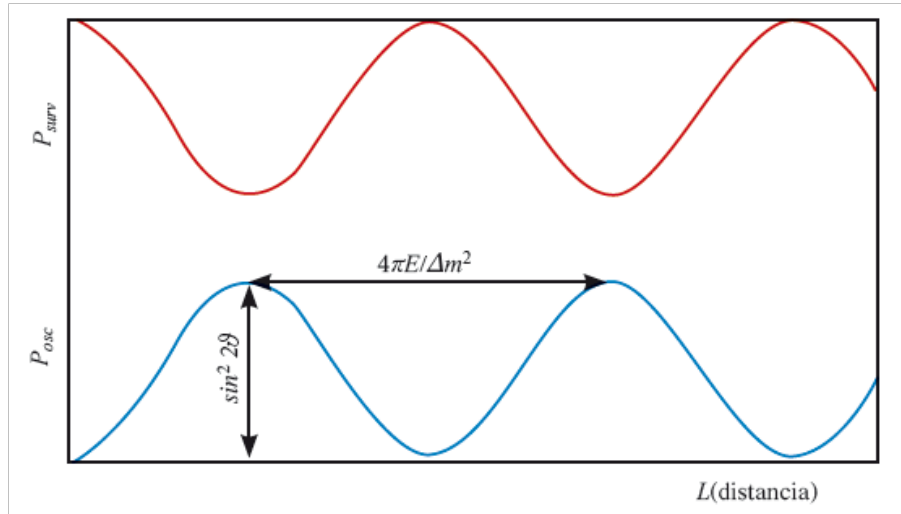


Figura 2.2: Probabilidades de supervivencia (en rojo) y de oscilación (azul) en función de la distancia.

En los experimentos, observar las oscilaciones de neutrinos, significa:

1. detectar la intensidad de oscilación, el término sinusoidal de la ecuación y/o
2. verificar que la probabilidad  $P_{\nu_e \rightarrow \nu_e} < 1$  o  $P_{\nu_e \rightarrow \nu_x} > 0$  donde  $\nu_x$  pueden ser neutrinos de sabor muónico o tauónico.

### 2.3. Naturaleza de los neutrinos y su posible contribución a la materia oscura.

La cantidad total de materia bariónica <sup>XI</sup> en el universo es un parámetro conocido, ya que éste determina la composición de la materia primordial originada en el Big Bang (75 % hidrógeno, 25 % helio). Si efectivamente vivimos en el universo con masa crítica que predice el modelo inflacionario, entonces apenas una fracción del 1 al 2 % sería masa bariónica, un 4.6 % de toda la materia y energía del universo serán átomos [ref: ]. La fracción restante sería un tipo de materia no-bariónica, es decir que no sienten la fuerza nuclear fuerte. Posibles candidatos son el neutrino, y otras partículas elementales que interactúan débilmente.

La materia oscura es la materia cuya existencia no puede ser detectada mediante procesos asociados a la luz, (radiaciones electromagnéticas), así como no interaccionan con ella de modo que se produzcan efectos secundarios observables. El término "materia oscura" o *Dark Matter* (DM) comenzó a utilizarlo Fritz Zwicky quién descubrió masa perdida... en las galaxias en los años 30.

La materia oscura puede estar constituida por bariones o no.

<sup>XI</sup>Dentro de la materia bariónica en astrofísica se incluye a los electrones, aunque sean leptones.

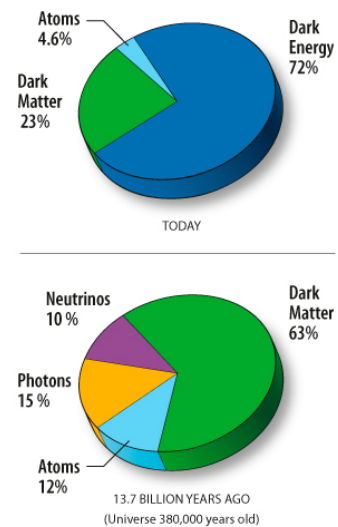


Figura 2.3: Contenido en materia y energía del universo actual y hace 13.7 miles de millones de años

- Si es bariónica, las formas que puede tomar están severamente restringidas, ya que la mayoría de las formas permitidas de este tipo de materia oscura emite y absorbe fotones en por lo menos una banda de frecuencia observable.
- En cambio, si es del tipo no bariónico, sólo puede ser inferida a través de sus efectos gravitacionales, por tanto, la materia oscura no puede observarse de manera directa, solo a través de métodos basados en la rotación de galaxias espirales o en el movimiento de galaxias y gas caliente en cúmulos de galaxia o en los efectos de lentes gravitacionales.

La materia oscura no bariónica puede clasificarse en función de la distancia libre que recorran sus partículas. Esta distancia se conoce como la “longitud libre” o *free-streaming length* ( $l_{fs}$ ) y se compara con el tamaño de las estructuras cosmológicas [VMMM12].

- Para distancias mucho menores que una “protogalaxia” [63] tenemos la *Cold Dark Matter* (CDM). Esta distancia suele ser parecida al tamaño del sistema solar y con una energías de unos centenares de  $GeV$ . Las longitudes típicas son  $l_{fs} \sim 0.1 pc$ .

Dos candidatos a materia oscura más estudiados son el neutralino <sup>XII</sup> y el axión <sup>XIII</sup>.

- Si la longitud libre es similar al tamaño de una protogalaxia ( $l_{fs} \sim 100 kpc$ ) con unas energías típicas en torno a los  $keV$ ; se denomina *Warm Dark Matter* (WDM).
- Y para longitudes mayores que una protogalaxia, [64], tenemos la llamada *Hot Dark Matter* (HDM) cuyas energías se sitúan en los  $eV$ .

La descripción que mejor reproduce las observaciones astronómicas de estructuras de escalas cosmológicas (del orden  $kpc$ ) es la WDM. En ello, los neutrinos estériles, con masas en el rango del  $keV$  son candidatos a ser constituyentes de esta materia oscura templada.

---

<sup>XII</sup>El neutralino se considera una extensión del neutrino, con propiedades idénticas pero que además verifique las simetrías que el neutrino viola. La masa teórica esperada en el intervalo de las decenas a las centenas de  $GeV$ .

<sup>XIII</sup>El axión es predicho por extensiones del SM. No tiene conexión con ninguna partícula actualmente, su masa debe ser aproximadamente  $10^{-5}eV$ . Los axiones pueden ocurrir en el universo temprano en la forma de condensación de Bose.

### OBSERVACIONES EN GALAXIAS ESPIRALES.

La evidencia más fuerte de materia oscura está en las curvas de rotación de las galaxias espirales. En estas observaciones, la velocidad azimutal de las nubes de hidrógeno que rodean a la galaxia es medida (mediante desplazamiento *Doppler*) en función de la distancia al centro de la galaxia. Si no hubiese materia oscura, a distancias suficientemente alejadas del centro o bulbo de la galaxia encontraríamos que la velocidad es inversamente proporcional al radio o distancia galáctica, ya que la masa visible de una galaxia espiral está prácticamente concentrada en su centro, estando el resto sobrante distribuido a su alrededor en forma de lo que denominamos brazos. Sin embargo, observaciones de muchas galaxias espirales indican una velocidad que es independiente de la distancia a grandes distancias con un valor típico de unos  $200 \text{ kms}^{-1}$ . En otras palabras, el movimiento de la materia que compone la estructura de una galaxia espiral no verifica las leyes de Kepler.

Una "curva de rotación plana" como esta implica que la masa total dentro de un radio dado crece linealmente con la distancia. Se sugiere como modelo para intentar explicar este hecho el de una esfera autogravitante de gas ideal a una temperatura uniforme, que depende directamente de la masa de la partícula de materia oscura, podría tener este perfil de masa.

Las curvas de rotación se miden a lo largo de algunas decenas de kiloparsec, implicando una masa total dentro de este radio que es típicamente unas diez veces la masa visible. En nuestra galaxia, estimaciones de la densidad local de la materia oscura típicamente da un valor de  $0.3 \text{ GeV cm}^{-3}$ , pero este resultado es muy sensible al modelo del halo de materia oscura en la galaxia.

Otras indicaciones de la presencia de materia oscura vienen de observaciones del movimiento de galaxias y gas caliente en cúmulos de galaxias. El resultado total es que la densidad de materia oscura es aproximadamente 0.2. Estudios en campos de velocidad a gran escala resultan en una densidad igual o mayor que 0.3. Sin embargo estos métodos de determinación requieren algunas suposiciones astrofísicas sobre cómo se forman las galaxias.



### 3. Experimentos con neutrinos.

En física, la teoría y el experimento siempre han ido ligados; descubrir un fenómeno físico provocaba la aparición de una teoría. Pero, a partir del siglo XX, la metodología cambió. Se comenzó a postular partículas y fenómenos físicos basándose en teorías y experimentos anteriores. Estas nuevas partículas teóricas no confirmadas experimentalmente hasta años más tarde, como ejemplo, los neutrinos, postulados por Pauli en 1930 y medidos experimentalmente veinticinco años después; o el famoso bosón de Higgs, predicho por el Modelo Estándar y aún sin confirmar.

Actualmente, no se conoce la masa de los neutrinos activos (asociados a leptones cargados) y se han establecido límites superiores. Además, los experimentos que miden las oscilaciones de neutrinos, como Super-Kamiokande, IceCube, etc, indican que esta masa no puede ser nula estableciéndose así un límite inferior distinto de cero.

Análogamente, la teoría predice la existencia de partículas, como son los neutrinos estériles, que según varias hipótesis ((ver refs:[VMMM12], [Li10], [Li11CAB], [Li11ADM], [Ha10])) describirían fenómenos como la materia oscura o el fondo cósmico de neutrinos. Pero no por ello dejan de ser meras hipótesis aún sin confirmar.

Los dos experimentos MARE y KATRIN establecerán un límite superior menor que el actual a la masa del neutrino electrónico, entre otras posibilidades.

También es posible que se confirmen los neutrinos estériles de  $keV$ , para ello se observa el espectro electrónico en un intervalo de energías  $Q_\beta - m^{(s)}$ .

#### 3.1. Experimento MARE

EL proyecto internacional MARE (De sus siglas en inglés “Microcalorimeter Array for a Rhenium Experiment”), tiene como objetivo medir la masa del neutrino electrónico con una precisión inferior al electronvoltio. Para ello, el proyecto se ha dividido en dos etapas:

- MARE 1, en la que se realiza una configuración del experimento (desde del año 2005). Consiste en una optimización de los cristales de renio y de los sensores como TES (“Transition Edge Sensors”), MMC (“Metallic Magnetic Calorimeters”) o MKID (“Metallic Kinetic Inductance Detectors”)
- MARE 2, etapa final donde se espera conseguir una precisión de  $m_\nu \sim 0.1 eV$ .

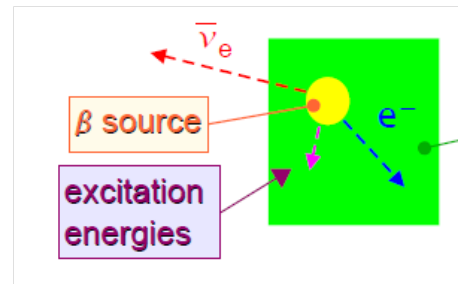


Figura 3.1: Esquema básico del detector MARE, la fuente está contenida dentro del calorímetro.

**Dispositivo** El experimento MARE consta de un calorímetro con una fuente emisora  $\beta^-$ , núcleos de renio 187, integrada en su interior. Esta configuración permite que toda la energía emitida en una desintegración  $\beta$  pueda ser medida excepto la energía del neutrino (invisible a los detectores). De este modo, las incertidumbres y errores sistemáticos debido a fuentes externas al dispositivo se eliminan.

La actividad de la muestra debe estar limitada para evitar las distorsiones espectrales y el “background” o ruido de fondo en la cola del espectro debido a efectos de “pile-up” (el detector integra varias señales como si fueran una única señal dando un valor erróneo y mayor del esperado).

Un valor bajo de  $Q$  de reacción permite una mayor densidad estadística (más puntos por intervalo de energía) en la cola del espectro, cerca del “end-point”. En el experimento MARE se utiliza Renio 187, cuya es muy baja,  $Q_{\beta}(Re) = 2.46keV$ .

**Funcionamiento** Los detectores térmicos aumentan su temperatura debido a las contribuciones de los electrones emitidos y de otras posibles excitaciones iniciales.

Las medidas están libres de errores sistemáticos inducidos por las posibles pérdidas en la fuente y/o por problemas derivados de estados excitados finales, ya que se evitan configurando la ventana de detección mayor que la vida de estos estados.

Se utiliza cristales metálicos de renio, con una abundancia del 60 % de  $^{187}Re$ . Estos cristales se encuentran en un estado superconductor (a temperaturas en torno a  $1.6 K$ ) consiguiendo una alta sensibilidad gracias a su reducida capacidad térmica en este estado.

**Experimentos con renio-187.** Con anterioridad a MARE, se han llevado a cabo otros experimentos con  $^{187}Re$ : MANU y MIBETA.

MANU usaba un detector NTD termistor pegado a los cristales metálicos de renio, mientras que MIBETA, usaba un dispositivo de ocho termistores de silicio con cristales de  $AgReO_4$ . Ambos experimentos recopilaban datos durante años hasta conseguir  $10^7$  eventos. Dieron con límites a la masa del neutrino electrónico de  $26 eV$  (95 % CL) y de  $15 eV$  (90 % CL) respectivamente.

Para los anteriores experimentos como MANU y MIBETA, aumentar la sensibilidad en un factor 100 conlleva un aumento de un factor  $10^8$  en las desintegraciones, siendo necesarios  $10^{15}$  eventos. En el caso del MARE, para conseguir sensibilidades de  $0.2 eV$  son necesarios 10 años,  $4 \cdot 10^4$  detectores con  $10 mg$  de renio cada uno y una actividad de la muestra de  $10 s^{-1}$ .

Aunque el MARE se construyó principalmente para trabajar con núcleos de renio, también es posible estudiar espectros de captura electrónica, como podría ser el caso del Holmio 163 (ref. [Li11ADM][Li11ADM, RuLu82]) que se desintegra en neutrinos y en átomos excitados de Disprosio y estos a su vez en átomos de disprosios en el estado fundamental y fotones de rayos X (ver sección de captura electrónica). Los principales problemas de la detección en MARE son el “pile up” y el ruido de fondo.

### 3.2. Experimento KATRIN

El experimento Karlsruhe Tritium Neutrino (KATRIN) se ha diseñado para medir la masa del neutrino electrónico con una precisión de  $0.2 eV$ .

**Dispositivo** Consta de un MAC-E-filter (“Magnetic Adiabatic Collimation with an Electrostatic filter”), es espectrómetro electrostático guiado con un campo magnético inhomogéneo el cual alcanza su mínimo cuando el retardo electrostático es máximo). El principio físico fue introducido a finales de los años 70 y principios de los 80 en el campo de la física de plasma y de espectroscopia electrónica y adaptado por Troitsk [Lob85] y Mainz [pic92a].

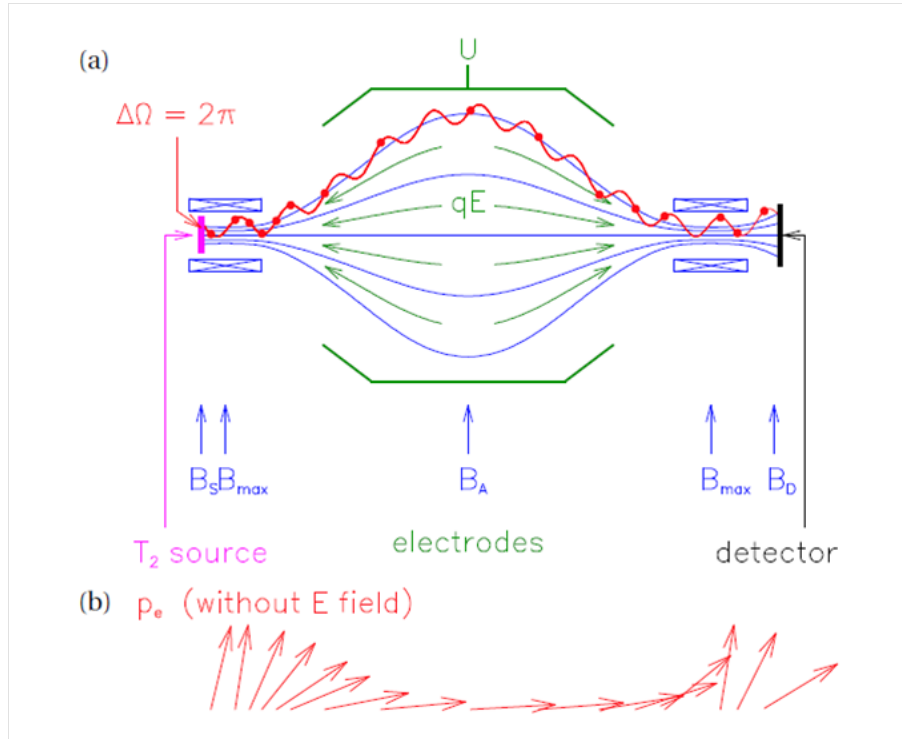


Figura 3.2: (a) Esquema de un espectrómetro electrostático (MAC-E filter). Los electrones provenientes de la fuente (source) son guiados através de un campo magnético (en rojo). Sólo aquellos electrones con suficiente energía longitudinal pueden atravesar la barrera  $B_A$  y volver a acelerarse dentro del detector. (b) Se muestra el cambio en el momento según la dirección del campo magnética (axial). Para esta gráfica, el retardo electrostático no se ha considerad sólomente el gradiente magnético.

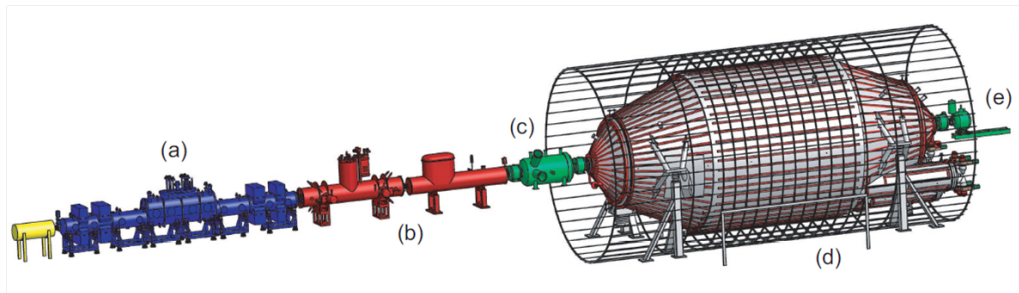


Figura 3.3: Vista general del experimento KATRIN. La longitud total es aproximadamente de 70 metros. Se ha dividido en varias partes: (a) calibración, sistemas de monitoreo y fuente de tritio gaseosa sin ventana, (b) transporte en vacío, (c) espectroscopio previo, (d) espectroscopio principal y (e) detector.

La resolución dada por el MAC-E-filter es un cociente entre los campos magnético mínimo y máximo multiplicado por la energía total del electrón inicial:

$$\Delta E = E_{inicial} \frac{B_{min}}{B_{max}} \quad (3.1)$$

Los principales problemas del método son:

- Pérdida de energía ( $\delta E$ ) debido a dispersiones elásticas e inelásticas.
- Fluctuaciones en la columna de la densidad en la fuente gaseosa de tritio, las cuales influyen en las tasas de desintegraciones. Se corrige con una buena estabilización de la fuente y motorizando las posibles fluctuaciones restantes.
- La distribución final de la molécula hijo ( ${}^3\text{He}{}^3\text{H}$ ).
- Fluctuaciones en la escala absoluta de energías definidos por la diferencia de potencial entre la fuente y el detector. Se corrige con una buena precisión en los potenciales y una correcta calibración.
- Fluctuaciones en la forma del espectro de electrones debido a inhomogeneidades en el campo eléctrico que provocan un ensanchamiento y la aparición de manchas en el espectro. Son tratadas en la calibración.
- efecto Doppler en las energías de los electrones debido al posible movimiento de las moléculas de tritio.
- energía perdida por radiación sincrotrónica.

## 4. Núcleos de estudio

Nuestros núcleos sufren desintegraciones  $\beta^-$ , captura electrónica o de neutrinos. Dependiendo del tipo de reacción, la tasa diferencial de desintegración/captura tendrá una forma característica. En el caso de desintegraciones  $\beta^-$  aparecen los momentos  $p_e$  y  $p_\nu$ , referidos a los electrones y neutrinos emitidos. Para la captura electrónica sólo contamos con el momento del neutrino multiplicado por el solapamiento de las funciones nucleares y electrónicas atómicas y una función Breit-Wigner con una cierta anchura característica de la capa atómica. Para la captura de neutrinos, además del momento del electrón emitido, debemos tener en cuenta la densidad local de neutrinos. Recordar que En los procesos de captura son dos los productos originados por la reacción nuclear, el núcleo hijo y el neutrino (electrón) para captura electrónica (captura de neutrinos).

Los resultados teóricos, obtenidos con programas de cálculo numérico para:

1. desintegraciones  $\beta^-$  y captura de neutrinos de los núcleos  $^{187}Re$ ,  $^{107}Pd$  y  $^3H$ ;
2. captura electrónica para núcleos de  $^{157}Tb$ ,  $^{163}Ho$ ,  $^{194}Hg$  y  $^{202}Pb$ ;

Estos son: tasas de desintegración diferencial, y Kurie-plots, en función de la energía cinética ( $E_e - m_e c^2$ ) o del momento lineal del electrón.

La notación empleada es la siguiente, *superíndices* para designar la naturaleza del neutrino: (*l*) para neutrinos activos y (*s*) para estériles; *subíndices* para designar las ondas, *s* ó *p*, implicadas.

### 4.1. Desintegraciones $\beta^-$

Estudiamos las desintegraciones  $\beta^-$  de los núcleos de Renio 187 y de Tritio, que se están empleando en los experimentos MARE y KATRIN. Además se propone núcleos de Paladio 107 como alternativa experimental a núcleos de Renio.

#### 4.1.1. Renio.

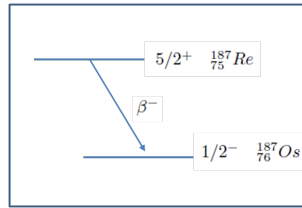


Figura 4.1: Transición  $\beta^-$  de núcleos de Renio 187

Los núcleos de  $^{187}Re$ , en su estado fundamental  $5/2^+$ , se desintegran  $\beta^-$  a núcleos de  $^{187}Os$  en su estado fundamental  $1/2^-$ .



El cambio del momento angular total es dos,  $\Delta J = 5/2 - 1/2 = 2$ . También hay cambio en la paridad,  $\Delta\pi = 1$ . El sistema leptónico ( $e^-$  y  $\bar{\nu}_{e-}$ ) posee un momento angular orbital  $L = 1$ , que según las reglas de transición, cuadro 1.1, resulta primera prohibida y  $S = 1$  del tipo Gamow-Teller pura.

Los valores medidos para núcleos de Renio 187 son [Aud03]:

$$Q_\beta(Re) = 2.469 \pm 0.004 \text{ keV} \quad (4.2)$$

$$\tau_{Re} = 1.979 \cdot 10^{18} s \quad (4.3)$$

La tasa diferencial de desintegración total es suma de dos contribuciones correspondientes a la emisión de electrones en onda s ( $e^-[s_{1/2}]$ ,  $\bar{\nu}_e[p_{3/2}]$ ) o en onda p ( $e^-[p_{3/2}]$ ,  $\bar{\nu}_e[s_{1/2}]$ ):

$$\frac{d\Gamma}{dE_e} = \frac{d\Gamma_{p_{3/2}}}{dE_e} + \frac{d\Gamma_{s_{1/2}}}{dE_e} \quad (4.4)$$

Cada una de las contribuciones tienen la forma dada en la ecuación (ver 1.20)

$$\frac{d\Gamma_l^{(\chi)}}{dE_e} = C B_{Re} R_{Re}^2 p_e p_{\nu(\chi)} E_e (E_0 - E_e) F_0(Z, E_e) S_l(p_e, p_{\nu(\chi)}) \theta(E_0 - E_e - m_{\nu(\chi)}) \quad (4.5)$$

donde  $(\chi)$  indica el tipo de neutrino; el subíndice  $l$  puede tomar los valores 0 ó 1 para onda electrónica  $s_{1/2}$  ó  $p_{3/2}$  respectivamente;  $\theta(E_0 - E_e - m_{\nu(\chi)})$  es la función paso,  $R_{Re}$  es el radio nuclear,  $C = 2.08 \times 10^{-36} \text{ keV}^{-4}$  (ecuación 1.21) y  $B_{Re}$  es el elemento de matriz nuclear reducido al cuadrado el cual puede ser calculado a partir de la semivida experimental del  $^{187}Re$ , (4.3) mediante la fórmula,

$$B_{Re}^{-1} = \tau C R_{Re}^2 \int_{m_e}^{E_0} p_e p_{\nu} E_e (E_0 - E_e) F_0(Z, E_e) S(p_e, p_{\nu}) dE_e \quad (4.6)$$

y toma el valor  $B_{Re} \simeq 3.6 \times 10^{-4}$  para valores del radio nuclear del renio de  $R_{Re} \simeq 1.2(187)^{1/3} \text{ fm} = 6.86 \text{ fm}$ .

El elemento de matriz reducido entre los estados fundamentales del Osmio y Renio 187 es,

$$B_{Re} = \frac{g_A^2}{6R_{Re}^2} \left\langle \left\langle {}^{187}Os(1/2^-) \left\| \sum_{j=1}^{A=187} \tau_j^- [\vec{\sigma}_j \otimes \vec{r}_j]_2 \right\| {}^{187}Re(5/2^+) \right\rangle \right\rangle^2 \quad (4.7)$$

donde  $g_A = c_A/c_V \simeq 1.26$  es el cociente de la constante axial entre la constante vectorial de la interacción débil cargada, y  $[\vec{\sigma}_j \otimes \vec{r}_j]_2$  es un tensor de rango dos dado por la expresión  $[\vec{\sigma}_j \otimes \vec{r}_j]_{2\mu} = \sum_{p,q=\pm 1,0} \langle 1p1q|2\mu \rangle \sigma_p r_q$  con  $\mu = \pm 2, \pm 1, 0$ ;  $\sigma_j$  y  $r_j$  son el espín nuclear y la coordenada espacial respectivamente y  $\tau_j^-$  es el operador de isoespín que transforma un neutrón en protón ( $Re \rightarrow Os$  es una desintegración  $\beta^-$ ).

Se estudian las contribuciones de las ondas s y ondas p a la tasa diferencial de desintegración por separado.

Además se mezcla un neutrino de masa ligera con otro estéril (cuya masa es del orden de kiloelectronvoltios) para distintos ángulos según la fórmula:

$$\frac{d\Gamma}{dE_e} = \frac{d\Gamma_{p_{3/2}}^{(l)}}{dE_e} \cos^2 \zeta + \frac{d\Gamma_{p_{3/2}}^{(s)}}{dE_e} \sin^2 \zeta + \frac{d\Gamma_{s_{1/2}}^{(l)}}{dE_e} \cos^2 \zeta + \frac{d\Gamma_{s_{1/2}}^{(s)}}{dE_e} \sin^2 \zeta \quad (4.8)$$

#### 4.1.2. Paladio.

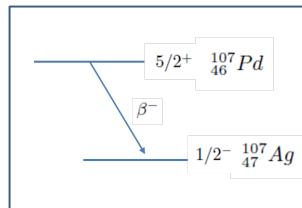


Figura 4.2: Transición  $\beta^-$  de núcleos de Paladio 107.

La desintegración  $\beta^-$  entre los estados fundamentales del Paladio 107 ( $5/2^+$ ) a núcleos de plata 107 ( $1/2^-$ ) es primera prohibida, al igual que el caso anterior del renio.



El formalismo es idéntico al empleado en el Renio, y las ecuaciones son las misma con la salvedad de las constantes.

El caso del Paladio 107 el valor experimental de  $Q$  es :

$$Q_\beta(Pd) = 34.2 \pm 2.7 \text{ keV} \quad (4.10)$$

y la vida media

$$\tau = 2.96 \cdot 10^{14} \text{ s} \quad (4.11)$$

#### 4.1.3. Tritio.

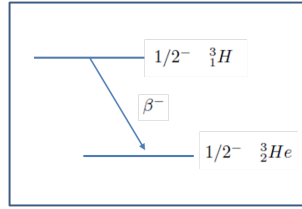


Figura 4.3: Transición  $\beta^-$  de núcleos de Tritio.

La desintegración entre los estados fundamentales de núcleos de Tritio y de Helio 3 es  $\beta^-$  permitida, ya que se produce entre estados con el mismo  $J$  y paridad:  $1/2^-$  para ambos núcleos.



La transición es del tipo Fermi y Gamow-Teller, el elemento de matriz reducido será suma de las intensidades de transición Fermi y Gamow-Teller (ecuaciones (1.35) y (1.37) respectivamente):

$$B_T = B_F + B_{GT} \quad (4.13)$$

donde:

$$B_F = \frac{1}{2} \left| \left\langle {}^3He(1/2^+) \left\| \sum_{j=1}^{A=187} \tau_j^- \right\| {}^3H(1/2^-) \right\rangle \right|^2 \quad (4.14)$$

$$B_{GT} = \frac{g_A^2}{2} \left| \left\langle {}^3He(1/2^+) \left\| \sum_{j=1}^{A=187} \sigma \tau_j^- \right\| {}^3H(1/2^-) \right\rangle \right|^2 \quad (4.15)$$

El valor de la energía beta y vida media del tritio son:

$$Q_\beta(T) = 18.591 \pm 0.001 \text{ keV} \quad (4.16)$$

$$\tau_T = 5.61 \cdot 10^8 \text{ s} \quad (4.17)$$

El cálculo de la tasa diferencial de desintegración es similar al efectuado con núcleos de Renio. Ahora sólo hay contribución de las ondas  $s$  de los electrones emitidos, entonces la ecuación (4.5) toma la expresión:

$$\frac{d\Gamma_{s1/2}^{(\chi)}}{dE_e} = CB_T p_e p_{\nu(\chi)} E_e (E_0 - E_e) F_0(Z, E_e) S(p_e, p_{\nu}) \theta(E_0 - E_e - m_{\nu}^{(\chi)}) \quad (4.18)$$

donde  $(\chi)$  indica el tipo de neutrino, ligero ( $l$ ) o estéril ( $s$ ); y por ser una transición permitida,  $S = 1$ . A partir de los valores experimentales de la vida media del tritio, obtenemos:  $B_T = 5.61$ .

Nuestra tasa diferencial de desintegración con mezcla de neutrino ligero con neutrino estéril (pesado) para un ángulo de  $\zeta$ , es:

$$\frac{d\Gamma}{dE_e} = \frac{d\Gamma_{s1/2}^{(l)}}{dE_e} \cos^2 \zeta + \frac{d\Gamma_{s1/2}^{(s)}}{dE_e} \sin^2 \zeta \quad (4.19)$$

## 4.2. Captura electrónica

### 4.2.1. Holmio

Motivados por el artículo de *Rújula et al.*, [RuLu82] reproducimos los valores y el espectro de captura electrónica. La energía máxima que podremos observar será  $Q_{E.C.} = 2.555 \pm 0.016 \text{ keV}$  [Aud03]. Es una transición permitida del tipo Gamow-Teller; el estado fundamental del Holmio es  $7/2^-$  y del Disprosio es  $5/2^-$  lo que conlleva un  $\Delta J = 1$  con  $\Delta L = 0$  y  $\Delta S = 1$ .

El proceso es el siguiente:

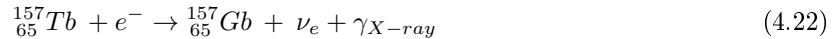


o bien



### 4.2.2. Terbio

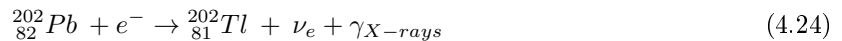
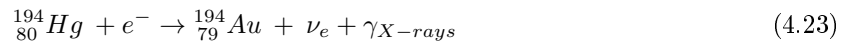
La reacción que tiene lugar es la siguiente:



Con  $Q_{E.C.} = 60.05 \pm 0.30 \text{ keV}$  ([Aud03]). Además se trata de una transición primera prohibida del tipo GT

### 4.2.3. Mercurio y Plomo

Las reacciones del Mercurio 194 (transición primera prohibida del tipo Gamow-Teller y del tipo Fermi) y del Plomo 202 (transición primera prohibida del tipo GT) son las siguientes:



Los valores de  $Q_{E.C.}(Hg) = 29 \pm 4 \text{ keV}$  ([Eli10]) y  $Q_{E.C.} = 50 \pm 15 \text{ keV}$  ([Aud03]).



## Parte II

# Resultados

El presente trabajo pretende exponer propiedades de los espectros de las desintegraciones  $\beta$  y de captura de electrones y neutrinos siempre considerando la presencia de neutrinos con masas situadas en las décimas de electronvoltios. Así mismo se exponen los intervalos de energías donde pueden aparecer atisbo de neutrinos estériles con masas del orden de keV. Teorías, como las anteriormente descritas en la física de neutrinos (mecanismo seesaw, neutrinos de Majorana, etc) permiten inferir valores masas de neutrinos bajo unas ciertas condiciones iniciales.

## 5. Efecto de las masas de los neutrinos ligeros en los espectros beta.

Analizamos la forma del espectro electrónico de las desintegraciones  $\beta^-$  para masas de neutrinos activos,  $m_\nu = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1 eV$ , . El límite superior experimental de la masa del neutrino electrónico se sitúa en las pocas decenas de electronvoltios, con una precisión que con los experimentos MARE y KATRIN se espera que llegue a  $0.2 eV$  .

La energías disponibles (valores  $Q$ ) en las desintegraciones y capturas estudiadas (ver apartado de Núcleos de estudio) son del orden de unidades o decenas de keV, hasta cuatro órdenes de magnitud mayores que las masas de neutrinos ligeros que se han usado en los cálculos. Por ello debe hacerse una ampliación cerca del final (end-point) de los espectros para poder visualizar el efecto de las distintas masas de neutrinos ligeros. Las tasas de desintegración diferencial para los distintos núcleos desplazan el valor del end-point,  $Q = Q_\beta - m_\nu^{(l)}$  . Además, la forma del espectro también cambia, la tasa diferencial de desintegración es vertical en el límite de  $T_e = Q$  (tiende a una pendiente infinita). Para masas nulas, en cambio, la tasa decrece suavemente y la pendiente tiende a ser horizontal, pendiente nula, en el límite de  $T_e = Q_\beta$ .

Otra observación es la diferencia de magnitud de la tasa de desintegración para las ondas s y las ondas p en los núcleos con desintegraciones primeras prohibidas, como son el Renio y Paladio. Esta diferencia aumenta al acercarse al end-point, siendo aún más dominantes las ondas p.

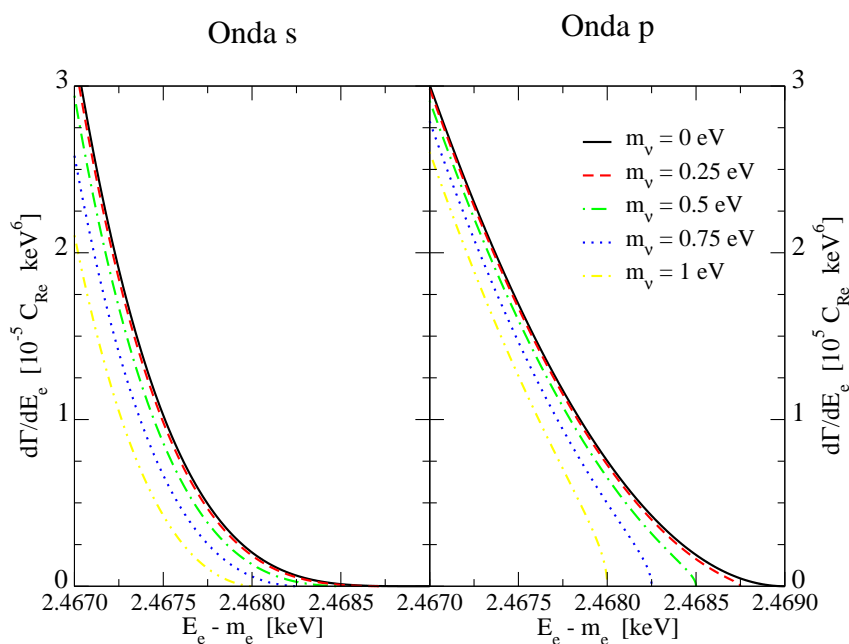


Figura 5.1: Tasa diferencial de desintegración de ondas s y p para núcleos de  $^{187}\text{Re}$ . Se han considerado distintos valores para la masa de neutrino ligero,  $m_\nu^{(l)} = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1 \text{ eV}$ , según la leyenda de colores indicada. Se ha efectuado un zoom en la cola del espectro.

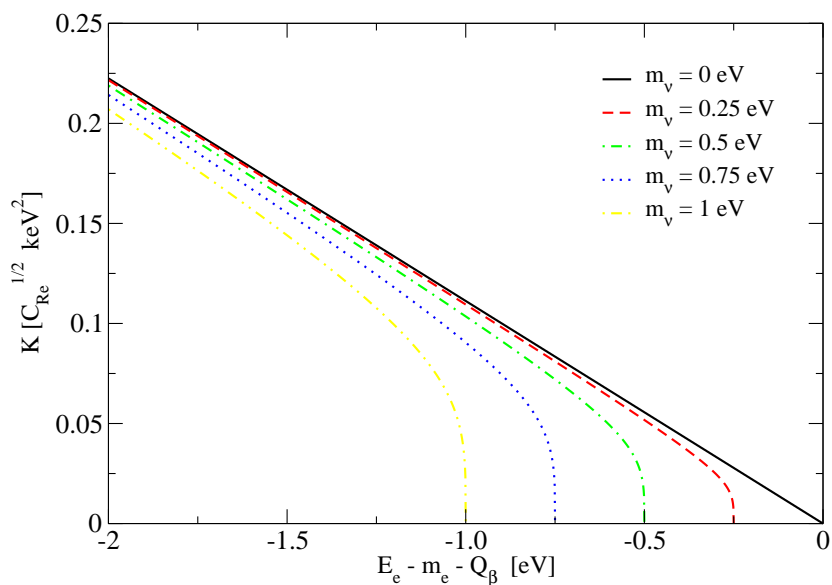


Figura 5.2: Kurie-plot para núcleos de  $^{187}\text{Re}$ . La gráfica Kurie-plot contiene la dependencia con ambas ondas (s+p). Se han considerado distintos valores para la masa de neutrino ligero,  $m_\nu^{(l)} = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1 \text{ eV}$ , según la leyenda de colores indicada. Se ha efectuado un zoom, ya que  $Q_\beta(^{187}\text{Re}) = 2.469 \text{ keV}$ .

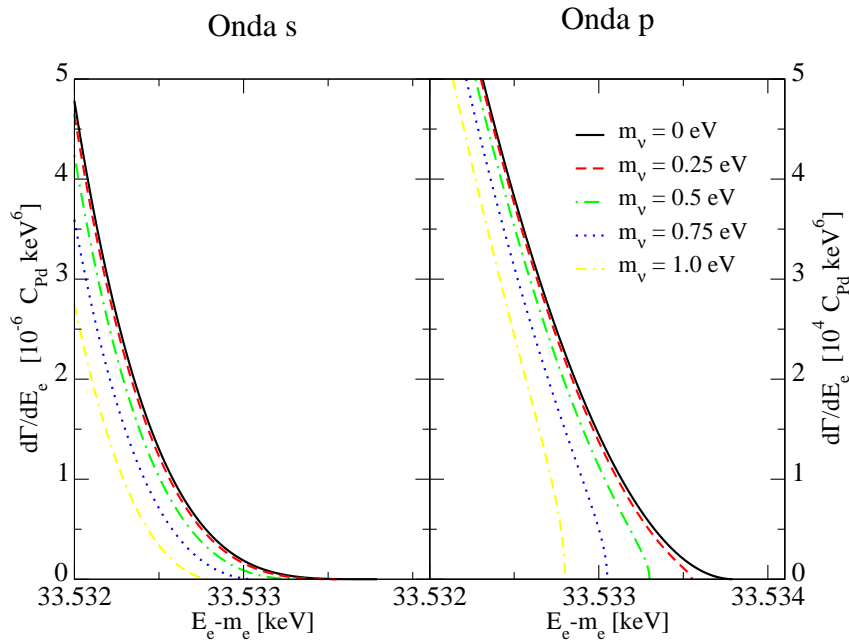


Figura 5.3: Tasa diferencial de desintegración de ondas s y p para núcleos de  $^{107}Pd$ . Distintos valores de la masa de neutrino ligero,  $m_\nu^{(l)} = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1 \text{ eV}$ . Se ha efectuado un zoom en la cola del espectro.

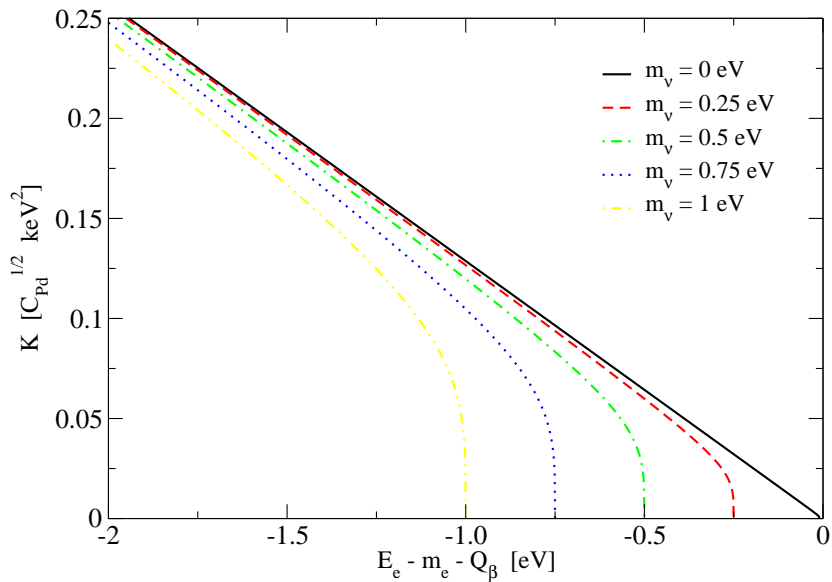


Figura 5.4: Zoom a la gráfica Kurie-plot para núcleos de  $^{107}Pd$ . El Kurie-plot contiene las contribuciones de ambas ondas (s+p). Distintos valores de la masa de neutrino ligero,  $m_\nu^{(l)} = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1 \text{ eV}$ .

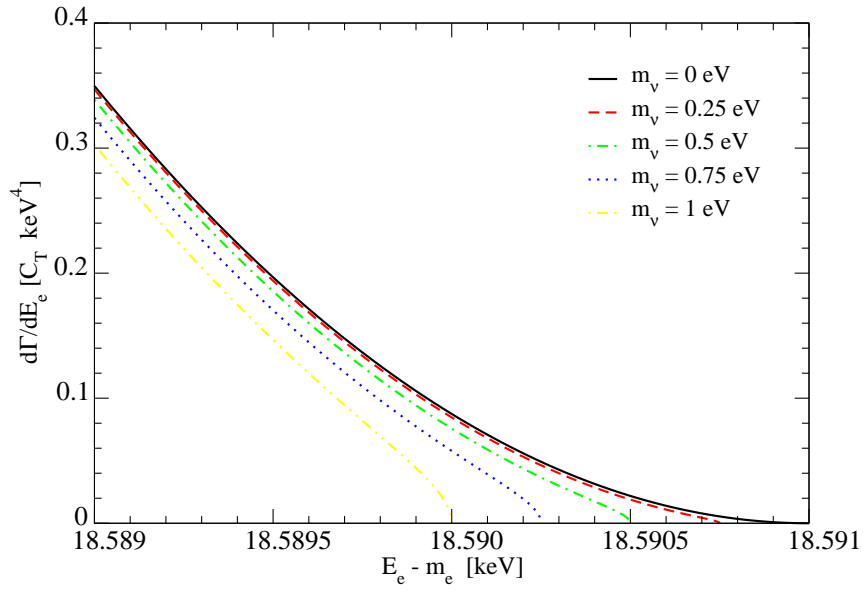


Figura 5.5: Tasa diferencial de desintegración para núcleos de Tritio con distintos valores de masa de neutrino ligero,  $m_\nu^{(l)} = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1 \text{ eV}$ . Se ha efectuado un zoom en la cola del espectro.

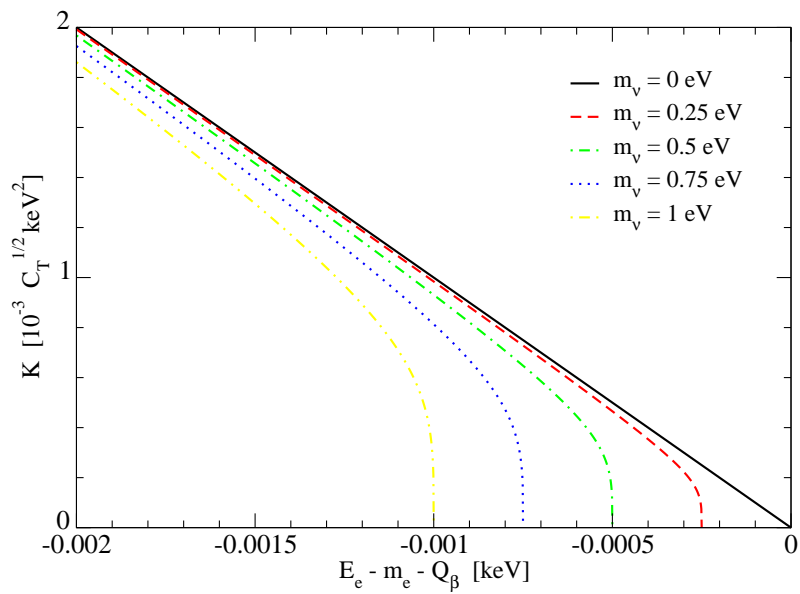


Figura 5.6: Zoom a la gráfica Kurie-plot para núcleos de Tritio con distintos valores de masa de neutrino ligero,  $m_\nu^{(l)} = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1 \text{ eV}$ .

## 6. Efecto de la presencia de neutrinos estériles (WDM) en los espectros beta.

En nuestros cálculos la masa del neutrino estéril toma los valores 0.5, 1, 1.5, 2.0 y 2.5 keV. Estas masas son sugeridas por observaciones cosmológicas y astrofísicas como candidatos a ser uno de los constituyentes de la materia oscura templada (*warm dark matter*, WDM).

Se calcula además una posible mezcla de autoestados de masa ligeros (con masa nula) con un autoestado de masa pesado o neutrino estéril con un valor de  $m_\nu^{(s)} = 1.0 \text{ keV}$ . (ver ecuación 2.20 y 4.8). Se representan gráficas cualitativas donde el ángulo de mezcla es muy grande,  $\zeta = 40^\circ$ , para observar el escalón (*kink*) que se produce a energías  $E_e - m_e = Q_\beta - m_\nu^{(s)}$ . Este ángulo no tiene sentido físico, pero da una idea cualitativa del efecto de la mezcla del neutrino estéril en el espectro. También se emplean ángulos de mezcla mucho menores, del orden de las centésimas y décimas de grado ([VMMM12]), pero su efecto es difícil de observar en las gráficas de espectros. Para ello se utiliza la función  $\mathcal{R}$  (ver ecuación 2.21), que nos permite estudiar pequeñas contribuciones a la mezcla de neutrinos estériles y ligeros.

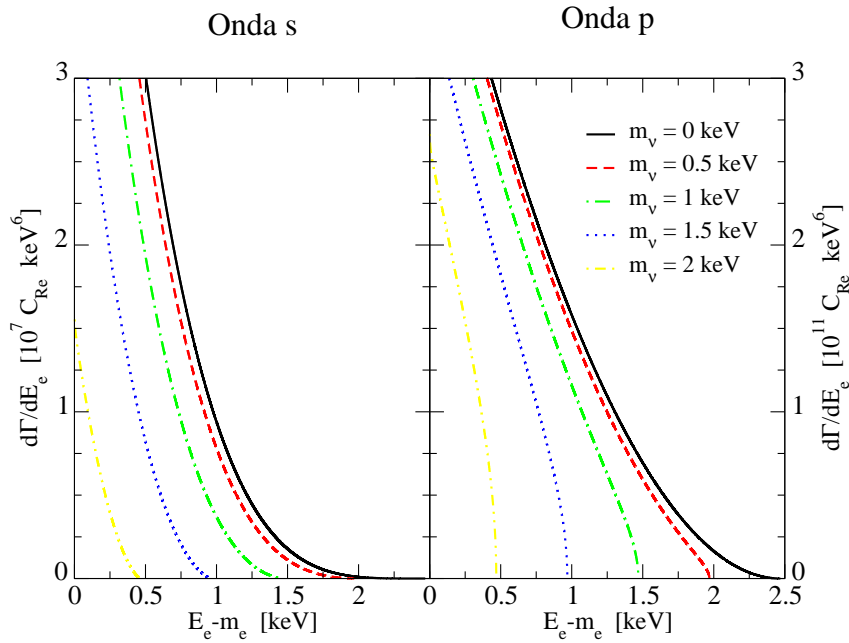


Figura 6.1: Tasa diferencial de desintegración para ondas s y p para núcleos de  $^{187}\text{Re}$ . Se considera diferentes masas del neutrino estéril WDM,  $m_\nu^{(s)} = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 \text{ keV}$

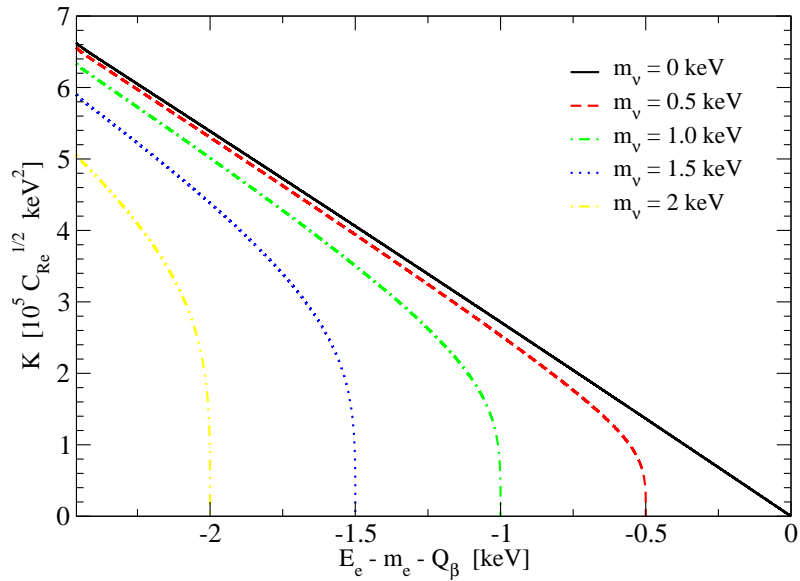


Figura 6.2: Kurie-plot para núcleos de  $^{187}\text{Re}$ . Se considera diferentes masas del neutrino estéril pesado,  $m_\nu^{(s)} = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 \text{ keV}$ .

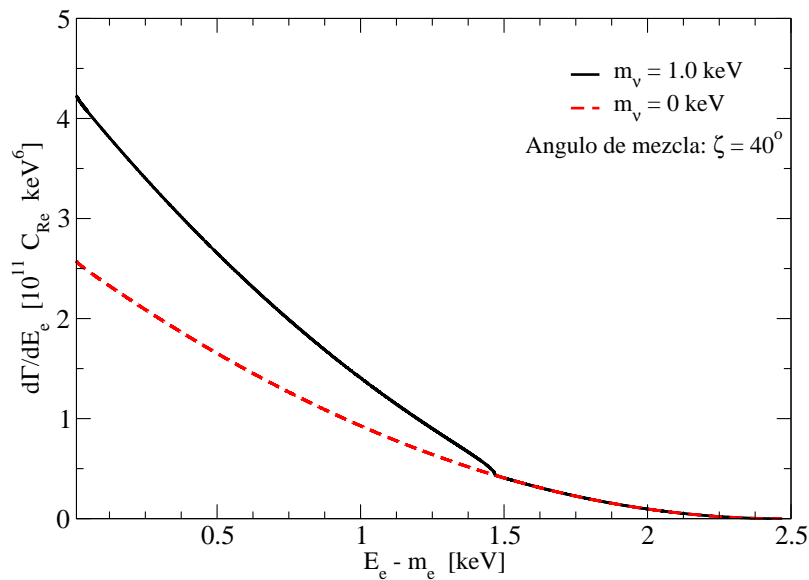


Figura 6.3: Tasa diferencial de desintegración  $\beta$  total (ondas s y p) cualitativa, para núcleos de  $^{187}\text{Re}$ , respecto a la  $T_e = E_e - m_e$  (E. cinética del electrón). Mezcla de neutrino ligero ( $m_\nu^{(l)} = 0 \text{ eV}$ ) con neutrino estéril ( $m_\nu^{(s)} = 1 \text{ keV}$ ) para un ángulo de mezcla  $\zeta = 40^\circ$ .

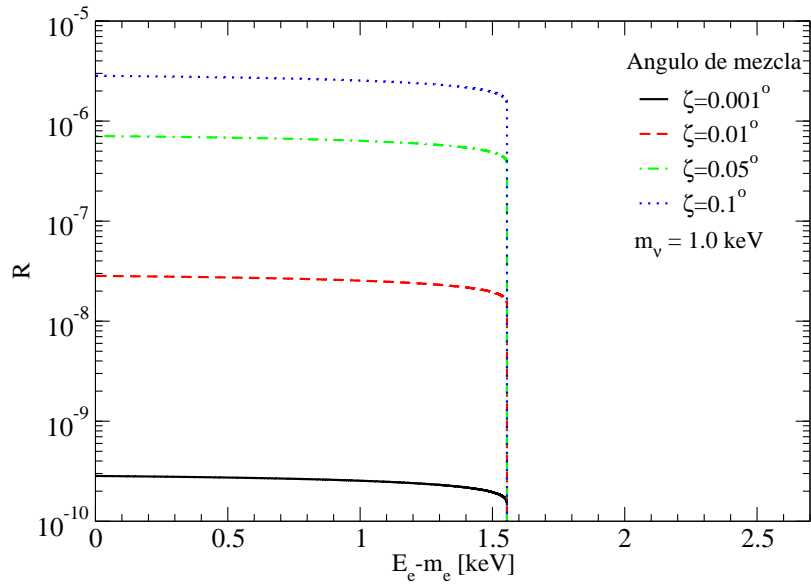


Figura 6.4: Cociente de contribuciones a la mezcla,  $\mathcal{R}$ , respecto a la energía cinética del electrón ( $E_e - m_e$ ) para núcleos de  $^{187}\text{Re}$ . La gráfica de la derecha representa la mezcla de un neutrino ligero ( $0eV$ ) con otro pesado de masa  $1keV$  para varios ángulos de mezcla,  $\zeta = 0.001^\circ$ ,  $0.01^\circ$ ,  $0.05^\circ$ ,  $0.1^\circ$ .

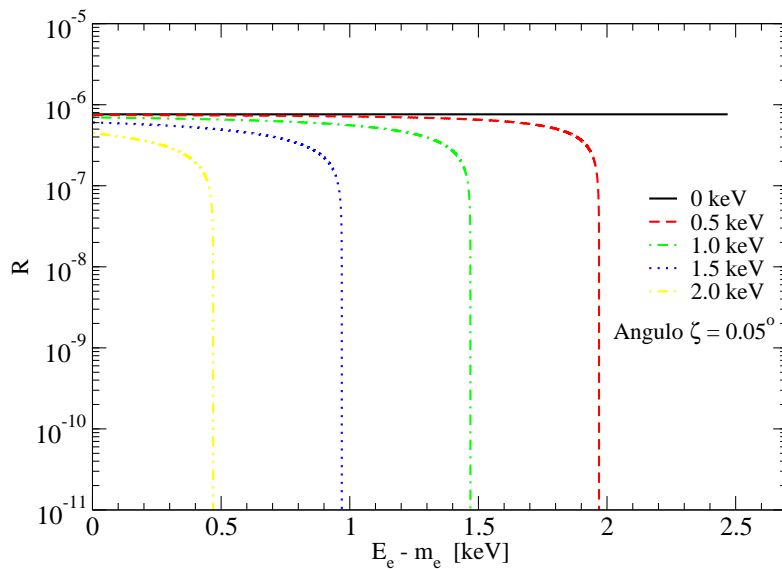


Figura 6.5: Cociente de contribuciones a la mezcla,  $\mathcal{R}$ , respecto a la energía cinética del electrón ( $E_e - m_e$ ) para núcleos de  $^{187}\text{Re}$ . La gráfica representa la mezcla de un neutrino ligero ( $0eV$ ) con otro pesado para varias masas de este,  $m_\nu^{(s)} = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 keV$ . El ángulo de mezcla considerado es  $\zeta = 0.05^\circ$ .

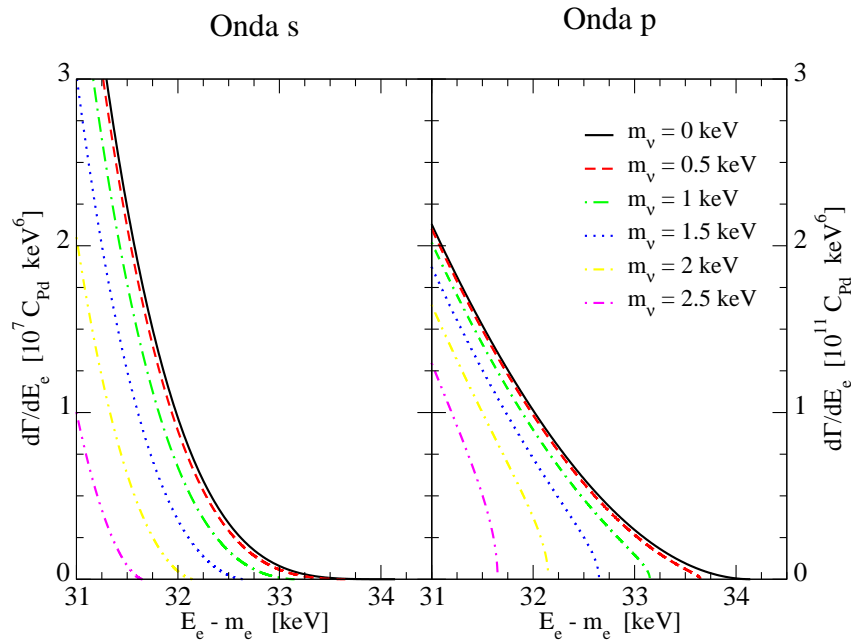


Figura 6.6: Tasa diferencial de desintegración para ondas s y p para núcleos de  $^{107}\text{Pd}$ . Se ha considerado distintas masas de neutrino estéril pesado,  $m_\nu^{(s)} = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 \text{ keV}$ .

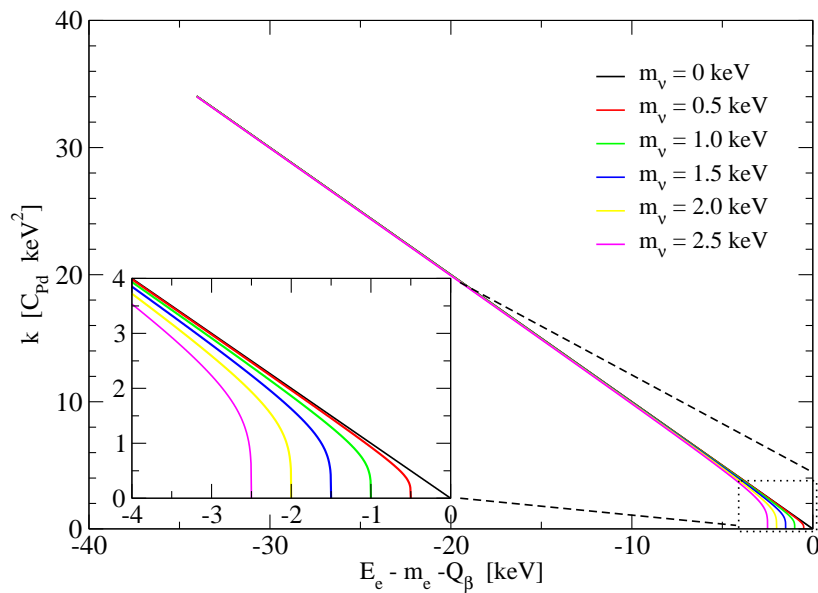


Figura 6.7: Kurie-plot para núcleos de  $^{107}\text{Pd}$  para el espectro total. Además se ha incluido un zoom de la parte final, donde se visualiza los neutrinos estériles. Se ha considerado distintas masas de neutrino estéril pesado,  $m_\nu^{(s)} = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 \text{ keV}$ . Las unidades en los ejes de la ampliación se mantienen.



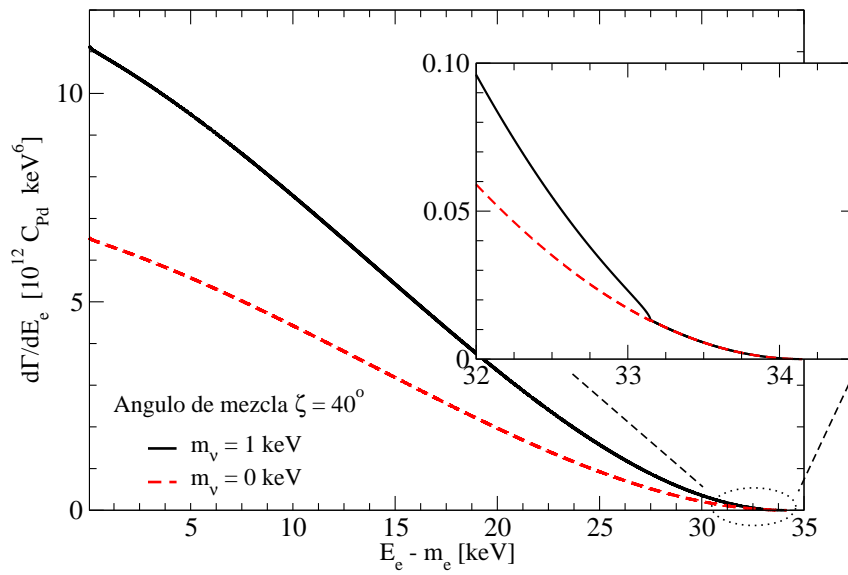


Figura 6.8: Tasa diferencial de desintegración  $\beta$  total (ondas s y p) para núcleos de  $^{107}\text{Pd}$  respecto a la  $T_e = E_e - m_e$  ( $E_e$  cinética del electrón). Mezcla de neutrino ligero ( $m_\nu^{(l)} = 0 \text{ eV}$ ) con neutrino estéril ( $m_\nu^{(s)} = 1 \text{ keV}$ ) para un ángulo de mezcla grande,  $\zeta = 40^\circ$ . Se representa el espectro total ( $0 - Q_\beta$ ), y además una ampliación cerca del “end-point” ( $Q_\beta = 34.15 \text{ keV}$ ). La línea negra continua representa la mezcla, mientras que la línea roja discontinua sería la tasa para un neutrino ligero de  $0 \text{ eV}$ . Las unidades en los ejes de la ampliación se mantienen.

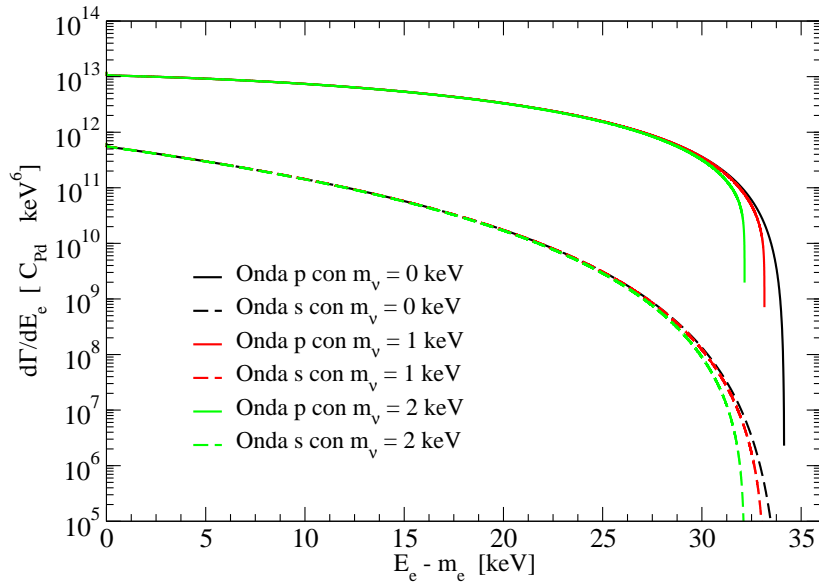


Figura 6.9: Gráfica comparativa de tasas diferenciales de desintegración para ondas s (líneas discontinuas) y p (líneas continuas) para núcleos de  $^{107}\text{Pd}$ . Se representa la variación respecto a distintas masas de neutrino estéril  $m_{\nu}^{(s)} = 1.0$  y  $2.0$  keV y además, se incluye como referencia las ondas s y p para una masa de neutrino ligero de,  $m_{\nu} = 0$  keV.

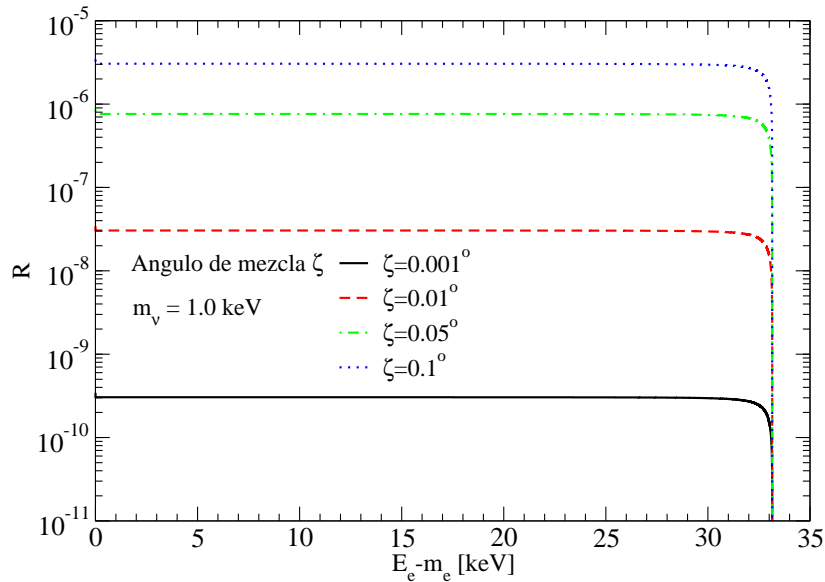


Figura 6.10: Cociente de contribuciones a la mezcla,  $\mathcal{R}$ , respecto a la energía cinética del electrón ( $E_e - m_e$ ) para núcleos de  $^{107}\text{Pd}$ . La gráfica de la derecha representa la mezcla de un neutrino ligero ( $0\text{eV}$ ) con otro neutrino pesado ( $1\text{keV}$ ) donde se varía el ángulo de mezcla,  $\zeta = 0.001^\circ$ ,  $0.01^\circ$ ,  $0.05^\circ$ ,  $0.1^\circ$ .

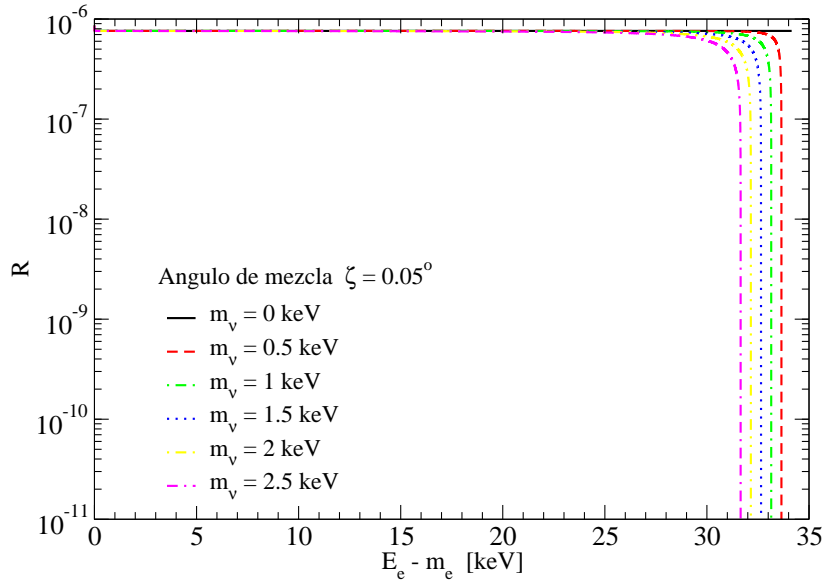


Figura 6.11: Cociente de contribuciones a la mezcla,  $\mathcal{R}$ , respecto a la energía cinética del electrón ( $E_e - m_e$ ) para núcleos de  $^{107}\text{Pd}$ . La gráfica de la izquierda representa la mezcla de un neutrino ligero ( $0\text{eV}$ ) con otro neutrino pesado para varias masas de este,  $m_\nu^{(s)} = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 \text{ keV}$ ; con un ángulo de mezcla de  $\zeta = 0.05^\circ$ .

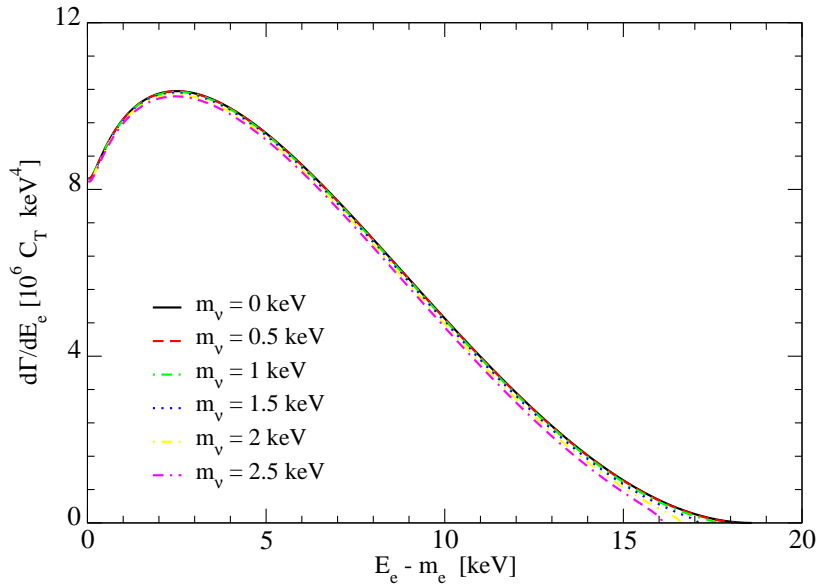


Figura 6.12: Tasa diferencial de desintegración para núcleos de Tritio. Distintas masas de neutrino estéril  $m_\nu^{(s)} = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 \text{ keV}$ .

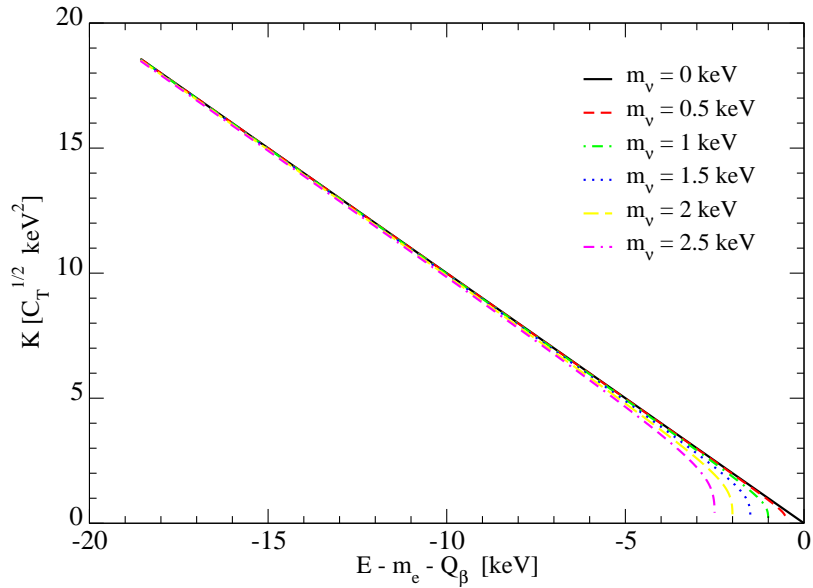


Figura 6.13: Kurie-plot para núcleos de Tritio para distintos valores de masas de neutrino estéril  $m_\nu^{(s)} = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 \text{ keV}$ .

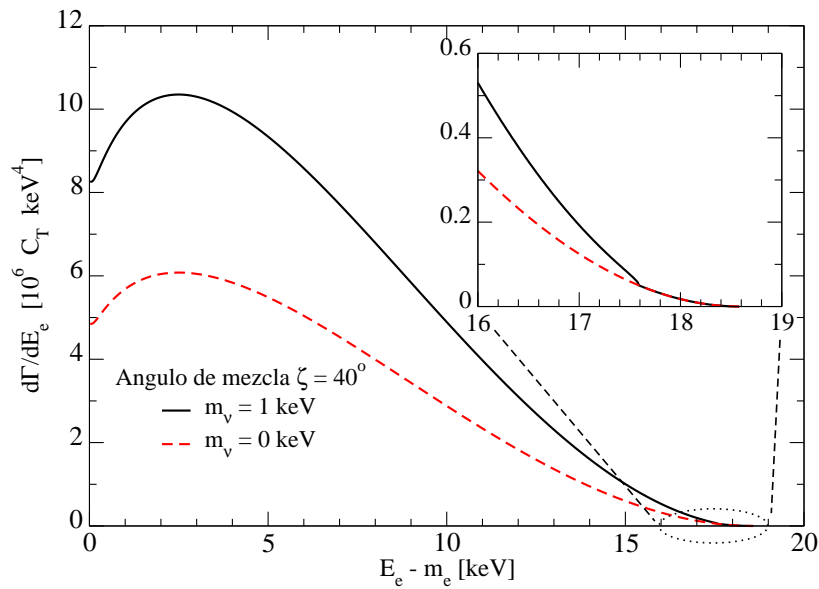


Figura 6.14: Tasa diferencial de desintegración  $\beta$  total para núcleos de Tritio respecto a la  $T_e = E_e - m_e$  ( $E_e$  cinética del electrón). Mezcla de neutrino ligero ( $m_\nu^{(l)} = 0 \text{ eV}$ ) con neutrino estéril ( $m_\nu^{(s)} = 1 \text{ keV}$ ) para un ángulo de mezcla grande,  $\zeta = 40^\circ$ . Las unidades en los ejes de la ampliación se mantienen.

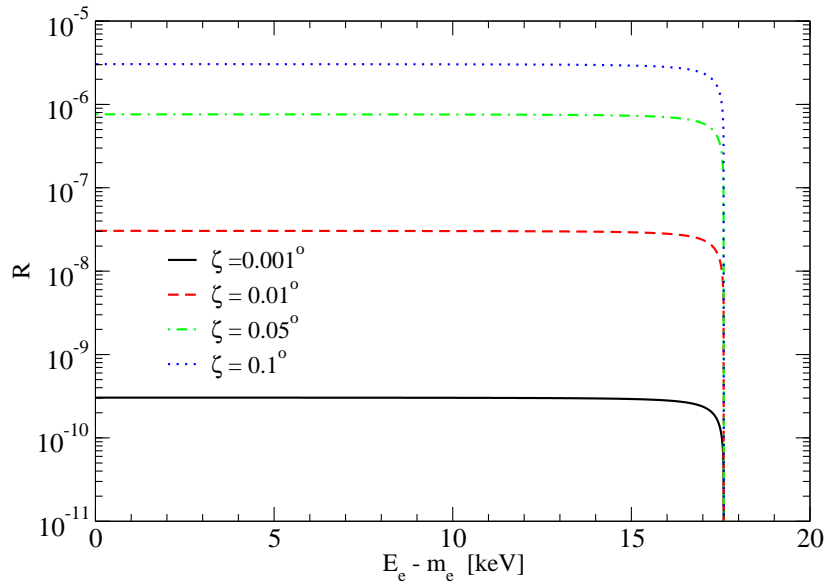


Figura 6.15: Cociente de contribuciones a la mezcla,  $\mathcal{R}$ , respecto a la energía cinética del electrón ( $E_e - m_e$ ) para núcleos de  ${}^3\text{H}$ . La gráfica de la derecha representa la mezcla de un neutrino ligero ( $0eV$ ) con otro neutrino pesado ( $1keV$ ) para varios ángulos de mezcla,  $\zeta = 0.001^\circ$ ,  $0.01^\circ$ ,  $0.05^\circ$ ,  $0.1^\circ$ .

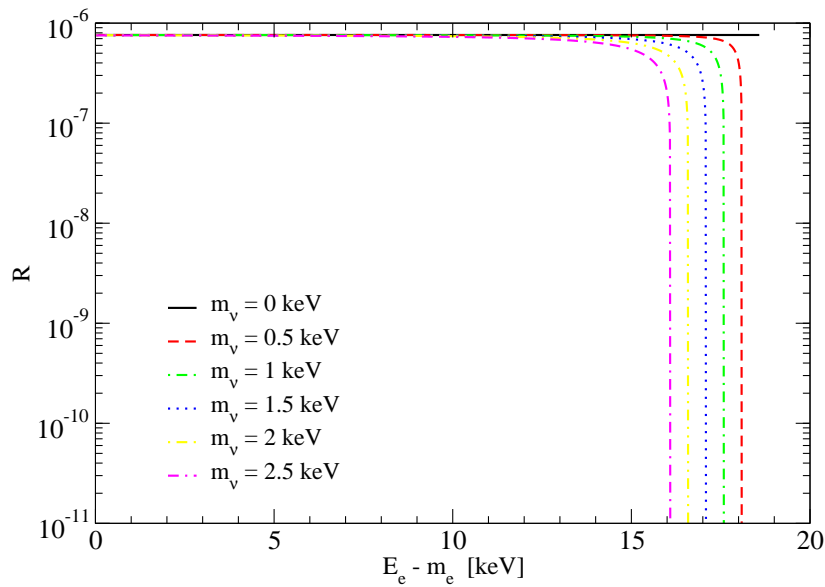


Figura 6.16: Cociente de contribuciones a la mezcla,  $\mathcal{R}$ , respecto a la energía cinética del electrón ( $E_e - m_e$ ) para núcleos de  ${}^3\text{H}$ . La gráfica representa la mezcla de un neutrino ligero ( $0eV$ ) con otro neutrino pesado para varias masas de este,  $m_\nu^{(s)} = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 keV$ ; con un ángulo de mezcla fijo de  $\zeta = 0.05^\circ$ .

## 7. Efectos de la masa de los neutrinos ligeros y estériles (WDM) en capturas electrónicas

La representación gráfica del espectro de captura electrónica se calcula con la fórmula 1.27 (ver teoría de captura electrónica). Se necesita de los siguientes valores experimentales:

- Anchuras (FWHM) ó  $\Gamma$  de rayos X del átomo padre obtenidas de los artículos Eliseev [Eli10] y Krause[Krau79];

- Las energías de ligadura electrónica,  $B_i$ , de los átomos hijos tomadas de la tabla de [Aud03].

- La probabilidad de captura electrónica (para cada uno de los electrones atómicos) que es proporcional al solapamiento de las funciones de onda electrónicas con la del núcleo,  $|\langle \psi_i | \Psi_{N_i} \rangle|^2$  (ver [Bam77]).

Los átomos de estudio son: Holmio 163 desintegrándose en Disproso 163, Terbio 157 yendo a Gadolinio 157; mercurio dando Oro 194 y Plomo 202 yendo a Talio 202. Otros posibles candidatos serían aquellos cuyas  $Q_{E.C.}$  estuvieran en torno a los kiloelectronvoltio.

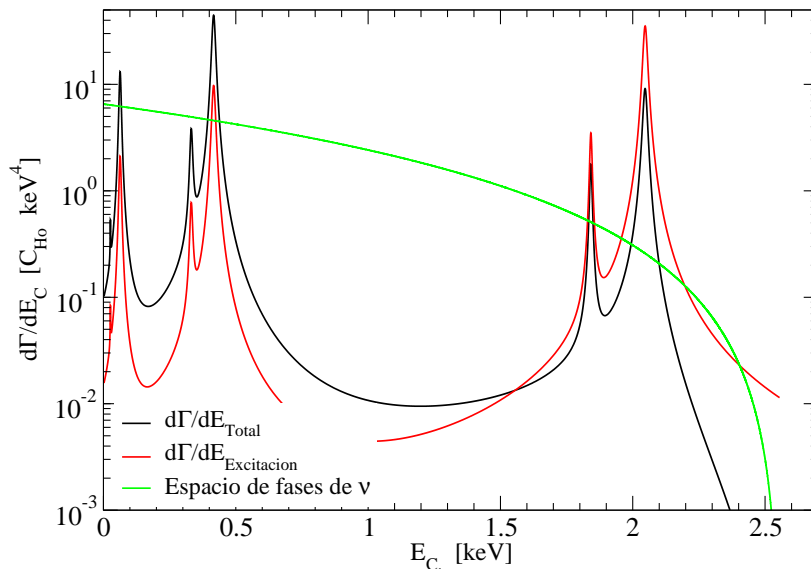


Figura 7.1: Tasa diferencial de captura electrónica para núcleos de Holmio 163 (negro), espectro de desexcitación de núcleos de Disproso 163 (rojo discontinuo) y espacio de fases del neutrino emitido (verde).

Para neutrinos ligeros, el “end-point” o final del espectro resultará movido un valor igual a la masa del neutrino, en este caso tipo electrónico. Por tanto, el nuevo espectro considerando la masa del neutrino electrónico (cuya masa se estima en unas décimas de electronvoltio) acabará en  $Q_{E.C.} - m_\nu$ . El eje de ordenadas tiene un factor multiplicativo  $10^{-8}$  frente al espectro completo cuyo valor es del orden de  $10^3$ . Es un factor  $10^{11}$  veces menor, lo cual no lleva a pensar en la dificultad experimental para medir masas de neutrinos ligeros con este procedimiento. Es necesario hacer un zoom, disminuir la escala situándose muy cerca del “end-point”. La variación de la siguiente figura en el eje horizontal es de 1 electronvoltio, mucho menor que en la figura 7.1.

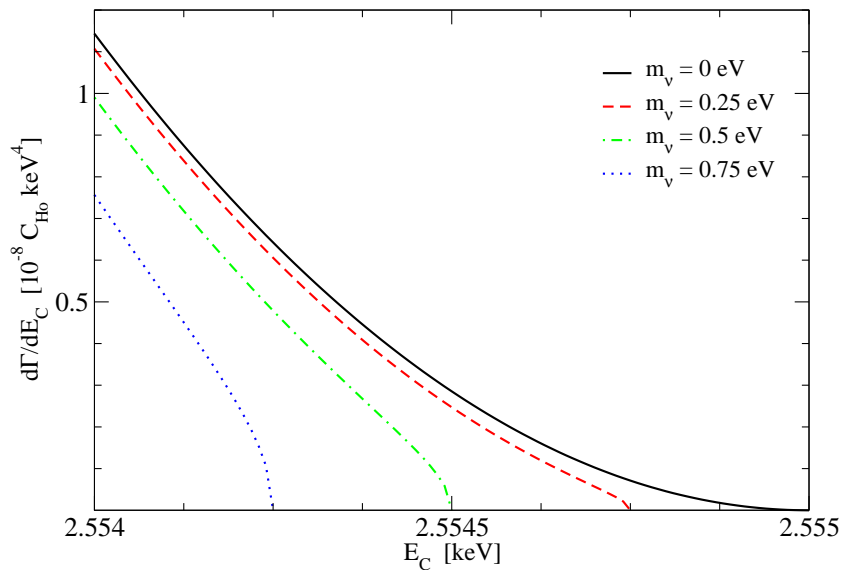


Figura 7.2: Tasa diferencial de captura electrónica para  $^{163}Ho$ . Las masas del neutrino ligero toma los valores 0, 0.25, 0.5 y 0.75 eV.

Análogamente, reproducimos los valores para neutrinos pesados. El espectro acabará, también, en la energía resultante de la reacción nuclear menos la masa del neutrino pesado. Pero ahora la diferencia con el espectro de neutrinos ligeros radica en que no tenemos energía suficiente para que se produzcan las capturas de las capas M. Y por último concluimos con un espectro donde los neutrinos electrónicos son mezcla de ligeros (0eV) y pesado (1 keV), aparece, como en las desintegraciones beta anteriores, una rodilla (kink) en el valor correspondiente a la diferencia:  $Q_{E.C.} - m_\nu^{(s)}$  y una gráfica con  $\mathcal{R}$ . Las fig. 7.5 y fig. 7.6 representan este coeficiente para variaciones en los ángulos de mezcla y en las masas de los neutrinos estériles respectivamente. Las gráficas son muy parecidas en forma a las obtenidas con los núcleos de las desintegraciones  $\beta^-$ , ello es debido de la definición de  $\mathcal{R}$  como el cociente entre las tasas diferenciales de captura estéril y ligero.

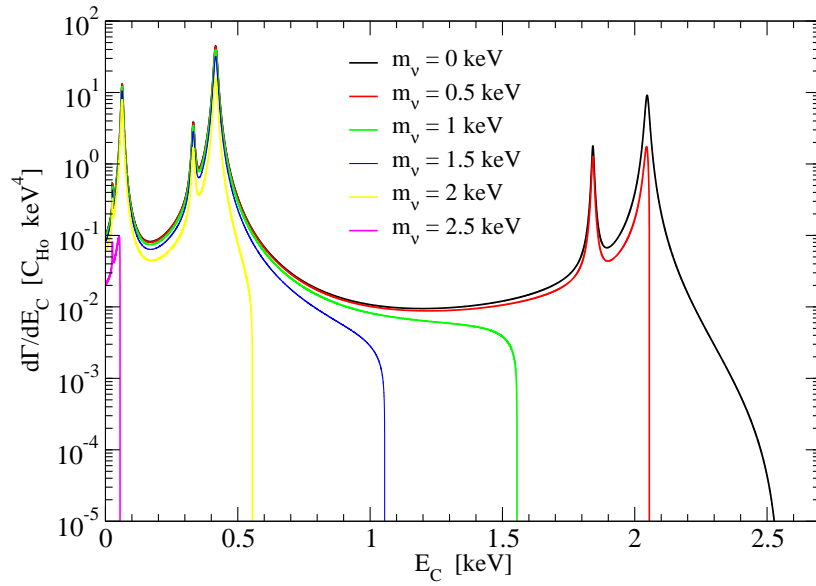


Figura 7.3: Tasa diferencial de captura electrónica para núcleos de  $^{163}\text{Ho}$  para neutrino estéril WDM con masas de 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5 keV

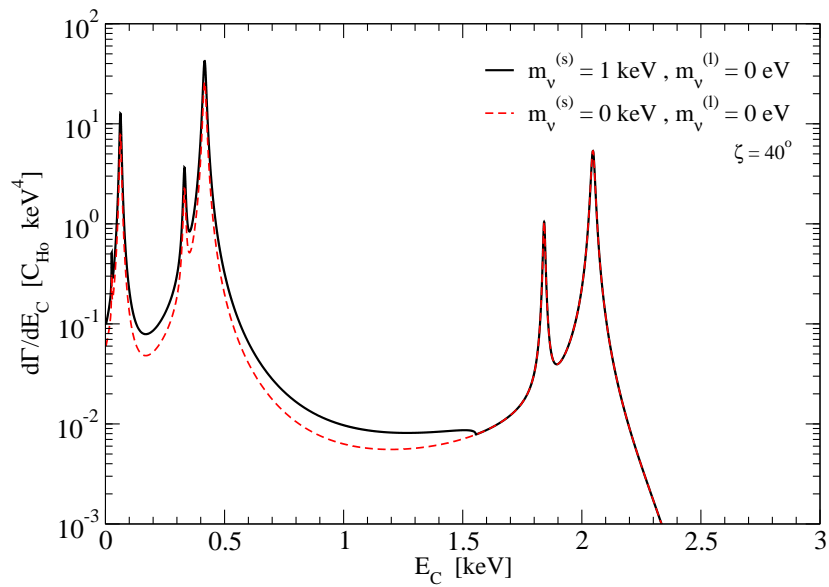


Figura 7.4: Tasa diferencial de captura electrónica con mezcla de neutrino estéril (1 keV) y neutrino ligero (0 eV) con un ángulo de mezcla de  $40^\circ$  (no físico). Se representa el espectro para de un neutrino de masa nula (línea roja discontinua).



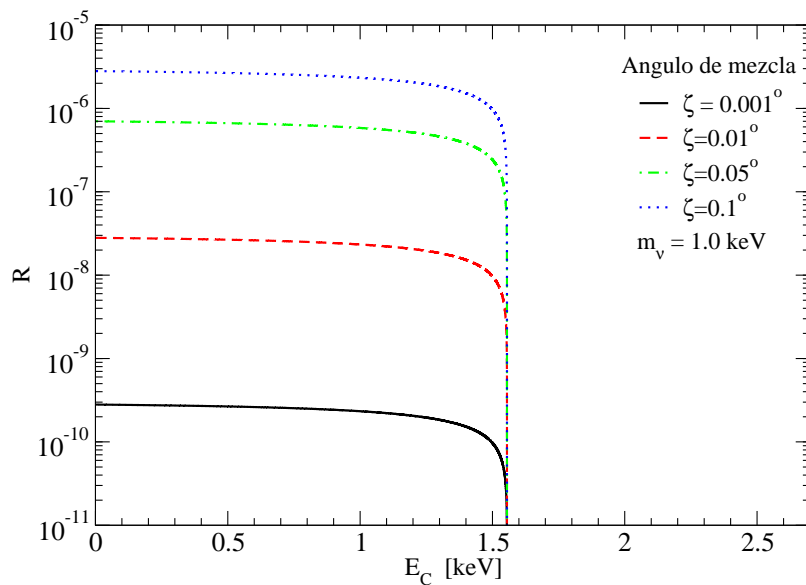


Figura 7.5: Cociente de contribuciones a la mezcla,  $\mathcal{R}$ , respecto a la energía cinética del electrón ( $E_e - m_e$ ) para núcleos de  $^{163}\text{Ho}$ . La gráfica de la derecha es la mezcla de neutrino ligero ( $0eV$ ) con neutrino estéril WDM ( $1keV$ ) para varios ángulos de mezcla,  $\zeta = 0.001^\circ$ ,  $0.01^\circ$ ,  $0.05^\circ$ ,  $0.1^\circ$ .

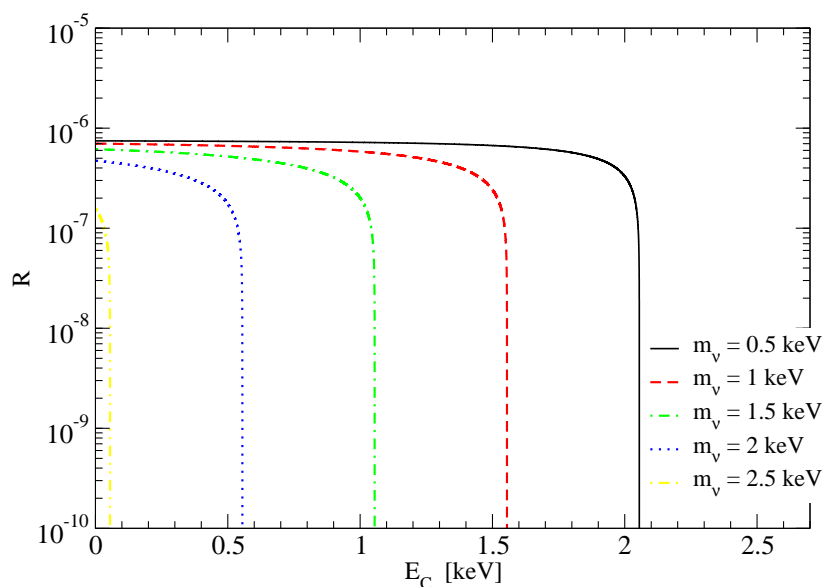


Figura 7.6: Cociente de contribuciones a la mezcla,  $\mathcal{R}$ , respecto a la energía cinética del electrón ( $E_e - m_e$ ) para núcleos de  $^{163}\text{Ho}$ . La gráfica representa la mezcla de un neutrino ligero ( $0eV$ ) con otra neutrino estéril WDM para varias masas de este,  $m_\nu^{(s)} = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 keV$ ; con un ángulo de mezcla de  $\zeta = 0.05^\circ$ .

A continuación se representan las gráficas de los núcleos de Terbio 163, Mercurio 194 y Plomo 202.

Para el terbio se representa el espectro total de la tasa diferencial de desintegración con neutrinos pesados (fig. 7.7) y sus correspondientes zoom para neutrinos pesados (fig. 7.8) y ligeros (fig. 7.9). La escala de los ejes es mucho menor a la escala del espectro de la gráfica 7.8, En este espectro, la variación en energías es de  $2\text{ eV}$  frente al anterior (fig. 7.8) que era de  $3.5\text{ keV}$ .

Para los núcleos de Mercurio 194 se representa el espectro total de la tasa diferencial de desintegración y zoom en la cola del espectro. Además, debido a la mala precisión en la medida de  $Q_{E.C.}$  de estos núcleos se ha incluido una gráfica con la tres valores posibles de  $Q_{E.C.} = 25, 29, 33\text{ keV}$ .

Por último un zoom en la cola del espectro para la tasa diferencial con distintas masas de neutrino pesado para núcleos de Plomo 202.

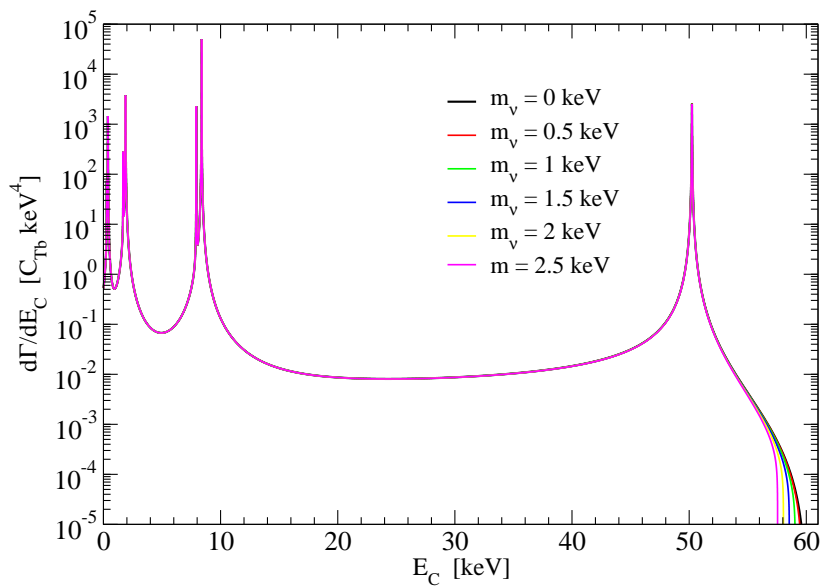


Figura 7.7: Tasa diferencial de captura electrónica de  $^{157}\text{Tb}$  para distintas masas de neutrino estéril ( $m_{\nu}^{(s)} = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5\text{ keV}$ ), para el espectro completo.

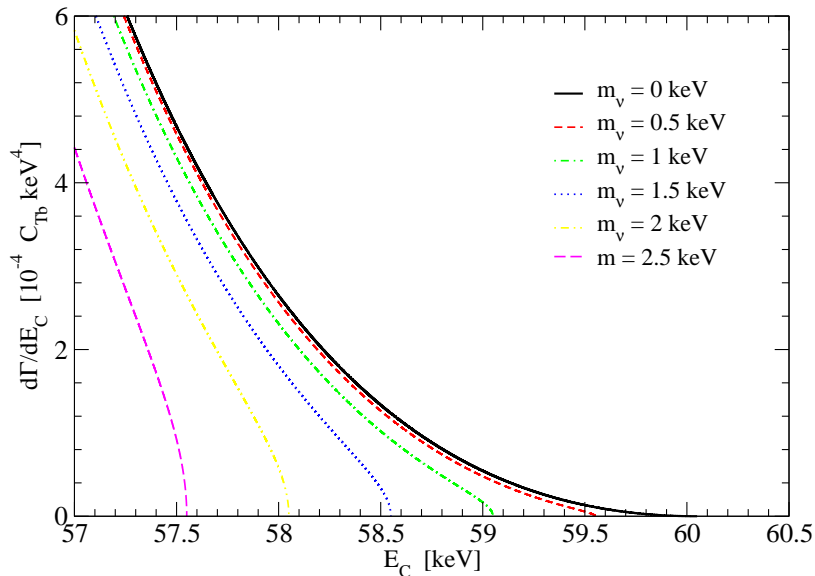


Figura 7.8: Tasa diferencial de captura electrónica de  $^{157}\text{Tb}$  para distintas masas de neutrino estéril ( $m_\nu^{(s)} = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 \text{ keV}$ ), zoom cerca del “end-point”  $Q_{E.C.} = 60.05 \text{ keV}$ .

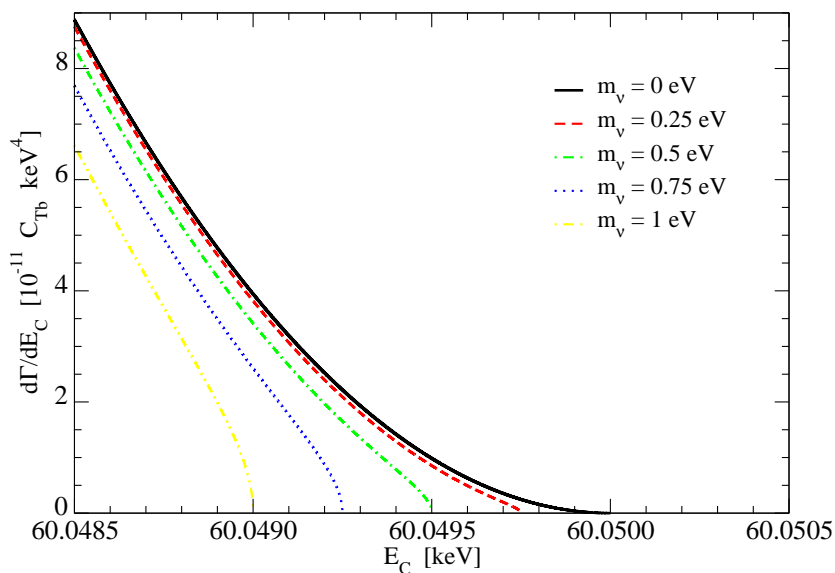


Figura 7.9: Tasa diferencial de captura electrónica para distintas masas de neutrino ligero ( $m_\nu^{(l)} = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1 \text{ eV}$ ) para núcleos de  $^{157}\text{Tb}$ . Se ha ampliado la zona cerca al “end-point”,  $Q_{E.C.} = 60.05 \text{ keV}$ .

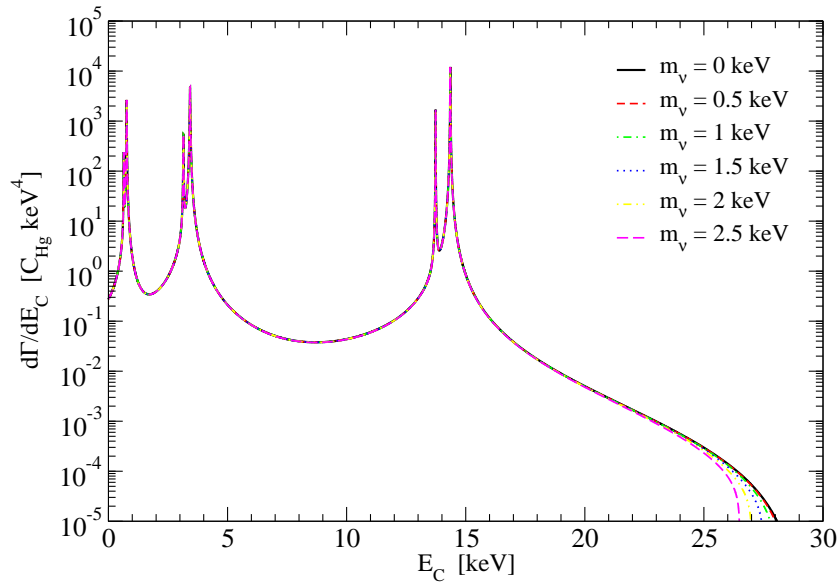


Figura 7.10: Tasa diferencial de captura electrónica del  $^{194}\text{Hg}$  con distintas masas de neutrino estéril ( $m_\nu^{(s)} = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 \text{ keV}$ ). Espectro completo, desde  $0 \text{ keV}$  hasta  $Q_{E.C.} = 29 \text{ keV}$ .

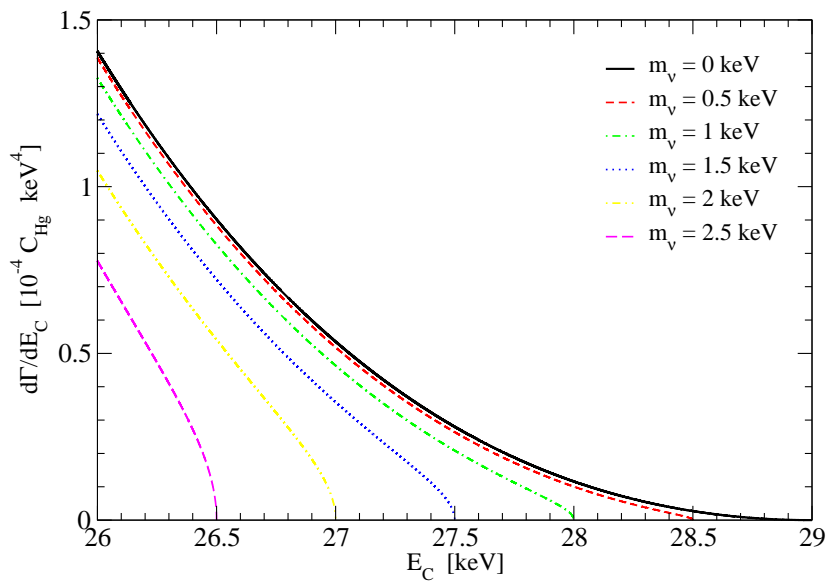


Figura 7.11: Tasa diferencial de captura electrónica del  $^{194}\text{Hg}$  con distintas masas de neutrino estéril ( $m_\nu^{(s)} = 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5 \text{ keV}$ ). Zoom cerca del “end-point”,  $Q_{E.C.} = 29 \text{ keV}$  (es decir, se ha ampliado la zona de interés de la gráfica 7.10).

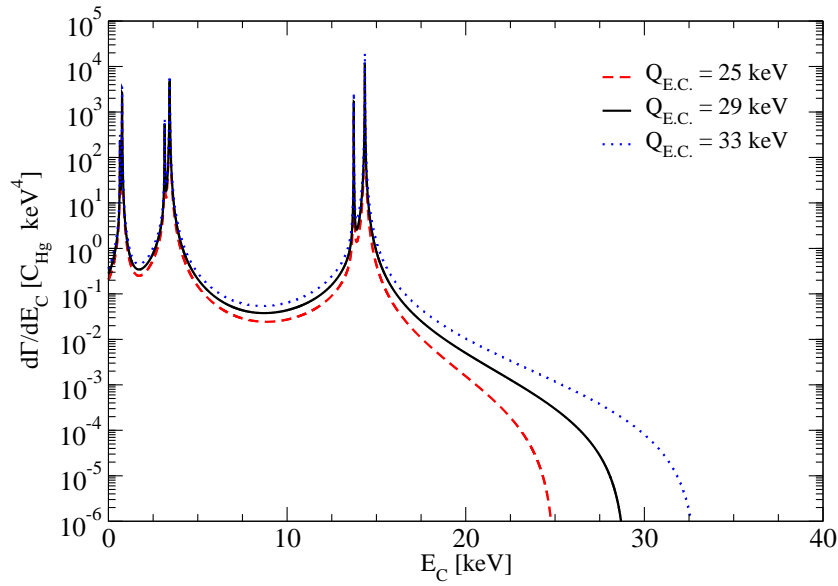


Figura 7.12: Tasas diferenciales de captura electrónica de  $^{194}\text{Hg}$  para distintos valores del “end-point” de captura,  $Q_{E.C.} = 25, 29, 33 \text{ keV}$

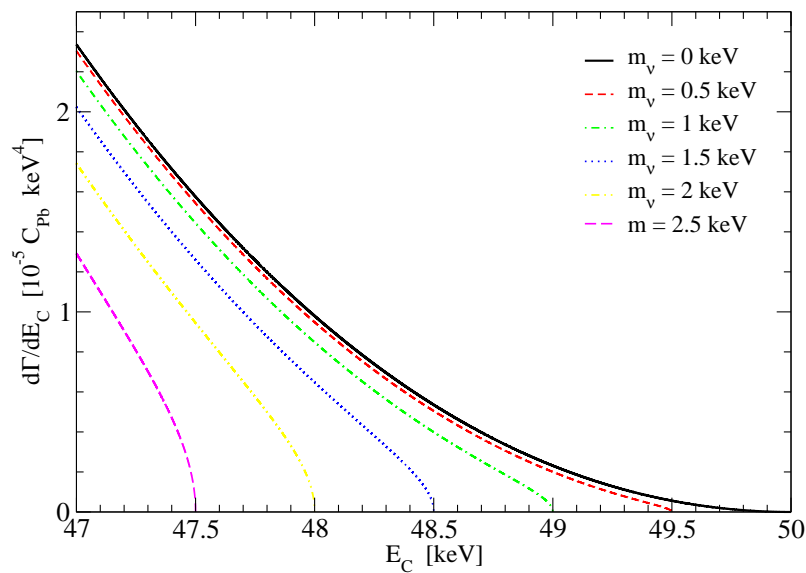


Figura 7.13: Tasa diferencial de captura electrónica del  $^{202}\text{Pb}$  para distintas masas de neutrino estéril ( $m_{\nu}^{(s)} = 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5 \text{ keV}$ ). Se ha realizado un zoom cerca del “end-point”,  $Q_{E.C.} = 50 \text{ keV}$ .

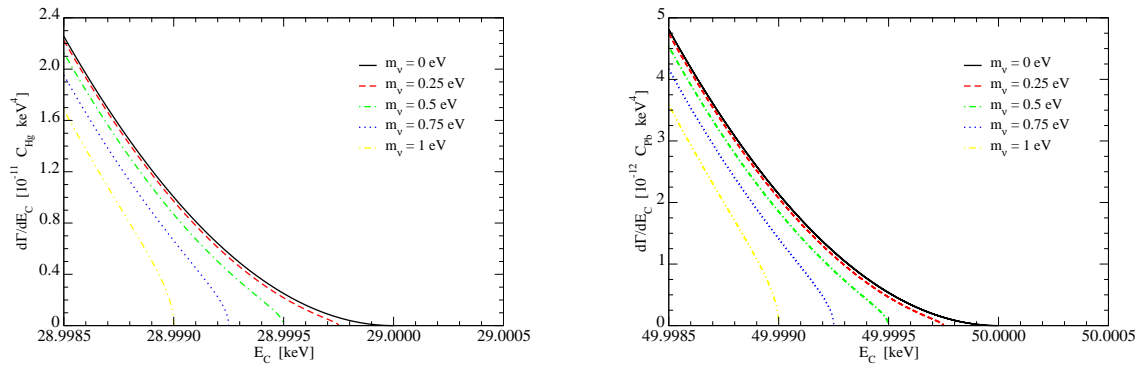


Figura 7.14: Zoom en la cola del espectro de la tasa diferencial de captura electrónica de  $^{194}\text{Hg}$  (izquierda) y de  $^{202}\text{Pb}$  (derecha) para distintas masas de neutrinos ligero, ( $m_\nu^{(l)} = 0, 0.25, 0.5, 0.75, 1 \text{ eV}$ ).

## 8. Efectos de neutrinos ligeros y estériles (WDM) en espectros de captura de neutrinos

La presencia de neutrinos con masa de electronvoltios o de neutrinos estériles, con masas de kiloelectronvoltio que reproduzcan las observaciones de la WDM, en los espectros de captura de neutrinos produce picos discretos a unas energías cinéticas del electrón,  $T_e = Q_\beta + m_\nu$ . La intensidad de los picos de captura es relativamente pequeña, se necesita multiplicar por un factor grande para poder representarlos frente a los espectros de desintegraciones beta. Además, la altura es proporcional a la densidad local de neutrinos,  $\eta$ ; y los picos asociados a neutrinos estériles tienen una contribución aún menor, ya que van multiplicados por el seno al cuadrado del ángulo de mezcla (los neutrinos electrónicos, aquellos que son capturados, son mezcla de autoestados ligeros y estériles).

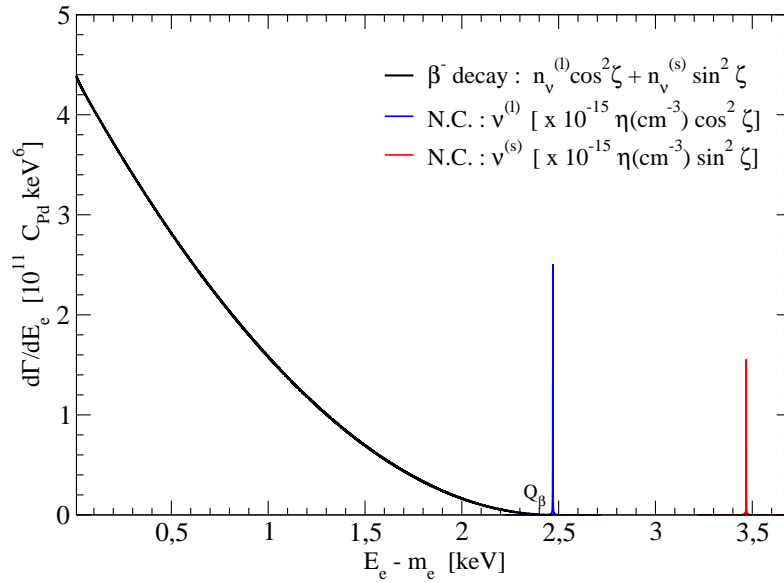


Figura 8.1: Núcleos de  $^{187}\text{Re}$ . Espectro de desintegración beta (negro) con mezcla de neutrino ligero ( $0\text{ eV}$ ) y estéril ( $1\text{ keV}$ ) con un ángulo de mezcla  $\zeta = 0.05^\circ$ . Picos de captura de neutrinos, el de color azul asociado a un neutrino ligero de masa  $1\text{ eV}$  y el de color rojo a  $m_\nu^{(s)} = 1\text{ keV}$ . Estos picos van multiplicados por un factor  $10^{15}$ , por la densidad local de neutrinos,  $\eta$ . Ambos picos son las componentes de mezcla, por tanto deberán tener su correspondiente factor coseno o seno al cuadrado de un ángulo de mezcla dado (ver ecuación 2.20).

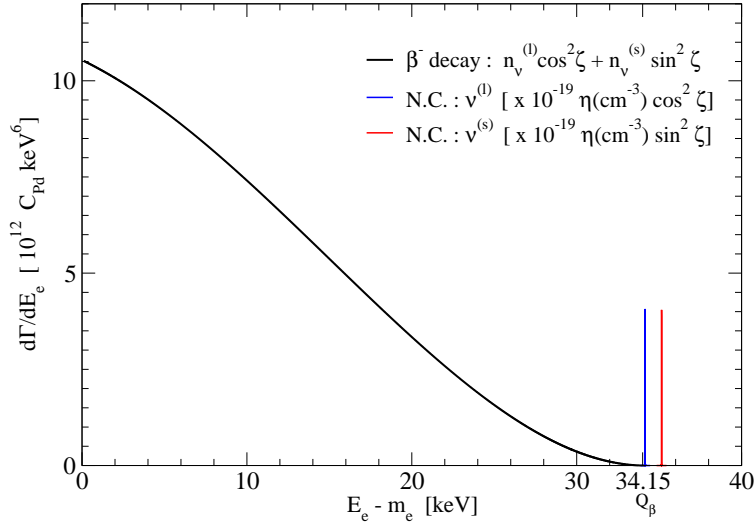


Figura 8.2: Núcleos de  $^{107}\text{Pd}$ . Espectro de desintegración beta (negro) con mezcla de neutrino ligero ( $0\text{eV}$ ) y estéril ( $1\text{keV}$ ) con un ángulo de mezcla  $\zeta = 0.05^\circ$ . Picos de captura de neutrinos, el de color azul asociado a un neutrino ligero de masa  $1\text{eV}$  y el de color rojo a  $m_{\nu}^{(s)} = 1\text{keV}$ . Estos picos van multiplicados por un factor  $10^{19}$ , por la densidad local de neutrinos,  $\eta$ . Ambos picos son las componentes de mezcla, por tanto deberán tener su correspondiente factor coseno o seno al cuadrado de un ángulo de mezcla dado (ver ecuación 2.20)..

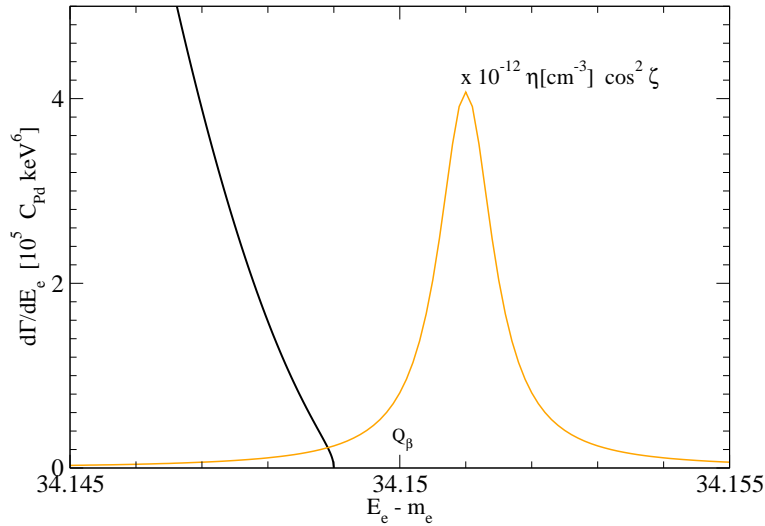


Figura 8.3: Zoom a un espectro de desintegración beta (negro) y de captura de neutrino con masa de  $1\text{eV}$  para núcleos de  $^{107}\text{Pd}$ . (Se obtiene al realizar un zoom a la gráfica 8.2). El pico de captura de neutrino va multiplicado por un factor  $10^{12}$  (tiene una intensidad 12 órdenes de magnitud menor que la representada); por la densidad local de neutrinos,  $\eta$  y por el coseno al cuadrado del un cierto ángulo de mezcla  $\zeta$ .



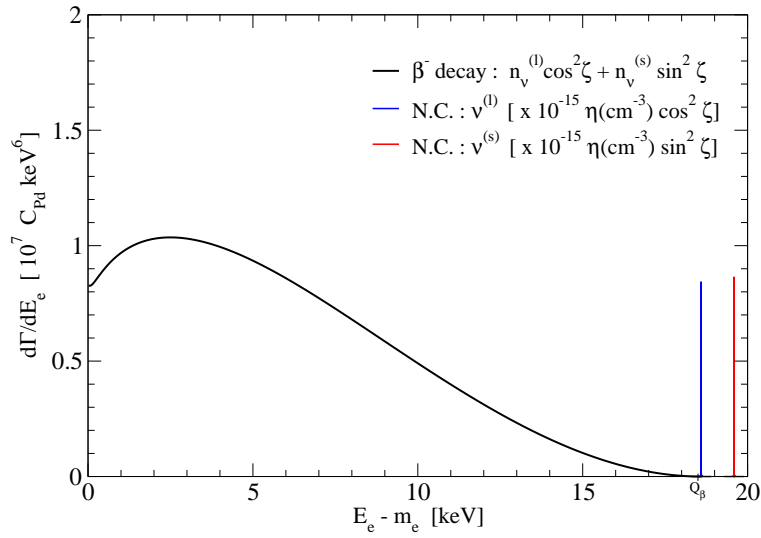


Figura 8.4: Núcleos de  ${}^3\text{H}$ . Espectro de desintegración beta (negro) con mezcla de neutrino ligero ( $0 \text{ eV}$ ) y estéril ( $1 \text{ keV}$ ) con un ángulo de mezcla  $\zeta = 0.05^\circ$ . Picos de captura de neutrinos, el de color azul asociado a un neutrino ligero de masa  $1 \text{ eV}$  y el de color rojo a  $m_\nu^{(s)} = 1 \text{ keV}$ . Estos picos van multiplicados por un factor  $10^{15}$ , por la densidad local de neutrinos,  $\eta$ . Ambos picos son las componentes de mezcla, por tanto deberán tener su correspondiente factor coseno o seno al cuadrado de un ángulo de mezcla dado (ver ecuación 2.20).

## 9. Conclusiones

Uno de los requisitos a la hora de elegir un núcleo con el que obtener información experimental de la presencia de neutrinos es el valor de su  $Q$ . Lo ideal es que se sitúa en torno a los pocos kiloelectronvoltios, como el valor de  $Q_\beta$  para el Renio 187 por ejemplo, ya que con un valor pequeño de  $Q_\beta$  ó  $Q_{E.C.}$ , se obtiene más estadística por intervalo de energía. Para medidas de masa de neutrinos ligeros nos centramos en energías cercanas al final del espectro (“end-point”),  $Q_\beta$ , como ya ocurre actualmente en los experimentos MARE y KATRIN.

El efecto de la masa de los neutrinos (ya sean ligeros o estériles) en los espectros beta y de captura es relativamente pequeño, se necesita ampliar la escala cerca del “end-point” para observar cómo cambia el ritmo de desintegración y/o captura. Los cambios más importantes se refieren al valor en el que termina el espectro (“end-point”) y a su forma global. El rango del espectro se reduce en una cantidad igual a la masa del neutrino considerado. En cuanto a la forma del espectro, la pendiente de la tasa diferencial de desintegración,  $(d\Gamma/dE_e)$ , tiende a infinito (se hace cada vez más vertical) para valores cercanos al nuevo “end-point” (la energía cinética del electrón tiende a la energía disponible en la reacción,  $Q$ , menos la masa del neutrino). Este efecto ocurre tanto para neutrinos ligeros,  $m_\nu \sim eV$ , como estériles WDM de masas en el orden del  $keV$ , es decir,

$$\frac{d}{dE_e} \left( \frac{d\Gamma}{dE_e} \right) \rightarrow \infty \quad \text{cuando} \quad E_e - m_e \rightarrow Q_\beta - m_\nu \quad \text{para} \quad m_\nu \neq 0 \text{ eV} \quad (9.1)$$

Si tenemos neutrinos con masa nula, la pendiente del ritmo diferencial tiende a cero (se anula suavemente) en el “end-point”. Este efecto no es único de las desintegraciones  $\beta^-$  sino que también aparece en la captura electrónica, donde el espacio de fases del neutrino masivo emitido modifica de igual modo el ritmo de captura.

Se han estudiado transiciones  $\beta^-$  permitidas (es el caso del Tritio), donde sólo hay contribución de ondas al espectro y  $\beta^-$  primeras prohibidas (Renio 187 y Paladio 107) donde los leptones emitidos combinan sus momentos angulares orbitales a  $L_\beta = 1$ , para conseguir, junto a un acoplamiento de espines leptónicos  $S_\beta = 1$  (Gamow-Teller), un cambio de dos unidades en el momento angular total,  $\Delta J = 2$ . Entonces, para transiciones  $\beta^-$  primeras prohibidas tenemos que la función de onda de los electrones emitidos puede ser onda  $p_{3/2}$  u onda  $s_{1/2}$ . La tasa diferencial de cada onda se ha estudiado por separado, siendo mayor la contribución de la onda p; esta diferencia aumenta a medida que la energía cinética del electrón se acerca al “end-point”, favoreciendo la dominancia de la onda p frente a la de la onda s.

Otro efecto significativo que aparece en el espectro de desintegraciones beta o de capturas es el escalón o “kink” debido a la mezcla de neutrino ligero con neutrino estéril WDM y que se produce a una energía cinética del electrón concreta cuyo valor es,  $T_e = Q_\beta - m_\nu^{(s)}$ . El tamaño del escalón indica la proporción de neutrino estéril en la mezcla, dada por el seno al cuadrado del ángulo de mezcla según la ecuación 2.20. Se deduce de medidas experimentales diversas que la contribución real del neutrino estéril a la mezcla es muy pequeña, hasta del orden de  $10^{-8}$  (o ángulos de  $\zeta \sim 10^{-4}$  [VMMM12]). Esta contribución se expresa por la función  $\mathcal{R}$ , cociente entre las tasas de desintegración/captura de neutrino estéril y de neutrino ligero. Por tanto, el valor de eventos de neutrino estéril medidos será  $\mathcal{R} \times N_\beta$ , donde  $N_\beta$  es el número de desintegraciones beta, es decir, el número total de neutrinos emitidos tanto ligeros como estériles. Es fácil demostrar que para poder resolver el escalón, es decir, “ver” el efecto del hipotético neutrino estéril es necesario un número de eventos de neutrino estéril lo suficientemente grande respecto al total, de modo que  $\mathcal{R}$  debe ser mayor que el error relativo del número de eventos, que viene dado por  $\varepsilon = \Delta N_\beta / N_\beta = \sqrt{N_\beta} / N_\beta = 1 / \sqrt{N_\beta}$ , y tenemos entonces que  $N_\beta > 1 / \mathcal{R}^2$ . Para el caso de un ángulo de mezcla de  $\zeta = 10^{-4}$  se necesitarían más de  $10^{16}$  eventos para poder resolver el posible escalón. Según los

resultados de experimentos como MARE, es accesible obtener  $10^{15}$  eventos durante 10 años de medidas, 16 dispositivos-detectores y 3.2 kg de Renio ( $\sim 32\%$  de  $^{187}\text{Re}$ ), un número todavía insuficiente como para apreciar el escalón.

Los espectros obtenidos para la captura electrónica se refieren a los fotones de desexcitación del átomo hijo (que posee un hueco en el orbital del electrón capturado por el núcleo padre). En estos casos también es importante tener un número grande de eventos cerca de  $Q_{E.C.} - m_\nu^{(s)}$ . Esto es posible si existen transiciones de rayos X del núcleo hijo con energía próxima al “end-point”, como ocurre con el Holmio (la  $Q_{E.C.}(^{163}\text{Ho}) = 2.555 \text{ keV}$  y la energía de ligadura del orbital más próximo es  $B_{M1} = 2.05 \text{ keV}$ ). Para el resto de núcleos de captura electrónica, las transiciones se sitúan más alejadas del valor  $Q_{E.C.}$ .

Los valores absolutos de ritmos de desintegración y/o captura contienen un factor  $C_{Núcleo}$ , que es constante para cada núcleo pero distinto para cada uno de ellos. Esta constante se puede obtener a partir de la vida media experimental (ecuación 4.6). Los valores de ritmos de desintegración de los núcleos estudiados aparecen en la siguiente tabla:

	$Q \text{ (keV)}$	$\tau \text{ (s)}$	$\Gamma \text{ (des.s}^{-1}\text{)}$
$^3\text{H}$	$18.569 \pm 0.001$	$5.61 \cdot 10^8$	$1.78 \cdot 10^{-9}$
$^{187}\text{Re}$	$2.469 \pm 0.004$	$1.98 \cdot 10^{18}$	$5.05 \cdot 10^{-19}$
$^{107}\text{Pd}$	$34.2 \pm 2.7$	$2.96 \cdot 10^{14}$	$3.38 \cdot 10^{-15}$
$^{163}\text{Ho}$	$2.555 \pm 0.016$	$2.08 \cdot 10^{11}$	$4.81 \cdot 10^{-12}$
$^{157}\text{Tb}$	$60.05 \pm 0.30$	$3.23 \cdot 10^9$	$3.09 \cdot 10^{-10}$
$^{194}\text{Hg}$	$29 \pm 4$	$2.02 \cdot 10^{10}$	$4.95 \cdot 10^{-11}$
$^{202}\text{Pb}$	$50 \pm 15$	$2.39 \cdot 10^{12}$	$4.18 \cdot 10^{-13}$

Cuadro 9.1: Valores de  $Q$ , ritmo de desintegración/captura, y vida media para los núcleos de estudio.

Los núcleos de Paladio 107 poseen  $10^4$  veces más desintegraciones por segundo que los de Renio 187, y aunque como  $Q_\beta(^{107}\text{Pd}) \simeq 14 Q_\beta(^{187}\text{Re})$ , se obtiene más estadística por intervalo de energía con los núcleos de Paladio 107. El Tritio, tiene una tasa de desintegración todavía mayor y su valor de  $Q_\beta$  es aproximadamente la mitad que el de Paladio 107, pero el gran problema radica en su abundancia, además se puede requerir para otros experimentos como los de fusión.

En los núcleos de captura electrónica, el número de eventos en el rango de energías cercanas al “end-point” es muy parecido para todos. Aún así el Holmio 163 posee mayor intensidad debido a que hay una transición de rayos X cerca de  $Q_{E.C.}$  pero su vida media es algo mayor que la del Terbio y Mercurio.

Por último mencionar que los espectros de la captura de neutrino son discretos, aparecen picos con una cierta anchura debido a la resolución experimental del detector a energías  $Q_\beta + m_\nu$ , mientras que el espectro del electrón emitido en las  $\beta^-$  acaba en  $Q_\beta - m_\nu$ . El número de eventos asociados a la captura de neutrinos es proporcional a la densidad local de neutrinos ya sean estériles o activos, y además cada uno de estos va multiplicado por el seno o coseno al cuadrado del ángulo de mezcla, respectivamente.

---

## Parte III

# Apéndice

## Fórmulas

Ampliación de la expresión del apartado de oscilación de neutrinos. Ahora consideramos varios sabores leptónicos:

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_e}(r) = \sum_i |U_{ei}|^4 + \sum_{i < j} |U_{ei}U_{ej}| \cdot 2 \cdot \cos\left(\frac{2\pi r}{L_{ij}}\right) \quad (9.2)$$

$$|\nu(t, r)\rangle = e^{-iE(t-r)} \sum_i U_{ei} |\nu_i\rangle e^{-im_i^2 r/(2E)} \quad (9.3)$$

$$L_{ij} = \frac{4\pi E}{|m_i^2 - m_j^2|} \quad (9.4)$$

## Fermiones de Dirac

Son campos complejos, espinores, con cuatro componentes independiente; dos estados de quiralidad definida, izquierda (“left”) o derecha (“right-handed”), para los estados de partículas y de antipartícula.

$$\begin{aligned} \psi_L &\equiv \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi \\ \psi_R &\equiv \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi \\ (\psi_L)^c &\equiv \psi_L^c = P_R \psi^c \\ (\psi_R)^c &\equiv \psi_R^c = P_L \psi^c \end{aligned} \quad (9.5)$$

donde el superíndice “c” actuando sobre un espinor de Dirac es el transformado de la conjugación partícula-antipartícula multiplicado por la matriz de conjugación de carga<sup>XIV</sup>  $C$ :

$$\psi^c = C\bar{\psi}^T = C(\psi^+ \gamma^0)^T = i\gamma^2 \psi^* \quad (9.6)$$

y el operador  $P$  tiene la siguiente forma:

$$P_{R,(L)} = (1 \pm \gamma_5)$$

## Fermiones de Majorana

Tienen dos grados de libertad, pues las partículas coinciden con sus antipartículas:  $\psi^c = \eta^* \psi$ . No tiene sentido hacer distinción entre neutrinos y antineutrinos, sólo hay componentes del campo a izquierdas y a derechas (“left” y “right handed” respectivamente).

No confundir la conjugación partícula-antipartícula  $\hat{C}$ , con la conjugación de carga  $C$ , que por definición cambia de signo a todas las cargas, (eléctrica, número bariónico, número leptónico, etc) pero deja intactos a los demás números cuánticos. Veámoslo con un ejemplo:

$$\begin{aligned} \hat{C} \psi = \psi_L + \psi_R &\rightarrow \psi^c = \psi_L^c + \psi_R^c = P_R \psi^c + P_L \psi^c \\ C \psi = \psi_L + \psi_R &\rightarrow \tilde{\psi} = \tilde{\psi}_L + \tilde{\psi}_R = P_L \psi^c + P_R \psi^c \end{aligned} \quad (9.7)$$

---

<sup>XIV</sup>  $C\gamma_\mu C^{-1} = -\gamma_\mu^T$  y  $C^+ = C^T = C^{-1} = -C$

---

## Datos experimentales

A continuación se muestran los valores de probabilidades de captura electrónica, anchura de rayos X y energías de ligadura de electrones atómicos para los núcleos de Holmio 163, Terbio 157, Mercurio 194 y Plomo 202.

Holmio		
Orbital	Magnitud	Valor
	P	1
M1	$\Gamma$ (keV)	0.018
	E(keV)	2.0468
	P	0.0484
M2	$\Gamma$ (keV)	0.010
	E(keV)	1.8418
	P	0.255
N1	$\Gamma$ (keV)	0.015
	E(keV)	0.4163
	P	0.0110
N2	$\Gamma$ (keV)	0.011
	$E_b$ (keV)	0.3318
	P	0.0318
O1	$\Gamma$ (keV)	0.009
	$E_b$ (keV)	0.0629
	P	0.0015
O2	$\Gamma$ (keV)	0.002
	$E_b$ (keV)	0.0263

Cuadro 9.2: P es la probabilidad de captura electrónica del núcleo padre ( $^{163}_{67}Ho$ ),  $\Gamma$  la anchura, y E la energía de ligadura electrónica del núcleo hijo, ( $^{163}_{66}Dy$ ) ([Bam77] y [McG71, McG72, McG74])

Terbio

Orbital	Magnitud	Valor
	P	1
K	$\Gamma$ (keV)	0.0238
	E(keV)	50.239
	P	0.1502
L1	$\Gamma$ (keV)	0.0052
	E(keV)	8.376
	P	0.0057
L2	$\Gamma$ (keV)	0.0044
	E(keV)	7.930
	P	0.0286
M1	$\Gamma$ (keV)*	0.0166
	E(keV)	1.881
	P	0.0012
M2	$\Gamma$ (keV)*	0.0094
	E(keV)	1.688
	P	0.0080
N1	$\Gamma$ (keV)*	0.0126
	E(keV)	0.3786
	P	0.0003
N2	$\Gamma$ (keV)*	0.0101
	E(keV)	0.286

Cuadro 9.3: Tabla de probabilidades de captura electrónica del Terbio normalizadas, P; anchuras  $\Gamma$  de captura y energías de ligadura de los electrones del Gadolinio. El símbolo \* hace referencia a la obtención del valor mediante interpolación de diferencias ([McG71, McG72, McG74])

Mercurio			Plomo		
Orbital	Variable	Valor	Orbital	Variable	Valor
	P	1		P	1
L1	$\Gamma$ (keV)	0.0113	L1	$\Gamma$ (keV)	0.0122
	E(keV)	14.353		E(keV)	15.347
	P	0.0709		P	0.0754
L2	$\Gamma$ (keV)	0.0062	L2	$\Gamma$ (keV)	0.0065
	E(keV)	13.734		E(keV)	14.698
	P	0.2413		P	0.2424
M1	$\Gamma$ (keV)**	0.0211	M1	$\Gamma$ (keV)**	0.0231
	E(keV)	3.425		E(keV)	3.704
	P	0.0187		P	0.0201
M2	$\Gamma$ (keV)**	0.0147	M2	$\Gamma$ (keV)**	0.0146
	E(keV)	3.148		E(keV)	3.416
	P	0.0657		P	0.0668
N1	$\Gamma$ (keV)**	0.0126	N1	$\Gamma$ (keV)**	0.0155
	E(keV)	0.7621		E(keV)	0.8462
	P	0.0046		P	0.0051
N2	$\Gamma$ (keV)**	0.0101	N2	$\Gamma$ (keV)**	0.0124
	E(keV)	0.6427		E(keV)	0.7205

Cuadro 9.4: Tabla de probabilidades de captura electrónica del Mercurio y del Plomo normalizadas, P; anchuras  $\Gamma$  de captura y energías de ligadura de los electrones del Oro (izquierda) y del Talio (derecha). El símbolo \*\* hace referencia a la obtención del valor mediante interpolación de diferencias ([McG71, McG72, McG74]).

## Referencias

- [Arn06] C. Arnaboldi *et al.*, *Measurement of the p to s Wave Branching Ratio of  $^{187}\text{Re}$   $\beta$  Decay from Beta Environmental Fine Structure* Phys. Rev. Lett. **96** 042503 (2006).
- [Aud03] G. Audi, et al., *The AME2003 atomic mass evaluation \* (II). Tables, graphs and references* Nuclear Physics A **729** 337–676 (2003)
- [Bam77] W. Bambynek, et al., Rev. Mod. Phys. **49**, 77 (1977).
- [BHP80] S. M Bilenky, J. Hosek and S. T. Petcov, Phys. Lett **94** (1980) 495.
- [Cha14] J. Chadwick, Distribution in intensity in the magnetic spectrum of the  $\gamma$ -rays of radium, Verh. Dtsch. Phys. Ges. (Germany) **16** (1914) 3837.
- [DoiPL81] Masaru Doi *et al.*, Phys Lett B102 (1981) 323.
- [DoiTP81] Masaru Doi *et al.*s Theo Phys. Vol 66 Nov (1981).
- [Eli10] S. Eliseev, et al., *Direct mass measurements of  $^{194}\text{Hg}$  and  $^{194}\text{Au}$  : A new route to the neutrino mass determination?* Phys. Letts. B 693 (2010) 426-429.
- [Ell27] C. D. Ellis and W. A. Wooster, The Average Energy of Disintegration of Radium E, Proc. R. Soc. A **117** (1927) 109.
- [GK90] K. Grotz and H.V. Klapdor, *The Weak Interaction in Nuclear, Particle, and Astrophysics*, Taylor and Francis, (1990).
- [Gwy] Gwyn P. Williams *Electron binding energies of the elements*.
- [Ha10] Jan Hamann, et al., *Cosmology Favoring Extra Radiation and Sub-eV Mass Sterile Neutrinos as an Option* Phys. Rev. Lett. **105**, 181301 (2010).
- [Hey99] K. Heyde, *Basic ideas and Concepts in Nuclear Physics*, Institute of Physics Publishing, (1999).
- [Ill06] J. I. Illana *El modelo estándar y su fenomenología*. Dpmto de Física Teórica y del Cosmos, U. Granada (2007).
- [KAT04] The KATRIN collaboration (J. Angrik et al.), KATRINDesign Report 2004, FZKA Scientific Report 7090, 2005, available online at <http://bibliothek.fzk.de/zb/berichte/FZKA7090.pdf>.
- [Kob72] M. Kobayashi and T.Maskawa, CP-violation in the renormalizable theory of weak interaction, Prog. Theor. Phys. **49** (1973) 652.
- [Krau79] M. O. Krause et al., *Natural Wighths of Atomic K and L Levels,  $K\alpha$ , X-Ray Lines and Several KLL Auger Lines* J Phys. Chem Vol. 8 No.2 (1979).
- [Kra88] K.S. Krane, Wiley, *Introductory Nuclear Physics* (1988).
- [Li10] Y.F. Li and Zhi-zhong Xin. *Direct detection of the cosmic neutrino background including light sterile neutrinos* [arXiv:1007.0914v2] (2010).
- [Li11CAB] Y.F. Li and Zhi-zhong Xing. *A Possible Detection of the Cosmic Antineutrino Background in the Presence of Flavor Effects* [arXiv:1102.2686v2] (2011).

- [Li11ADM] Y.F. Li and Zhi-zhong Xin. *Captures of Hot and Warm Sterile Antineutrino Dark Matter on EC-decaying Ho-163 Nuclei* [arXiv:1104.4000v2] (2011).
- [LMN11] M. Lindner, A. Merle and V Niro, JACP 1101 (2011) 007 [arXiv:hep-ph/0008020].
- [Mak62] Z. Maki, M. Nakagawa and S. Sakata, Remarks on the Unified Model of Elementary Particles, Prog. Theor. Phys. 28 (1962) 870.
- [Min05] Minchin, R. *et al.* (March 2005). "*A Dark Hydrogen Cloud in the Virgo Cluster*". The Astrophysical Journal 622: L21–L24. arXiv:astro-ph/0502312. Bibcode 2005ApJ...622L..21M. doi:10.1086/429538. (2005).
- [McG71] Eugene J. McGuire *Atomic M-Shell Coster-Kronig, Auger and Radiative Rates and Fluorescence Yields for Ca-Th Electron Spectra* Phys. Rev. A Vol 5 , 3 1043 (1971).
- [McG72] Eugene J. McGuire *M-Shell Auger and Coster-Kronig Electron Spectra* Phys. Rev. A Vol 5 , 3 1052 (1972).
- [McG74] Eugene J. McGuire *Atomic N-Shell Coster-Kronig, Auger and Radiative Rates and Fluorescence Yields for  $38 < Z < 103$*  Phys. Rev. A Vol 9 , 3 1840 (1974).
- [Moh01] R. N. Mohapatra, Phys. Rev. D 64 091301 (2001) [hep-ph/0605047].
- [Mor10] Óscar Moreno Díaz *Electroweak Processes in Nuclei* Tesis Doctoral (2010).
- [Nag06] Sz. Nagy et al., On the Q-value of the tritium -decay, Europhys. Lett. 74 (2006) 404.
- [NASA] <http://map.gsfc.nasa.gov/media/080998/index.html>.
- [Nau10] Nakurama *et al.*, *Particle Data Group* Journal Phys. C, **37**, 075021 (2010).
- [RuLu82] A. de Rújula and M. Lusignoli *Calorimetric measurements of  $^{163}\text{Ho}$  decays as tools to determine the electron neutrino mass*. Phys. Lett **118B** (1982) 429.
- [SchV80] J. Schechter and J. W. F. Valle, Phys. Rev. D22, 2222 (1980).
- [Val09] K. Valerius *Spectrometer-related background processes and their suppression in the KATRIN experiment* Tesis Doctoral (2009).
- [Vall06] J.W.F. Valle "*Neutrino Physics Overview*". *Journal of Physics*. Conference Series 53: 473.(2006).
- [Vel] M. G. Veltman *Facts and Mysteries in Elementary Particle*.
- [VMMM12] H.J. de Vega, O. Moreno and E. Moya de Guerra, M. Ramón Medrano *et al.*, *Search for keV Sterile Neutrino Warm Dark Matter in Rhenium and Tritium beta decays*.
- [WB06] Weinberg, M.D. and Blitz, L. . "*A Magellanic Origin for the Warp of the Galaxy*". The Astrophysical Journal 641 (1): L33–L36. arXiv:astro-ph/0601694. Bibcode 2006ApJ...641L..33W. doi:10.1086/503607. (2006).
- [Will91] W. Williams, Clarendon, *Nuclear and Particle Physics*, (1991).